

• JUNTA DE INVESTIGACIONES TÉCNICAS •

UNA POSIBLE EXPLICACIÓN DEL FENÓMENO DE LAS MAREAS • SISTEMAS OSCILATORIOCENTRÍFUGOS •

POR RAMÓN IRIBARREN CAVANILLES. INGENIERO DE CAMINOS

El autor prosigue su original trabajo estableciendo en este artículo la existencia de medios sistemas oscilatoriocentrífugos encadenados, que, entretenidos y amplificados por resonancia, vienen a sumar sus efectos con los ya descritos de la onda principal de marea.

VI

Debido a la interesante y decisiva acción de la fuerza centrífuga compuesta que, indudablemente, ha de ejercer su acción en amplias extensiones, no estimamos posible la simple *seiche* u oscilación ordinaria de grandes zonas oceánicas, más o menos arbitrariamente delimitadas, para luego, por simple superposición de dos de estas oscilaciones de direcciones cruzadas, dar origen al punto anfdrómico, situado en la intersección de sus dos líneas nodales, y similar al indicado en la figura 9.

En cambio, firmemente creemos en el movimiento que pudiéramos denominar oscilatoriocentrífugo, que vamos a explicar.

Si en la amplia zona oceánica, apoyada en la costa AB , representada en la figura 10, suponemos la existencia de una *seiche*, cuya oscilación, que denominamos longitudinal, por verificarse a lo largo de dicha costa, se efectúa en el sentido del eje de las y , la acción de la fuerza centrífuga compuesta perturba el movimiento supuesto, en la forma que vamos a indicar.

Antes de seguir adelante, hemos de hacer notar que, supuesta la distancia entre los dos bordes, o vientres consecutivos transversales, BC y AD , que delimitan la zona objeto del estudio, igual a la semilongitud de onda, L , el período propio de su libre oscilación será $2T$ que, por suponerlo igual al de la causa o fuerza productora, hará que estemos en presencia de una oscilación entretenida y amplificada por resonancia.

La única condición para que esta resonancia se verifique es que la amplia zona oceánica considerada

esté delimitada, además de por la larga costa de dirección AB , por dos costas o líneas límites, normales a ella y distantes entre sí un múltiplo de la semilongitud de onda progresiva libre:

$$L = T\sqrt{gH}.$$

Siendo así que, como es lógico y experimentalmente se ha comprobado, para que la onda estacionaria pueda establecerse, con apreciable amplitud, entre dos líneas reflejantes, o vientres del movimiento, es preciso que tengan éstos una anchura, transversal al movimiento, del orden del cuarto de longitud de onda, o sea $\frac{L}{2}$, razonablemente podemos suponer que la oscilación longitudinal, guiada por la costa AB , que le sirve de apoyo y que, indudablemente, ha de ir desapareciendo a cierta distancia de ella, tiene esa anchura, AD ó BC , aproximada a $\frac{L}{2}$, que es el mínimo necesario para que dicha oscilación pueda establecerse francamente.

Debido a esto, limitaremos, más adelante, nuestro estudio, referente a la figura 10, a la zona oceánica, que tiene L de longitud y $\frac{L}{2}$ de ancho, y veremos, además, que los resultados obtenidos, en dicho lógico supuesto, concuerdan fehacientemente con la realidad observada.

Como anteriormente se ha indicado, las velocidades moleculares de la larga y de gran período, onda de marea, cuya reflexión y cruce, en sentidos opuestos, pudieran originar la oscilación estacionaria que estamos estudiando, son pequeñísimas, por lo que, salvo en improbables casos de resonancias exactas, el frenado producido por la viscosidad será débil.

las ecuaciones anteriores se reducen a :

$$\left\{ \begin{aligned} y - y_0 = \xi &= f \frac{2}{a^2 \cos \frac{\pi}{2} \cdot \frac{a}{a_1}} \sin \frac{\pi}{2L} (L_1 + y_0) \times \\ &\times \sin \frac{\pi}{2L} (L_1 - y_0) \sin at = \frac{f}{a^2 \cos \frac{\pi}{2} \cdot \frac{a}{a_1}} \times \\ &\times \left(\cos \frac{\pi}{L} y_0 - \cos \frac{\pi}{L} L_1 \right) \sin at, \\ z_s - z_0 = -\zeta &= -f \frac{H}{a \sqrt{gH} \cos \frac{\pi}{2} \cdot \frac{a}{a_1}} \times \\ &\times \sin \frac{\pi}{L} y_0 \sin at. \end{aligned} \right.$$

Estas ecuaciones generales nos indican que, si suponemos la improbable resonancia exacta :

$$a = a_1, \quad \cos \frac{\pi}{2} \cdot \frac{a}{a_1} = 0,$$

la amplificación, si no infinita, por ser frenada por la viscosidad, sería muy grande, por lo que, en resonancia o sus proximidades, pequeñas causas pueden producir relativamente grandes efectos u oscilaciones, cuyas amplitudes dependerán más del grado de aproximación de la resonancia que de la intensidad de las causas productoras.

También se observa, aun en las proximidades de la resonancia, o sea con grandes amplificaciones, que si la oscilación es lenta, o sea si la velocidad angular forzada de la causa, $a = \frac{\pi}{T}$, es algo, aunque muy poco, menor que la correspondiente a la oscilación propia,

$$a_1 = \frac{\pi}{T_1}, \quad \cos \frac{\pi}{2} \cdot \frac{a}{a_1}$$

será positivo, por lo que la oscilación es directa, por corresponderle desplazamientos horizontales, en fase con la pequeña fuerza originaria.

Si, por el contrario, la oscilación forzada es rápida, o sea la velocidad angular de la fuerza es po-
quísimo mayor que la de la oscilación propia,

$$a > a_1, \quad \cos \frac{\pi}{2} \cdot \frac{a}{a_1}$$

se hace negativo, y la oscilación resulta invertida, o sea en oposición con su causa.

Si, en la zona de resonancia, es tan delicado el fenómeno que una pequeñísima variación en el período de la causa, o en el propio, puede invertir total-

mente su fase, ¿no parece, en general, y salvo alguna excepción, excesiva pretensión el querer determinar teóricamente si tal o cuál sistema oceánico, de compleja forma y profundidades desordenadamente variables, debe oscilar, en proximidad a dicha resonancia, directa o invertidamente al actuar sobre él una causa o perturbación astral, cuyo período y fase se conocen?

Más modesto, pero indudablemente más fructífero y eficaz, es proceder a la inversa, limitándonos a observar los hechos y deducir sus consecuencias.

Seguimos estimando que, en estos complejos y delicados temas, deben de ir siempre los sentidos por delante de la razón, sirviéndole de eficaz guía y prudente freno.

Cerca de la resonancia, la longitud del canal oscilante $2L_1$ será aproximadamente igual a L , por lo que si, para simplificar, denominamos

$$2r'_s = 2h = \frac{f \cdot H}{a \sqrt{gH} \cos \frac{\pi}{2} \cdot \frac{a}{a_1}}$$

a la semiamplitud máxima de las oscilaciones verticales superficiales, obtenemos que las semiamplitudes máximas de las oscilaciones moleculares horizontales, que valen

$$\frac{f}{a^2 \cos \frac{\pi}{2} \cdot \frac{a}{a_1}},$$

se reducen a $2r = 2r'_s K$, con sólo recordar que

$$K = \cot h \frac{\pi H}{L} = \frac{1}{\operatorname{tg} h \frac{\pi H}{L}} = \frac{1}{\frac{\pi H}{L}} = \frac{L}{\pi H}$$

en la larga onda progresiva libre de marea de igual período que la fuerza y que, consiguientemente,

$$T = \sqrt{\frac{\pi}{g} L K} = \sqrt{\frac{\pi}{g} L \cdot \frac{L}{\pi H}} = \frac{L}{\sqrt{gH}} = \frac{\pi}{a}$$

Como inmediata consecuencia de todo ello, las ecuaciones que nos ocupan se reducen, en resonancia, a

$$\left\{ \begin{aligned} y - y_0 = \xi &= 2r \sin \frac{\pi}{T} t \cos \frac{\pi}{L} y_0; \\ z_s - z_0 = -\zeta &= -2h \sin \frac{\pi}{T} t \sin \frac{\pi}{L} y_0. \end{aligned} \right.$$

La primera es general para todas las profundidades en las que, como repetidas veces hemos indicado,

los desplazamientos moleculares son iguales, y la segunda es el caso particular, referente a la superficie, de la ecuación general

$$z = z_0 - 2r' \operatorname{sen} \frac{\pi}{T} t \operatorname{sen} \pi \frac{y_0}{L},$$

aplicable a todas las profundidades con sólo recordar que

$$r = h \frac{\operatorname{sen} h \pi \frac{H - z_0}{L}}{\operatorname{sen} h \pi \frac{H}{L}} = hK, \quad r' = h \frac{\operatorname{sen} h \pi \frac{H - z_0}{L}}{\operatorname{sen} h \pi \frac{H}{L}}$$

Conviene aclarar que si la amplificación no es infinita, más que al frenado originado por la viscosidad, esto es debido a que no es probable que las resonancias sean nunca exactas, por lo que, si además recordamos que en estas fuertes aunque finitas amplificaciones, poco o nada supone la pequeña fuerza originaria en relación con las aceleraciones, es lógico que, partiendo de las ecuaciones de las oscilaciones forzadas, hayamos llegado, en resonancia aproximada, a las de las libres, en cuyas ecuaciones de equilibrio dinámico sólo intervienen las derivadas parciales de las presiones y las aceleraciones, por ser prácticamente despreciables, repetimos, en relación con ellas, las pequeñas fuerzas exteriores y el frenado originado por la viscosidad, en dichas resonancias nada más que aproximadas.

Obtenemos, en definitiva, que las ecuaciones del movimiento oscilatorio estacionario, ya amplificado por resonancia aproximada y originario de los que a continuación vamos a estudiar, son, en tres dimensiones,

$$\begin{cases} x = x_0 \\ y = y_0 + 2r \operatorname{sen} \pi \frac{t}{T} \cos \pi \frac{y_0}{L} \\ z = z_0 - 2r' \operatorname{sen} \pi \frac{t}{T} \operatorname{sen} \pi \frac{y_0}{L}. \end{cases}$$

Esta oscilación originaria longitudinal, que afecta a grandes zonas oceánicas, no puede existir sin ser perturbada por la fuerza centrífuga compuesta en la forma que vamos a exponer, recordando, una vez más, que los movimientos moleculares, de alguna importancia, en la marea oceánica y, consiguientemente sus velocidades, son sensiblemente horizontales.

Dicha fuerza centrífuga compuesta, medida por su aceleración normal a la dirección del movimiento, o sea paralela al eje x , valdrá:

$$J_{cx} = 2\omega v_y \operatorname{sen} \lambda;$$

que, por ser

$$v_y = \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{2\pi r}{T} \cos \pi \frac{t}{T} \cos \pi \frac{y_0}{L},$$

resulta ser:

$$J_{cx} = 2\omega \operatorname{sen} \lambda \frac{2\pi r}{T} \cos \pi \frac{t}{T} \cos \pi \frac{y_0}{L}.$$

Recordando que, en la marea semidiurna, $2\omega \simeq \frac{\pi}{T}$ se obtiene:

$$J_{cx} = \operatorname{sen} \lambda \frac{2\pi^2 r}{T^2} \cos \pi \frac{t}{T} \cos \pi \frac{y_0}{L}.$$

Esta causa o fuerza unitaria armónica, constante en cada instante, para cada rebanada de anchura dy_0 , determinada por cada valor de y_0 , originará en todas y cada una de ellas una oscilación transversal originada por la fuerza

$$X = J_{cx} = f_{cx} \cos \frac{\pi}{T} t = f_{cx} \cos at.$$

Por analogía con las ecuaciones obtenidas anteriormente, las correspondientes a estas oscilaciones forzadas transversales centrífugas, referentes a la figura 10, serán:

$$\begin{cases} x - x_0 = \frac{f_{cx}}{a^2 \cos \frac{\pi}{2} \cdot \frac{a}{a^2}} \left(\cos \frac{\pi}{L} x_0 - \cos \frac{\pi}{L} L_2 \right) \cos at; \\ z_s - z_0 = -f_{cx} \frac{H}{a \sqrt{gH} \cos \frac{\pi}{2} \cdot \frac{a}{a^2}} \operatorname{sen} \frac{\pi}{L} x_0 \cos at, \end{cases}$$

en las que a_2 y $2L_2$ son, respectivamente, la velocidad angular de la oscilación propia y la longitud del canal oscilante en sentido transversal, $f_{cx} \cos at$ es la fuerza originaria, y H la profundidad media de todos y cada uno de estos canales transversales, de anchura dy , indudablemente igual a la de toda la zona $ABCD$, objeto de nuestro estudio.

La semilongitud de la onda progresiva libre, del mismo período que la fuerza, continuará siendo

$$T \sqrt{gH} = L.$$

Sustituyendo

$$J_{cx} = f_{cx} \cos at = 2a^2 r \operatorname{sen} \lambda \cos \frac{\pi}{L} y_0 \cos at,$$

y recordando que

$$r = hK = h \frac{L}{\pi H} \quad \text{y} \quad \frac{L}{\sqrt{gH}} = \frac{\pi}{a},$$

obtenemos:

$$\left\{ \begin{aligned} x - x_0 &= \frac{2r \operatorname{sen} \lambda}{\cos \frac{\pi}{2} \cdot \frac{a}{a_2}} \left(\cos \frac{\pi}{L} x_0 - \cos \frac{\pi}{L} L_2 \right) \times \\ &\quad \times \cos \frac{\pi}{L} y_0 \cos \frac{\pi}{T} t; \\ z_s - z_0 &= - \frac{2h \operatorname{sen} \lambda}{\cos \frac{\pi}{2} \cdot \frac{a}{a_2}} \operatorname{sen} \frac{\pi}{L} x_0 \times \\ &\quad \times \cos \frac{\pi}{L} y_0 \cos \frac{\pi}{T} t. \end{aligned} \right.$$

En el citado caso de la figurá 10 que nos ocupa, en el que ya hemos justificado que $2L_2 \simeq \frac{L}{2}$, y como consecuencia:

$$\frac{a}{a_2} = \frac{T_0}{T} = \frac{2L_2}{\sqrt{gH}}; \quad \frac{L}{\sqrt{gH}} = \frac{2L_2}{L} = \frac{1}{2},$$

deducimos:

$$\left\{ \begin{aligned} x - x_0 &= 2\sqrt{2} r \operatorname{sen} \lambda \left(\cos \frac{\pi}{L} x_0 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \times \\ &\quad \times \cos \frac{\pi}{L} y_0 \cos \frac{\pi}{T} t; \\ z_s - z_0 &= -2\sqrt{2} h \operatorname{sen} \lambda \operatorname{sen} \frac{\pi}{L} x_0 \times \\ &\quad \times \cos \frac{\pi}{L} y_0 \cos \frac{\pi}{T} t. \end{aligned} \right.$$

Generalizada esta última a todas profundidades, podemos escribir las ecuaciones generales del movimiento centrífugo transversal estudiado, en tres dimensiones:

$$\left\{ \begin{aligned} x &= x_0 + 2\sqrt{2} r \operatorname{sen} \lambda \left(\cos \frac{\pi}{L} x_0 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \times \\ &\quad \times \cos \frac{\pi}{L} y_0 \cos \frac{\pi}{T} t; \\ y &= y_0; \\ z &= z_0 - 2\sqrt{2} r' \operatorname{sen} \lambda \operatorname{sen} \frac{\pi}{L} x_0 \cos \frac{\pi}{L} y_0 \cos \frac{\pi}{T} t. \end{aligned} \right.$$

Como en todo lo que antecede, y tratándose de pequeños movimientos, en relación con la gran onda de marea, podemos hallar, en primera aproximación, el movimiento resultante, con sólo superponer o totalizar los desplazamientos de la onda originaria longitudinal, ya amplificada por resonancia, y los de la oscilación transversal centrífuga, que acabamos de determinar.

Obtenemos así las ecuaciones generales del movimiento resultante:

$$\left\{ \begin{aligned} x &= x_0 + 2\sqrt{2} r \operatorname{sen} \lambda \left(\cos \frac{\pi}{L} x_0 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \times \\ &\quad \times \cos \frac{\pi}{L} y_0 \cos \frac{\pi}{T} t; \\ y &= y_0 + 2r \operatorname{sen} \frac{\pi}{T} t \cos \frac{\pi}{L} y_0; \\ z &= z_0 - 2r' \left(\operatorname{sen} \frac{\pi}{T} t \operatorname{sen} \frac{\pi}{L} y_0 + \operatorname{sen} \lambda \sqrt{2} \times \right. \\ &\quad \left. \times \operatorname{sen} \frac{\pi}{L} x_0 \cos \frac{\pi}{L} y_0 \cos \frac{\pi}{T} t \right). \end{aligned} \right.$$

Las cotidales o lugares geométricos de los máximos superficiales de z los obtenemos igualando su derivada a cero, o sea:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = - \frac{2\pi h}{T} \cos \pi \frac{t}{T} \operatorname{sen} \pi \frac{y_0}{L} + \frac{2\pi h}{T} \times \\ \times \operatorname{sen} \lambda \sqrt{2} \cos \pi \frac{y_0}{L} \operatorname{sen} \pi \frac{t}{T} \operatorname{sen} \pi \frac{x_0}{L} = 0;$$

de donde la ecuación de las cotidales se reduce a

$$\operatorname{tg} \pi \frac{t}{T} = \frac{1}{\sqrt{2} \operatorname{sen} \lambda} \cdot \frac{\operatorname{tg} \pi \frac{y_0}{L}}{\operatorname{sen} \pi \frac{x_0}{L}};$$

Estos sistemas oscilantes, que hemos denominado oscilatoriocentrífugos pueden clasificarse en débilmente o fuertemente centrífugos, según que su latitud media, o sea la de su centro, sea baja o alta.

Como instructivos ejemplos hemos dibujado los de las figuras 10, 11 y 12, correspondientes a valores de dicha latitud media λ , iguales a 90° , 45° y 10° .

Si se comparan sus cotidales con las de los sistemas oscilantes ordinarios cruzados, representados en la figura 9, se observa una primera e importantísima diferencia, cual es que así como en estos últimos las cotidales son normales a las líneas BC y AD , límites transversales de cada uno de los sistemas simples oscilantes, en cambio, en todos los sistemas oscilatoriocentrífugos las cotidales se abaten paralelamente a dichas líneas límite, BC y AD , que son a su vez líneas cotidales. Esto hace posible el apoyo mutuo simultáneo de las ondas oscilatoriocentrífugas, de dos sistemas contiguos, a lo largo de dichas líneas límites cotidales.

Vista esta posibilidad, y girando los sistemas oscilatoriocentrífugos en el mismo sentido en cada hemisferio, el dextrorsum en el Sur y sinistrorsum en

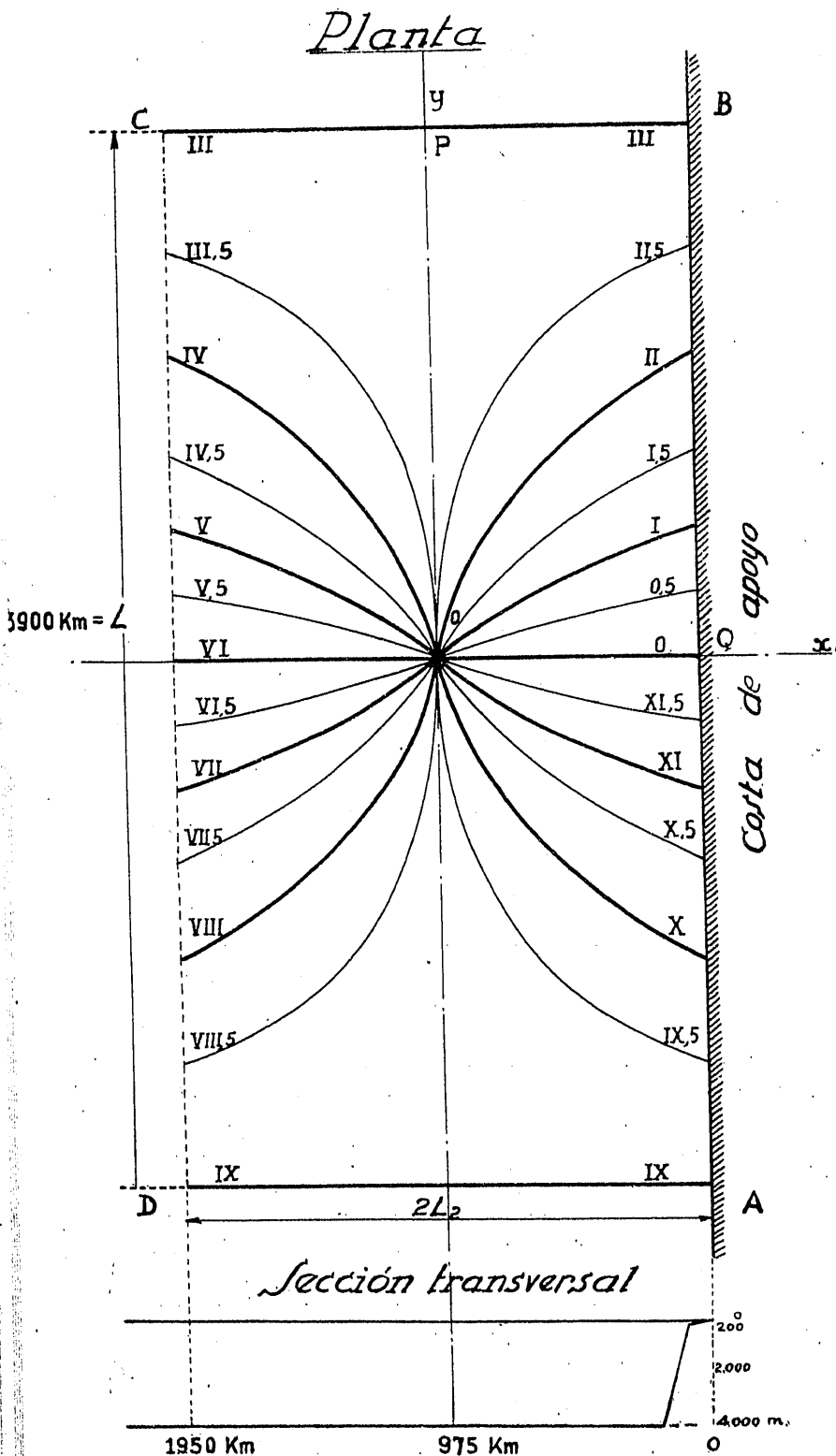


Fig. 11. — Sistema oscilatoriocentrífugo. Latitud $\lambda = 45^\circ$.

el Norte, podemos admitir una supuesta cadena de sistemas simples, tal como la de la figura 13, en la que, fácilmente, se ve el posible y ordenado movimiento resultante, que produce, en cada costa, el efecto de una onda progresiva que avanzará en determinada dirección en un hemisferio, y en la contraria en el otro.

En cambio, aun admitiendo el movimiento oscilatorio ordinario, imposible realmente sin que se produzca la perturbación centrífuga explicada, las cotidales de la figura 9 no pueden dar lugar a nada semejante por faltar el necesario y simultáneo apoyo mutuo de las ondas en las rectas límites de los sistemas simples, debido a que las cotidales, de dos sistemas contiguos, avanzarían en sentido contrario por dichas rectas límites, BC y AD, si el sentido de giro, de todos los sistemas supuestos en cada hemisferio, es lógicamente el mismo, lo que es condición necesaria para dar origen a la marea progresiva que se observa en las costas.

Además de esta importantísima condición, que hace compatible la existencia de los sistemas oscilatoriocentrífugos encadenados con el avance de una marea progresiva en las costas, hay otra circunstancia que prueba fehacientemente la existencia de estos sistemas o, mejor dicho, de sus mitades, en la naturaleza.

Así como es sabido que, si prescindiendo de la fuerza centrífuga compuesta, pueden existir medios sistemas oscilantes ordinarios, formados por entrantes de la costa, cuyo fondo, en planta, sea del orden de $\frac{L}{2}$, también pueden existir, y existen, medios sistemas oscilatoriocentrífugos encadenados y, aunque oceánicos, apoyados a lo largo de las costas continentales.

Viene a ser, en cierto modo nada más, como si en la figura 13 sólo considerásemos la parte de la derecha de su eje MN.

Las cosas son, en realidad, un poco más complicadas para su desarrollo teórico, de vanidosa e inasequible exactitud, y bastante más sencillas en relación a la verdadera forma de producirse el fenómeno.

Hemos indicado ya que el movimiento oscilatorio longitudinal, amplificado por resonancia y causante de todos los demás mo-

vimientos centrífugos, adquiere realidad por estar encuazado por la costa longitudinal de apoyo, y debido a lo cual, y también muy principalmente a que si hay resonancia en las proximidades de las costas irá disminuyendo a medida que las profundidades medias sean mayores, manteniéndose fijas las distancias entre los vientres, pierde amplitud la oscilación a medida que nos separamos de dicha costa y se anula prácticamente a cierta distancia de ella que, justificadamente, hemos supuesto se aproxima al cuarto de la longitud de onda.

Si esto es aproximadamente así, y los resultados obtenidos parecen confirmarlo, solamente para los cálculos en primera aproximación que hemos desarrollado, podemos admitir que la altura $4h$ de la oscilación vertical en los vientres se mantiene constante a lo largo de dichos vientres AD y BC (figura 10), para anularse, bruscamente, en dichos puntos extremos C y D .

En realidad, dicha altura, y consiguientemente la oscilación originaria, han de ir disminuyendo gradual y continuamente desde la costa, en donde la hemos denominado $4h$, hasta el límite CD , donde será aproximadamente nula.

Siendo pequeñas las carreras verticales de marea en las zonas centrales, próximas al eje MN , y tendiendo a desaparecer la oscilación longitudinal originaria en las proximidades de dicho límite, CD , que es únicamente donde pudieran adquirir alguna importancia las amplitudes de carrera de marea, por este lado oceánico del sistema oscilatoriocentrífugo, desaparecerán también todos sus efectos, teniendo únicamente realidad práctica el fenómeno en su parte costera, o sea hacia la derecha del citado eje MN de la figura 13, esfumándose, por decirlo así, hacia el otro lado, falto de apoyo.

Esto explica también que la segunda perturbación centrífuga, y consiguientemente todas las demás sucesivas, originada por las velocidades paralelas al eje x , producidas por la primera, que acabamos de estudiar, carezca de importancia real debido a que ya en la zona central próxima al eje MN , que es donde únicamente pudiera adquirir importancia, la amplitud del fenómeno, y consiguientemente la de las per-

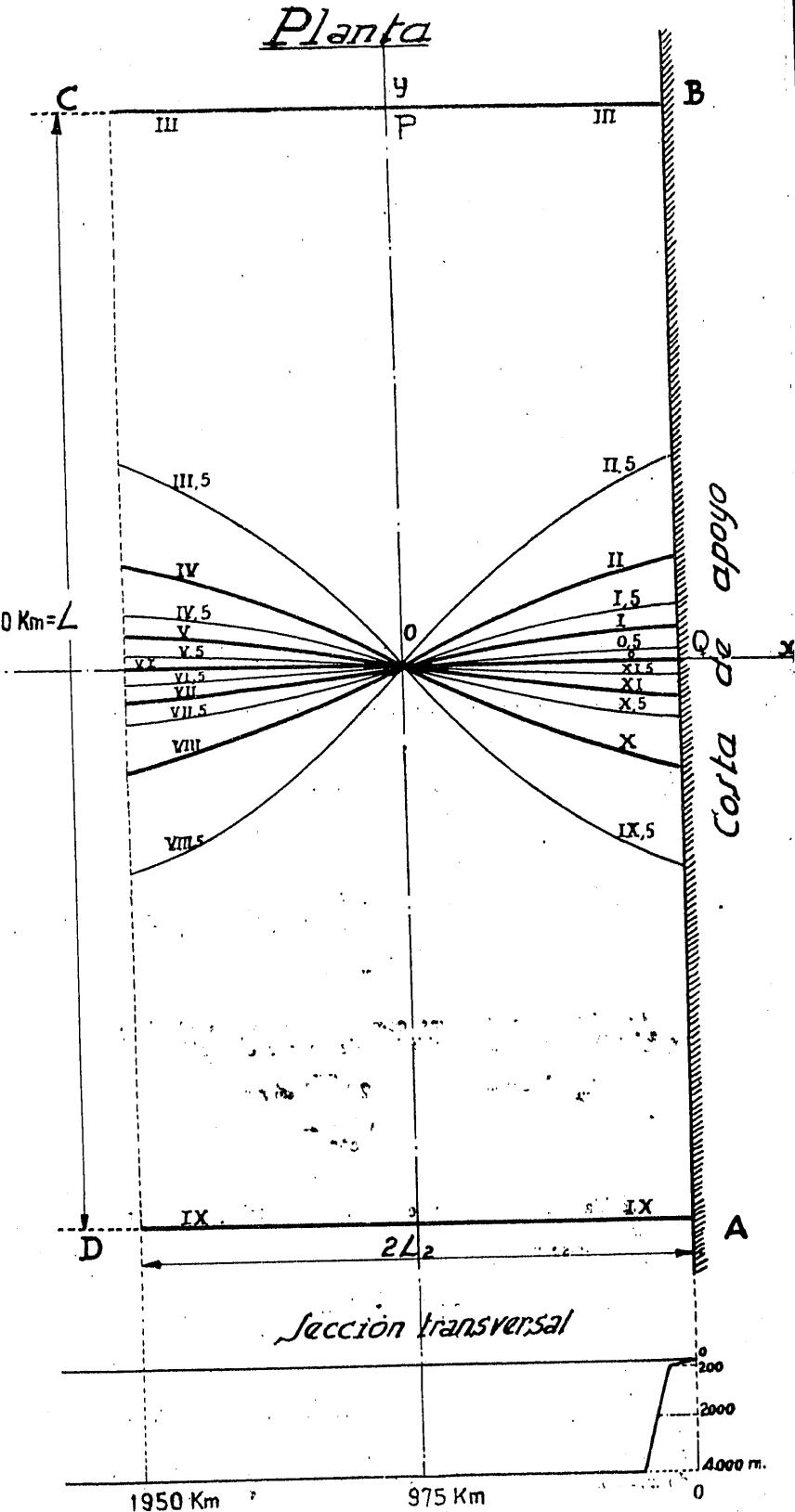


Fig. 12. — Sistema oscilatoriocentrífugo. Latitud $\lambda = 10^\circ$.

turbaciones que pudiera originar, es mucho menor que en la zona costera (1).

También las someras plataformas costeras y sus rápidas bajadas hasta las profundidades batiales, indicadas esquemáticamente en las secciones transversales de las figuras 10, 11 y 12, pudieran ser causa de que los relativamente amplios movimientos costeros se diluyan y pierdan importancia en las profundas zonas oceánicas, y todo ello pudiera ser causa también de que las distancias de los centros de los sistemas oscilatoriocentrífugos hasta la costa de apoyo

no sean exactamente iguales a $\frac{L}{4}$, aunque poca importancia práctica tiene que zonas en las que las mareas son nulas estén algo más cercanas o alejadas de las costas.

En pretendida segunda aproximación, pudieran afinarse más los cálculos precedentes, partiendo de una ley descendente de amplitudes a lo largo de los vientres *AD* y *BC* de la onda originaria, más o menos plausiblemente establecida y también admitiendo una ley continua de variación de latitudes dentro del sistema ondulatoriocentrífugo en lugar de tomar la media correspondiente a su centro; pero, más que pro-

(1) Aun admitiendo, nada más que hipotéticamente, que la altura de oscilación vertical $4h$ se mantiene constante a lo largo de los vientres *AD* y *BC*, de la figura 10, puede comprobarse que la suma de la segunda perturbación centrífuga y de las demás sucesivas sería de pequeña importancia.

En efecto: las velocidades, paralelas al eje *x*, originadas por la primera y decisiva perturbación centrífuga que acabamos de estudiar, valen:

$$v_x = \frac{\partial x}{\partial t} = -2\sqrt{2} ar \sin \lambda \left(\cos \frac{\pi}{L} x_0 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \times \cos \frac{\pi}{L} y_0 \sin at.$$

Las fuerzas centrífugas compuestas, paralelas al eje *y*, originadas por estas velocidades, tienen por expresión

$$j_{cy} = -2\omega v_x \sin \lambda = 2\sqrt{2} a\omega r \sin^2 \lambda \times \left(\cos \frac{\pi}{L} x_0 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \cos \frac{\pi}{L} y_0 \sin at,$$

que tenida cuenta de que, en la marea semidiurna, $2\omega = \frac{\pi}{T} = a$ se reduce a

$$j_{cy} = \sqrt{2} a^2 r \sin^2 \lambda \left(\cos \frac{\pi}{L} x_0 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \times \cos \frac{\pi}{L} y_0 \sin at.$$

La mayor perturbación u oscilación longitudinal producida en cada rebanada de anchura dx_0 , determinada por cada valor de y_0 , correspondería al propio eje *y*, por lo que, haciendo $x_0 = 0$, obtenemos su expresión a lo largo de dicho eje:

$$j_c y_0 = a^2 r \sin^2 \lambda (\sqrt{2} - 1) \cos \frac{\pi}{L} y_0 \sin at.$$

bablemente, el pretendido aumento de exactitud así obtenido sería ilusorio, en la mayoría de los casos reales de aplicación, pues las caóticas condiciones de contorno impuestas por las irregulares formas de las costas y caprichosa distribución de cotidales han de ser causa forzosa de inexactitudes de cálculo mucho más importantes que las que tratamos de afinar.

De todos modos, si no en este estudio general, en el que solamente pretendemos explicar las cosas más bien cualitativa que cuantitativamente, quizás tratemos de afinarlas más en futuros estudios de casos particulares concretos, y siempre a base de datos reales que pudiéramos recopilar, en su día.

De momento, podemos indicar que, habiendo denominado z *h* a la semialtura ventral de un sistema oscilatoriocentrífugo cualquiera, la semialtura nodal en la costa la podemos deducir de la expresión general de z , últimamente determinada, haciendo

$$t = 0, \quad x_0 = L_2 = \frac{L}{4}, \quad y_0 = 0, \quad z_0 = 0.$$

con lo que obtenemos para dicha semialtura nodal costera la sencilla expresión $z = z h \sin \lambda$, que se aproxima bastante a la mayoría de los valores observados.

Su valor máximo corresponde al origen de coordenadas $y_0 = 0$:

$$j_c y_0 \text{ máx.} = a^2 r \sin^2 \lambda (\sqrt{2} - 1) \sin at;$$

y si, aproximadamente, admitimos que el efecto de estas fuerzas unitarias:

$$j_c y_0 = j_c y_0 \text{ máx.} \cos \frac{\pi}{L} y_0$$

es igual al de su media:

$$j_c y_0 \text{ med.} = \frac{2}{\pi} j_c y_0 \text{ máx.}$$

obtenemos la expresión de los desplazamientos verticales, superficiales, originados por la fuerza unitaria

$$Y = j_c y_0 \text{ med.} = f_y \sin at$$

a lo largo del repetido eje *y*:

$$\zeta = f_y \frac{H_3}{a\sqrt{gH_3} \cos \frac{\pi}{2} \frac{a}{a_3}} \sin \frac{\pi}{L_3} y_0 \sin at;$$

en la que $a_3 = \frac{\pi}{T_3}$, es la velocidad angular correspondiente al período propio de oscilación

$$2 T_3 = \frac{2L}{\sqrt{gH_3}}$$

del canal de longitud *L*, fijada por las condiciones límites y profundidad media batial $H_3 \approx 4000$ m., correspondiente a la zona central próxima al eje *y*,

$$y \quad L_3 = T \sqrt{gH_3}.$$

Debe de advertirse también que algunos sistemas centrífugos pueden aparecer como más débiles de lo que en realidad les corresponde por su latitud, debido a que, no siendo su costa de apoyo continua, se pierda algo de su oscilación centrífuga transversal a través de sus aberturas.

Otra causa también, más aparente que real, de posible perturbación en los movimientos de los sistemas oscilatoriocentrífugos, enlazados en la forma indicada en la figura 13, podría ser la oscilación longitudinal costera que pudiera establecerse como consecuencia de las diferencias de fase y amplitud de las oscilaciones transversales centrífugas, pero basta observar que siendo las profundidades medias de las plataformas costeras, que es donde únicamente pudieran tener realidad práctica dichas perturbaciones, muchísimo menores que las correspondientes a las de todo el sistema oscilatoriocentrífugo, su período pro-

pio de oscilación sería muchísimo mayor que el de aquél, por lo que la oscilación costera que pretendiera establecerse, por esta causa, sería no ya rápida, sino rapidísima, para el sistema costero en cuestión, por lo que apenas entrará en oscilación apreciable alguna originada por esta causa.

Todo esto aclarado, la otra fehaciente prueba, a la que hemos hecho mención anteriormente, referente a la existencia real de estos medios sistemas ondulatoriocentrífugos encadenados, consiste en que si, como se ha hecho en la figura 13, encadenando varios sistemas correspondientes a latitudes crecientes, vemos que, aunque la velocidad media de avance de la marea progresiva costera resultante es la misma para todos y para cada uno de ellos, no sucede lo mismo en lo que se refiere al avance horario de las cotidales que, si bien progresan uniformemente en los sistemas fuertemente centrífugos, no lo hacen así en los débilmente

es la semilongitud de la onda libre del mismo período que la fuerza, pero que se propaga en la profundidad H_0 .

El valor máximo de este desplazamiento, correspondiente

a $t = \frac{T}{2}$, $y_0 = \frac{L}{2}$, y recordando que

$$r = hK = \frac{hL}{\pi H} \quad \text{y} \quad \frac{a}{\sqrt{gH}} = \frac{\pi}{L}$$

vale:

$$\zeta_{\text{máx.}} = h \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{H_3}{H}} \text{sen}^2 \lambda (\sqrt{2} - 1) \times \frac{1}{\cos \frac{\pi}{2} \cdot \frac{a}{L_3}}$$

que por ser, como más adelante se justifica, la profundidad media del sistema oscilatorio centrífugo $H \approx 3000$ m., deducimos:

$$\frac{a}{L_3} = \frac{L}{L_3} = \sqrt{\frac{H}{H_3}} = \sqrt{\frac{3000}{4000}} = 0,865$$

y obtenemos:

$$\zeta_{\text{máx.}} = 2h \frac{2,2}{\pi} \text{sen}^2 \lambda,$$

que es el máximo valor de la segunda perturbación centrífuga, en el extremo P del eje y .

Los valores de esta segunda perturbación, cuyo máximo corresponde a P y que se anula en B y C , se aproximan suficientemente a $\zeta = \zeta_{\text{máx.}} \cos \frac{\pi}{2L_2} x_0$.

También, lógicamente, podemos admitir que sus efectos se aproximan a los de su media:

$$\frac{2}{\pi} \zeta_{\text{máx.}} = 2h \frac{2}{\pi} \frac{2,2}{\pi} \text{sen}^2 \lambda < 2h \left(\frac{2,2}{\pi} \text{sen} \lambda \right)^2.$$

Si hemos visto ya que la oscilación originaria longitudinal,

de semialtura $2h$ constante, a lo largo del vientre BC , origina una perturbación centrífuga, cuyo máximo, situado en Q , vale $2h \text{sen} \lambda$, esta segunda oscilación, de semialtura también constante,

$$2h \left(\frac{2,2}{\pi} \text{sen} \lambda \right)^2,$$

originará una tercera perturbación centrífuga, cuyo máximo, situado también en Q , valdrá:

$$2h \text{sen} \lambda \left(\frac{2,2}{\pi} \text{sen} \lambda \right)^2.$$

Si la primera perturbación centrífuga, cuyo máximo, en Q , vale $2h \text{sen} \lambda$, produce una segunda cuyo límite máximo

en P es $2h \text{sen} \lambda \times \frac{2,2}{\pi} \text{sen} \lambda$, la tercera perturbación, cuyo

máximo, también en Q , vale $2h \text{sen} \lambda \left(\frac{2,2}{\pi} \text{sen} \lambda \right)^2$ producirá,

a su vez, una cuarta perturbación, cuyo límite máximo, en P , valdrá $2h \text{sen} \lambda \left(\frac{2,2}{\pi} \text{sen} \lambda \right)^3$, y así sucesiva e ilimitadamente.

Tenemos, en definitiva, que además de la oscilación longitudinal originaria, de semialtura constante $2h$ a lo largo de sus vientres BC y AD , y de la primera y decisiva perturbación centrífuga, cuyo máximo en Q vale $2h \text{sen} \lambda$, existiría una serie ilimitada de perturbaciones, cuyos valores máximos tendrían por límites superiores la siguiente progresión:

2.^a $2h \text{sen} \lambda \times \frac{2,2}{\pi} \text{sen} \lambda$

3.^a $2h \text{sen} \lambda \left(\frac{2,2}{\pi} \text{sen} \lambda \right)^2$

4.^a $2h \text{sen} \lambda \left(\frac{2,2}{\pi} \text{sen} \lambda \right)^3$

5.^a $2h \text{sen} \lambda \left(\frac{2,2}{\pi} \text{sen} \lambda \right)^4$

y así sucesiva e ilimitadamente.

centrífugos, en los que las cotidales se concentran en la zona nodal para espaciarse en las ventrales, del movimiento ondulatorio originario.

Como puede observarse en la figura 14, este interesante resultado se comprueba plenamente en todos los sistemas oscilatoriocentrífugos que se observan en el Globo y que, no sólo en su conjunto, sino en sus más significativos detalles, coinciden con los resultados obtenidos mediante la generalización de dichos interesantísimos sistemas.

Siendo, como se indicó al principio de este estudio, el Pacífico el océano principal en lo que a sus dimensiones y consiguientes efectos de marea se refiere, es lógico que la más amplia cadena de sistemas oscilatoriocentrífugos esté constituida por la que bordea sus amplias costas, que, con cierta continuidad, se extiende desde el continente Antártico a los mares de la China, abarcando las tres Américas y la parte oriental de Asia.

Esta gran cadena consta, en realidad, de dos ra-

La suma de las perturbaciones máximas pares, correspondientes al punto *P*, o su simétrico, valen:

$$S_P = 2h \frac{\frac{2,2}{\pi} \operatorname{sen}^2 \lambda}{1 - \left(\frac{2,2}{\pi} \operatorname{sen} \lambda\right)^2}$$

La suma de las máximas perturbaciones impares, correspondientes a *Q*, es:

$$S_Q = 2h \operatorname{sen} \lambda \frac{\left(\frac{2,2}{\pi} \operatorname{sen} \lambda\right)^2}{1 - \left(\frac{2,2}{\pi} \operatorname{sen} \lambda\right)^2}$$

Salvo en irreales casos de latitudes extremas, en los que la viscosidad frenaría los movimientos, estas perturbaciones totales, límites excesivos, suponen poco en relación, respectivamente, con las amplitudes $2h$ y $2h \operatorname{sen} \lambda$, que son las debidamente tenidas en cuenta en la oscilación originaria y decisiva y primera perturbación centrífuga.

Determinadas estas sumas totales de perturbaciones, fácil sería deducir las ecuaciones del movimiento que las tuviese en cuenta, quizás cuya principal, pero generalmente despreciable consecuencia, sería que, en el punto nodal *Q* de la costa, la semialtura de marea tuviese por límite superior

$$2h \operatorname{sen} \lambda \left[1 + \frac{\left(\frac{2,2}{\pi} \operatorname{sen} \lambda\right)^2}{1 - \left(\frac{2,2}{\pi} \operatorname{sen} \lambda\right)^2} \right]$$

en lugar de $2h \operatorname{sen} \lambda$; pero no hay que olvidar que, en la realidad, y como lógica consecuencia de la ya explicada y seguramente rápida disminución de amplitudes de la oscilación originaria longitudinal, a medida que nos separamos de la costa *AB*, la amplitud del fenómeno, y lógicamente la de la segunda y demás sucesivas perturbaciones, resultará muy aminorada en las proximidades del eje *y*, que es únicamente donde dicha segunda perturbación pudiera adquirir alguna importancia.

mas: una, que, como puede verse en la citada figura 14, se extiende desde la América Central hasta el continente Antártico, constituida por dos sistemas elementales oscilatoriocentrífugos, y otra, que se extiende, en sentido contrario, desde las mismas costas ecuatoriales de la América Central hasta los mares de la China, y está constituida por cuatro sistemas elementales.

No es necesario aclarar que, como es lógico y se ha comprobado experimentalmente, las costas de apoyo de estas cadenas pueden formar ángulos menores que 180° , cuyas bisectrices sean líneas ventrales.

De acuerdo con el sentido de giro de las cotidales en cada hemisferio, indicado anteriormente, se produce el avance de la hora cotidial hacia el NO. en las costas de la América del Norte y que continúa propagándose hacia el SO. en la zona asiática de enfrente.

En cambio, y por la misma razón, en el hemisferio Austral, el avance de las cotidales es hacia el Sur, a partir de la América Central ecuatorial, hasta el continente Antártico.

Las horas cotidales que regulan al fenómeno, o sea a sus

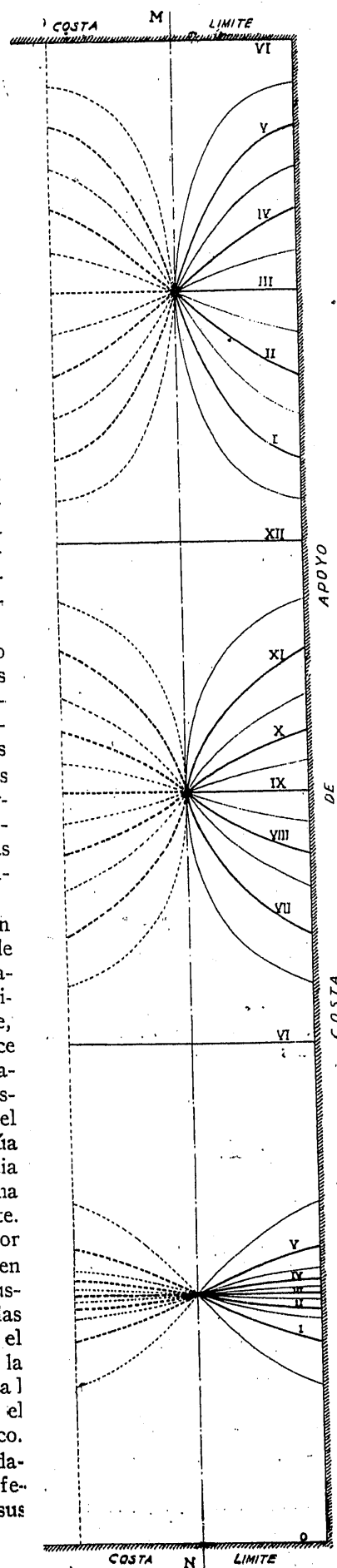


Fig. 13. — Cadena oscilatoriocentrífuga.

oscilaciones que hemos denominado longitudinales originarias, son las IX, que es además la hora inicial de las dos ondas progresivas que, a partir de la misma zona de la América Central, avanzan en ambas direcciones y que detalladamente hemos descrito anteriormente, y las III.

Pudieran estas horas avanzar algo y ser la VIII,5 y las II,5, pero ya hemos repetido, innumerables veces, que estas precisiones no interesan en este estudio global del fenómeno, en el que sólo pretendemos describir y explicar su proceso y marcha general, sin pretensión de exactitud alguna.

La cadena del Pacífico Norte se extiende, pues, desde la América Central, en las proximidades de Panamá, donde se indicó ya que tiene su origen principal el interesante fenómeno de las mareas que nos ocupa, hasta el extremo Sur del Japón, estando, en realidad, limitado un poco más al Norte por la amplia y larga plataforma sumergida sobre la que se asientan las Marianas y que arranca en la zona de Tokio.

Dada la profundidad de esta plataforma sumergida, la oscilación que se produce al Este de ella la rebasa hacia el Oeste, llegando hasta el Sur del Japón y extendiéndose, casi simultáneamente, hasta las Filipinas. A este efecto puede también, cooperar eficaz-

mente la llegada, casi simultánea a esta región, de la protuberancia central pacífica.

El sistema o cadena de sistemas elementales Pacífico Sur, se extiende desde la repetida zona ecuatorial de la América Central hasta el continente Antártico.

Los cuatro sistemas elementales que constituyen la cadena Pacífico Norte y los dos que constituyen la del Pacífico Sur, así como los demás sistemas ondulatoriocentrífugos que reseñamos a continuación, tienen una longitud que, salvo no excesivas diferencias originadas por variaciones de las profundidades medias, se aproximan, como valor también medio, a $L = 35^\circ = 3885$ Km., lo que, dado el semiperíodo aproximado $T = 22\ 350$ segundos de la marea semi-diurna y la expresión de la celeridad, $C = \sqrt{gH}$, corresponde a una profundidad media $H \simeq 3\ 000$ m., que es aceptable, como valor medio, para estas zonas oceánicas próximas a las costas y cuyas plataformas abarcan.

Ya se ha indicado anteriormente que la profundidad media de 4 000 m., supuesta al principio de este estudio, era excesiva para zonas oceánicas costeras.

Nótese cómo la observación confirma, hasta en sus detalles, los resultados obtenidos mediante estos sistemas ondulatoriocentrífugos, pues, como debe suceder,

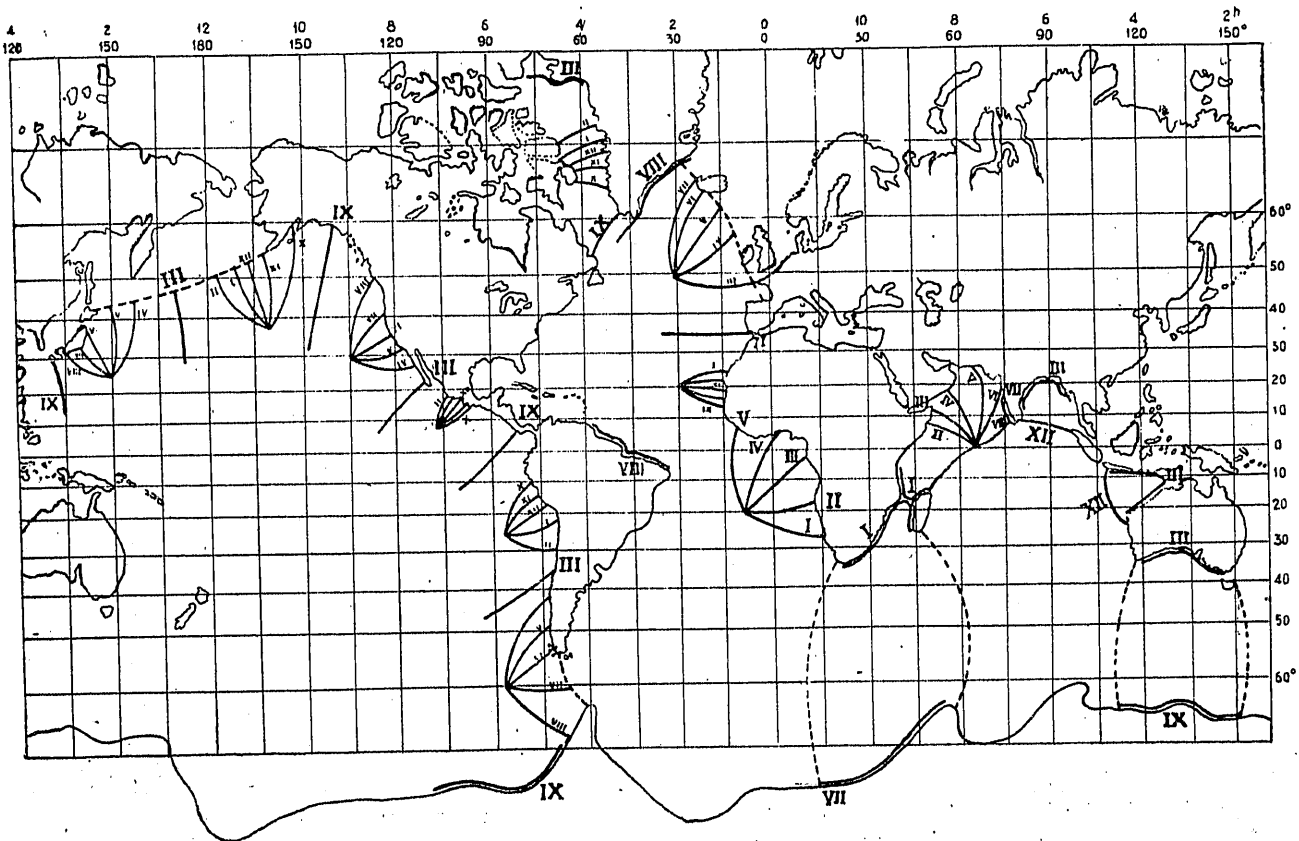


Fig. 14. — Sistemas oscilatoriocentrífugos.

en los débilmente centrífugos, correspondientes a bajas latitudes, las cotidales se concentran en las zonas nodales, como acentuadamente sucede en las horas X, XI, XII, I y II en las costas mejicanas y, menos acentuadamente, en las mismas horas cotidales, de las costas del Perú, cuya latitud central de su sistema oscilatorio centrífugo es bastante mayor.

También en estas zonas nodales, débilmente centrífugas, las alturas de marea son menores que en las ventrales que las comprenden y si, en alguna de ellas, la altura de marea no baja tanto como correspondería a multiplicar la altura ventral por $\text{sen } \lambda$, es probablemente debido a que, a los sistemas oscilatorio-centrífugos, se superpone la onda progresiva ondulatorio-centrífuga a que nos hemos referido anteriormente y que, por ser del mismo período, puede ser una de las causas de entretenimiento y resonancia de los repetidos sistemas ondulatorio-centrífugos.

Probablemente, la causa principal directa de estos entretenimientos y resonancias originarias, son las periódicas perturbaciones astrales o, mejor dicho, sus componentes paralelas a la costa de apoyo, pues la componente normal a ella, que no origina amplificación por resonancia, apenas produce efecto apreciable.

Si solo, o principalmente, fuesen causa originaria de las oscilaciones de estos sistemas dichas perturbaciones astrales longitudinales, se pudiera indicar, nada más que a título informativo mientras no nos sea

posible recopilar datos más precisos, que la amplificación producida por resonancia es del orden de la veintena.

El determinar en qué proporción intervienen en el fenómeno de las mareas ambos movimientos, oscilatorio-centrífugos y ondulatorio-centrífugos, sólo se podrá hacer cuando se recopilen detallados y precisos datos que, por ahora, no hemos podido obtener.

Como acabamos de indicar, puede entretenerse la oscilación de resonancia de los sistemas oscilatorio-centrífugos por la acción directa de las perturbaciones astrales semidiurnas, pero, por lo anteriormente expuesto en relación con el variable decaje de fase entre causa y efecto en las proximidades de la resonancia, nos parece vana pretensión el querer, como algunos autores han pretendido, determinar la fase de la oscilación de marea como consecuencia de las conocidas fases de dichas perturbaciones semidiurnas, solares o lunares.

La observación, y nada más que la detallada observación, nos puede permitir precisar estos detalles.

Muy bien pudiera suceder, y esto haría variar el coeficiente de amplificación observado, que los sistemas encadenados, como los de la figura 13, en dirección aproximada de un meridiano, fuesen alternativamente un poco más largos y un poco más cortos para que, resultando también alternativamente directos e inversos, pudieran captar, simultáneamente y en sen-

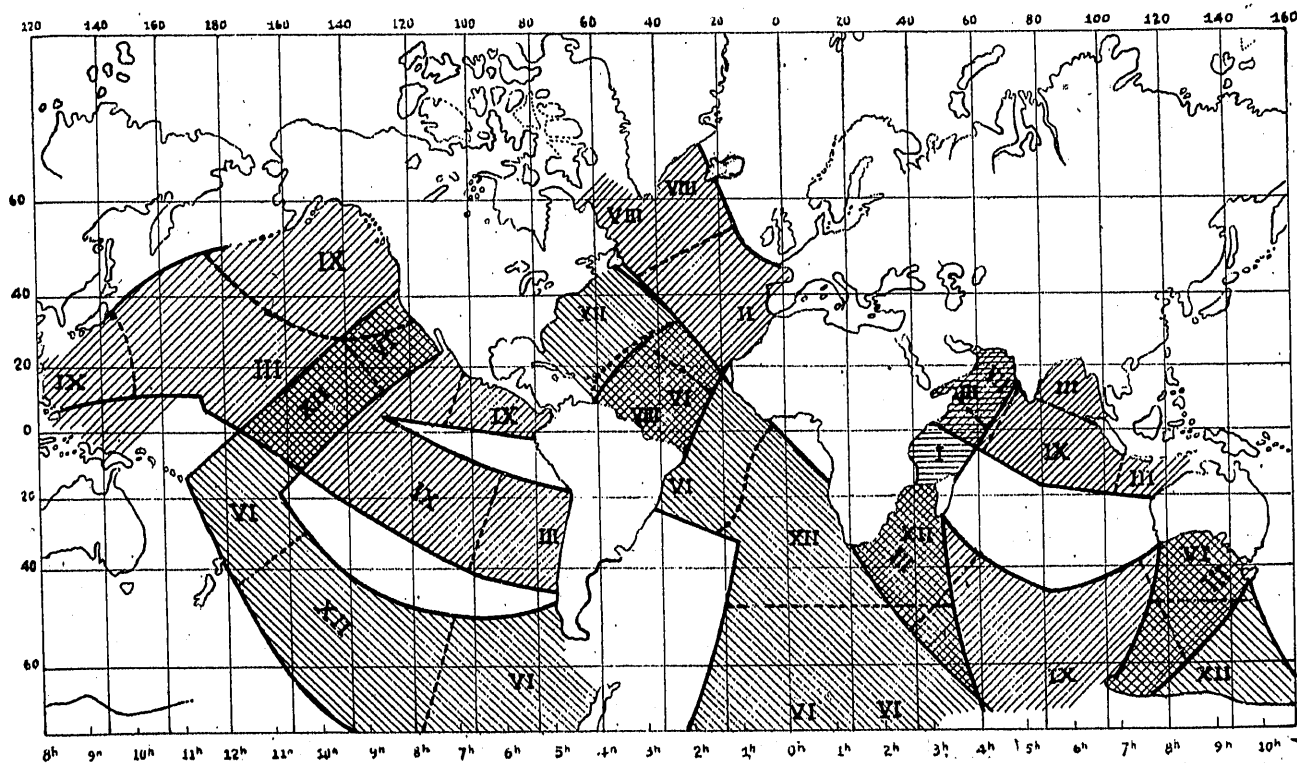


Fig. 15. — Sistemas oscilatorios anfdrómicos.

tido favorable en todos ellos, las impulsiones astrales longitudinales.

También pudiera suceder que alguno o algunos de los sistemas de la cadena fuesen conductores, y los demás, conducidos.

Otro sistema oscilatoriocentrífugo de gran interés es el que pudiéramos denominar Atlántico, que se extiende desde las costas del Brasil hasta las de Groenlandia, teniendo su tercera zona ventral a la altura del Estrecho de Gibraltar.

De los dos sistemas elementales que lo forman, el más importante y fuertemente centrífugo es el del Norte, que desde Gibraltar se extiende hasta Groenlandia, apoyándose lateralmente en las costas de España y Portugal, amplio bajo de las Islas Británicas y costas de Islandia.

El sistema elemental Sur, débilmente centrífugo, tanto por su latitud como por su gran abertura, acusa su lógica concentración de cotidales en su zona nodal próxima al Senegal.

Las horas cotidales que regulan el fenómeno son las VIII en las costas del Brasil y Groenlandia, y las II en la zona de Gibraltar.

A ambos lados del África ecuatorial, donde la fuerza centrífuga compuesta es casi nula, existen los dos únicos sistemas oceánicos oscilatorios ordinarios y prácticamente no centrífugos, que por estar constituidos, cada uno de ellos, por dos oscilaciones ordinarias cruzadas, dan origen a su correspondiente punto anfdrómico.

El sistema Africano Atlántico es un cuarto de sistema que está constituido por el Golfo de Guinea, de cuyas dos oscilaciones, la que se apoya en la costa del Norte del mismo tiene la hora cotidial V, y a la que se apoya en las costas orientales del mismo le corresponde la hora cotidial II, dando origen por extensión a las cotidales I, II, III, IV y V, y que a las horas siguientes, continúan progresando en las cotidales que entran en el sistema Sur de la cadena Atlántica.

El otro sistema, no centrífugo, es el Africano Índico, cuya oscilación longitudinal se extiende desde el Canal de Mozambique y costa Norte de Madagascar hasta las costas Suroccidentales de la India, siendo

sus horas cotidales respectivas: la I, en el Canal de Mozambique, y las VII, en las costas de la India.

La oscilación transversal, de menor amplitud, lo que hace que sus cotidales II, III y IV se concentren, corresponde a la hora III en las costas de Somalia.

Se da también origen así al correspondiente punto anfdrómico.

Otras dos oscilaciones, aunque no oceánicas también poco centrífugas debido a su baja latitud y de un cuarto de longitud de onda, son la correspondiente al Golfo de Bengala, cuya hora III abarca casi todas sus costas y cuya línea nodal, de hora XII, se extiende desde Ceylán al Norte de Sumatra, y la otra, que tiene su vientre a la hora III, extendido entre la Isla de Timor y las costas del Norte de Australia, y cuyo nodo, de hora XII, se extiende desde la Isla de Java hasta las costas occidentales de dicho continente.

Es posible que la concurrencia de estas dos oscilaciones con la transversal del sistema Africano Índico constituya, en la parte central del Oceano Índico, una zona ventral de hora IX y tampoco centrífuga por estar atravesada por el Ecuador.

Además de otros sistemas oscilantes, apenas centrífugos por su reducida anchura, tales como el del mar de Baffin, mar Rojo y algún otro posible sistema, limitado o apoyado lateralmente como todos los ondulatoriocentrífugos explicados, existen dos importantes sistemas oscilatorios semidiurnos, comprendidos entre las costas del Sur de África y de Australia y el continente Antártico, de los que vamos a ocuparnos a continuación y que por carecer de apoyo lateral o estar abiertos, en sus zonas nodales, constituyen otro tipo de sistema oscilatorio, que explicaremos.

Es interesante comparar la figura 14, en la que puede verse la lógica distribución y debido apoyo en las costas de los principales sistemas oscilatoriocentrífugos, con la figura 15, referente a la compleja distribución y arbitrarias delimitaciones oceánicas de los sistemas oscilantes ordinarios, que ha sido preciso establecer para tratar de explicar, en cierto modo, el interesante fenómeno que nos ocupa, de acuerdo con los supuestos fundamentos de la teoría anfdrómica.