

CÁLCULO DE SECCIONES RECTANGULARES DE HORMIGÓN ARMADO, SOMETIDAS A FLEXIÓN OBLICUA

POR JOSÉ LUIS MÚZQUIZ Y ANTONIO ANGULO. INGENIEROS DE CAMINOS

Con la exposición del método de Roussopoulos termina la primera parte de este trabajo. Este método, de más rápida aplicación que los indicados en el artículo anterior, lo consideran los autores especialmente recomendable para tanteos. En el próximo artículo, que será el último de esta serie, se desarrollará la segunda parte de este importante trabajo.

IV

Método de Roussopoulos.

En el método de Nolte hemos visto puede determinarse la sección de acero, dadas las dimensiones de la pieza y el estado de sollicitación.

Pero, a pesar de las indudables ventajas de índole práctica que presenta respecto a los métodos de Löser, Saville y Rüdinger, es todavía muy laborioso. Por ello, vamos a terminar esta primera parte citando el procedimiento de Roussopoulos, para secciones armadas simétricamente respecto a los dos ejes principales.

a) Fórmulas generales.

Una particularidad de este método es el empleo de los coeficientes d , $S\xi$ y $S\eta$, que dependen exclu-

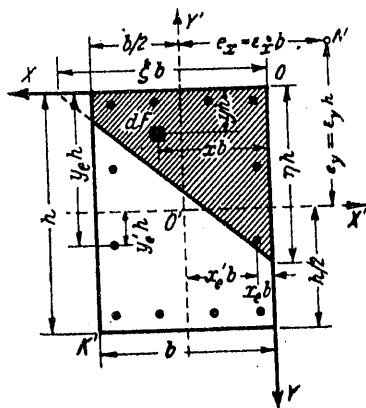


Figura 7.

sivamente de ξ y η y, por tanto, de la posición de la fibra neutra (fig. 7).

En función de estos coeficientes, de las excentricidades específicas e_x , e_y y de las coordenadas x_e , y_e y cuantía α de cada barra, establece Roussopoulos

las ecuaciones siguientes, que expresan la igualdad de las fuerzas y momentos interiores y exteriores:

$$\nu = \frac{1}{6} \cdot \xi \eta d + n \left(\Sigma \alpha - \frac{1}{\xi} \cdot \Sigma x_e \alpha - \frac{1}{\eta} \cdot \Sigma y_e \alpha \right) \quad [36]$$

$$\nu \left(\frac{1}{2} - \epsilon_x \right) = \frac{1}{24} \cdot \xi^3 \eta S \eta + r \left(\Sigma x_e \alpha - \frac{1}{\xi} \cdot \Sigma x_e^2 \alpha - \frac{1}{\eta} \cdot \Sigma x_e y_e \alpha \right) \quad [37]$$

$$\nu \left(\frac{1}{2} - \epsilon_y \right) = \frac{1}{24} \cdot \xi \eta^3 S \xi + r \left(\Sigma y_e \alpha - \frac{1}{\xi} \cdot \Sigma x_e y_e \alpha - \frac{1}{\eta} \cdot \Sigma y_e^2 \alpha \right) \quad [38]$$

en donde

$$\nu = \frac{N}{b h \sigma_b} \quad [39]$$

(N es el esfuerzo normal; b y h , las dimensiones de la pieza, y σ_b , la tensión máxima de trabajo del hormigón.)

La tensión del hormigón en un punto cualquiera vale:

$$\sigma = \sigma_b \left(1 - \frac{x}{\xi} - \frac{y}{\eta} \right) \quad [40]$$

y la del acero:

$$\sigma_e = r \sigma = r \left(1 - \frac{x}{\xi} - \frac{y}{\eta} \right) \sigma_b \quad [41]$$

Suponiendo armadura simétrica respecto a los dos ejes de la pieza, y haciendo el cambio de los ejes $X Y$ a los $X' Y'$, las ecuaciones [36], [37] y [38] se simplifican notablemente, obteniéndose las expresiones:

$$\nu = \phi_1 + \phi_2 r \mu \quad [42]$$

$$\epsilon_x = \frac{1}{\xi} \cdot \frac{\phi_3 + k' r \mu}{12 \nu} \quad [43]$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\phi_4 + k' r \mu}{12 \nu} \quad [44]$$

en donde ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 , ϕ_4 son parámetros que dependen

sólo de la posición de la línea neutra; r es el coeficiente de equivalencia acero-hormigón; q es la cuantía total, y k' es función de la cuantía q y del momento de inercia i_e de las armaduras.

$$k' = \frac{12 i_e}{q} \quad [45]$$

En la hipótesis que hace Roussopoulos, de armadura simétrica respecto a los ejes, puede determinarse fácilmente el valor de la expresión [45].

Si ρ es el número de redondos en cada lado (incluidas las barras de los ángulos) y βb , βh las dis-

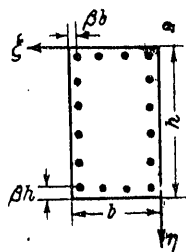


Figura 8.

tancias del eje de las barras a las caras exteriores (figura 8), el momento de inercia i_e vale:

$$i_e = \alpha \sum y_e'^2 \quad [46]$$

y expresando α en función de la cuantía total q y del número de barras, y $\sum y_e'^2$ en función de ρ y β , se obtienen las ecuaciones:

$$\alpha = \frac{q}{4(\rho - 1)} \quad [47]$$

$$\sum y_e'^2 = \frac{\rho(\rho + 1)(1 - 2\beta)^2}{6(\rho - 1)} \quad [48]$$

que, substituídas en [45], dan como valor de k' :

$$k' = \frac{2\rho^2 - 4\rho + 3}{(\rho - 1)^2} (1 - 2\beta)^2 \quad [49]$$

b) Construcción y empleo de los ábacos.

Eliminando las ecuaciones [42], [43] y [44], los parámetros ξ y η , obtenemos la función:

$$v = f(\epsilon_x, \epsilon_y), \quad [50]$$

que representa en los ejes ϵ_x, ϵ_y una familia de curvas v para cada valor de rq y de k' .

De modo análogo, si se hace:

$$\varphi = \frac{\sigma_e}{r\sigma_b} \quad [51]$$

y si se aplica la fórmula [41] a la barra más cargada se tiene:

$$\varphi = \left(1 - \frac{x}{\xi} - \frac{y}{\eta}\right) \frac{r\sigma_b}{r\sigma_b} = 1 - \frac{1}{\xi} - \frac{1}{\eta} \quad [52]$$

y eliminando ξ y η entre esta ecuación y las [43] y [44], se obtiene la función:

$$\varphi = f'(\epsilon_x, \epsilon_y), \quad [53]$$

que también nos representa una familia de curvas en los ejes ϵ_x, ϵ_y .

Haciendo la hipótesis $\beta = 0,06$, resultará K' función únicamente del número de barras ρ de cada lado.

Y, por tanto, para cada par de valores rq y ρ se obtendrá una familia de curvas v y otra φ , que se representan en los ábacos de las figuras 9, 10, 11 y 12.

Como el valor de k' varía muy poco al aumentar el número de barras (1), pueden considerarse únicamente los dos casos extremos: $\rho = 2$ (una barra en cada ángulo) y $\rho = \infty$ (armadura uniformemente repartida).

Fijado ρ , se hace variar el producto rq , dando a q los valores de las cuantías más usuales y haciendo $r = 8 - 10 - 15 - 20$.

El empleo de los ábacos así obtenidos es muy sencillo y se deduce de la simple inspección de los mismos. Los dos cuadros superiores corresponden a esfuerzos normales de compresión (para pequeñas y grandes excentricidades), y los dos inferiores, a esfuerzos de tracción.

Las tensiones máximas de trabajo en el hormigón y en el acero vienen determinadas por las fórmulas:

$$\sigma_b = \frac{N}{v b h} \quad [54]$$

$$\sigma_e' = \varphi r \sigma_b \quad [55]$$

EJEMPLO I (fig. 13).

Compresión.

Datos:

$$My = 9\,000 \text{ m./kg.}$$

$$Mx = 14\,000 \text{ m./kg.}$$

$$N = 30\,000 \text{ kg.}$$

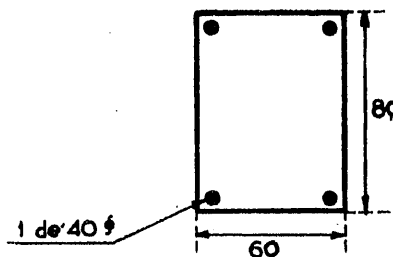
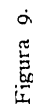


Figura 13.

(1)

Para	$\rho = 2$	$k' = 2,322$.
"	$\rho = 3$	$k' = 2,742$.
"	$\rho = 4$	$k' = 1,635$.
"	$\rho = 10$	$k' = 1,558$.
"	$\rho = \infty$	$k' = 1,548$.



$r = 20$ $q = 0,75$ %
 $r = 15$ $q = 1,0$ %
 $r = 10$ $q = 1,5$ %
 $r = 8$ $q = 1,875$ %
 $r q = 0,15$ p. ej.

TABLA IV $K' = 1,548$ $g = \infty$

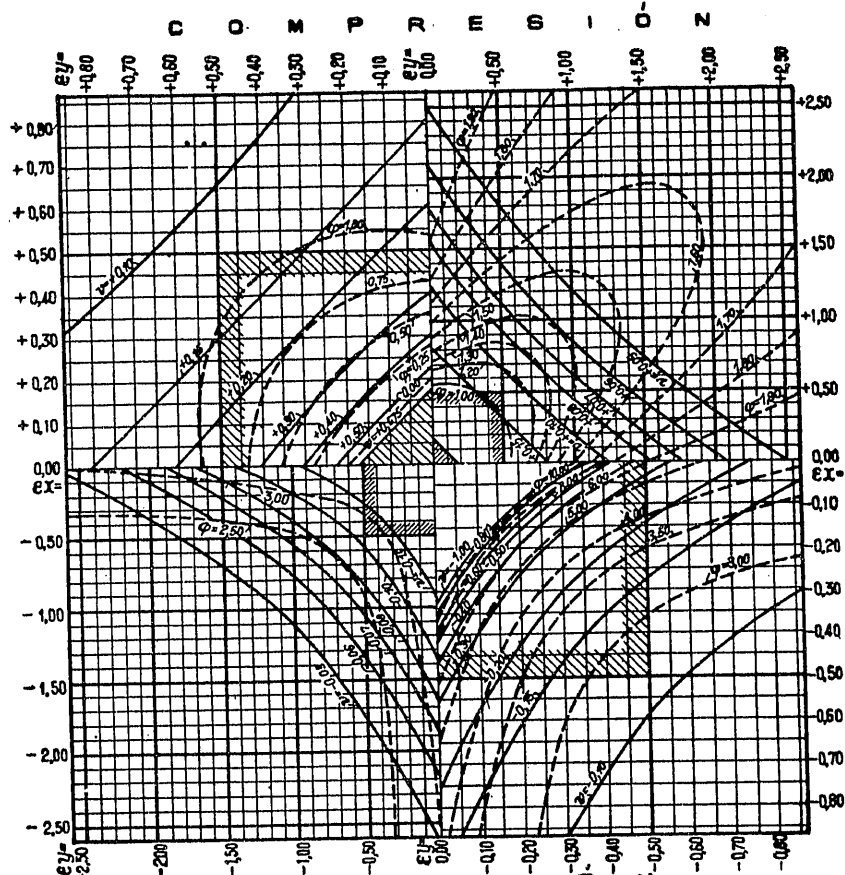


TABLA III $K' = 2,322$ $g = 2$

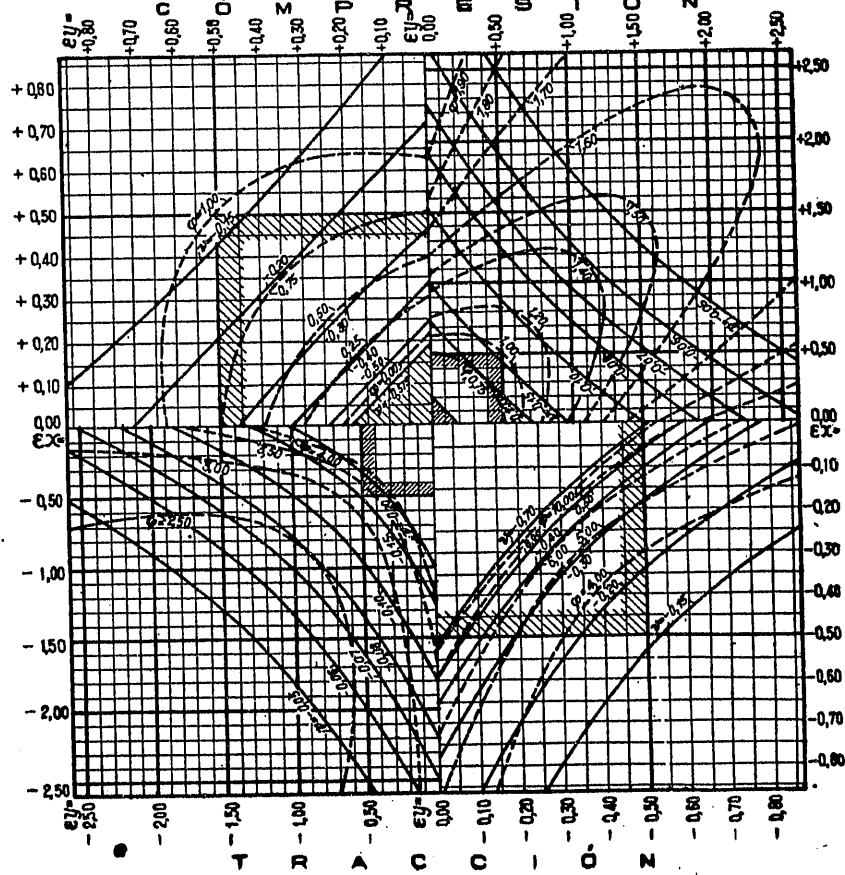


Figura 10.

C O M P R E S I O N

$r = 20$ $q = 1,5 \%$
 $r = 15$ $q = 2,0 \%$
 $r = 10$ $q = 3,0 \%$
 $r = 8$ $q = 3,57 \%$

$r q = 0,30$ p. ej.

TABLA VI $K' = 1,548$ $g = \infty$

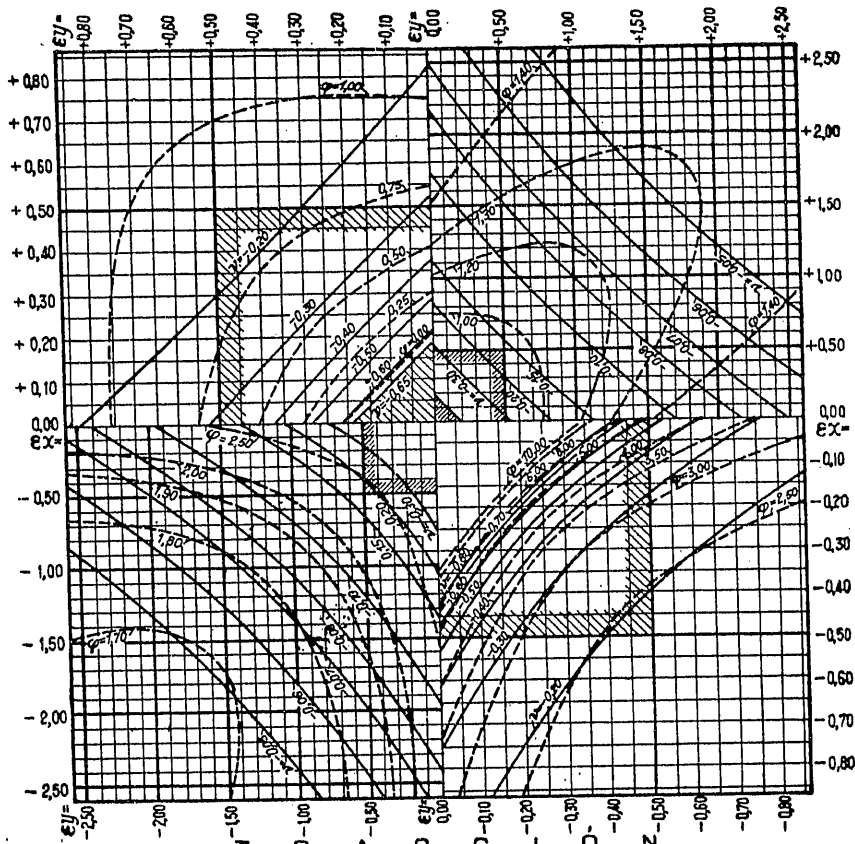


TABLA V $K' = 2,322$ $g = 2$

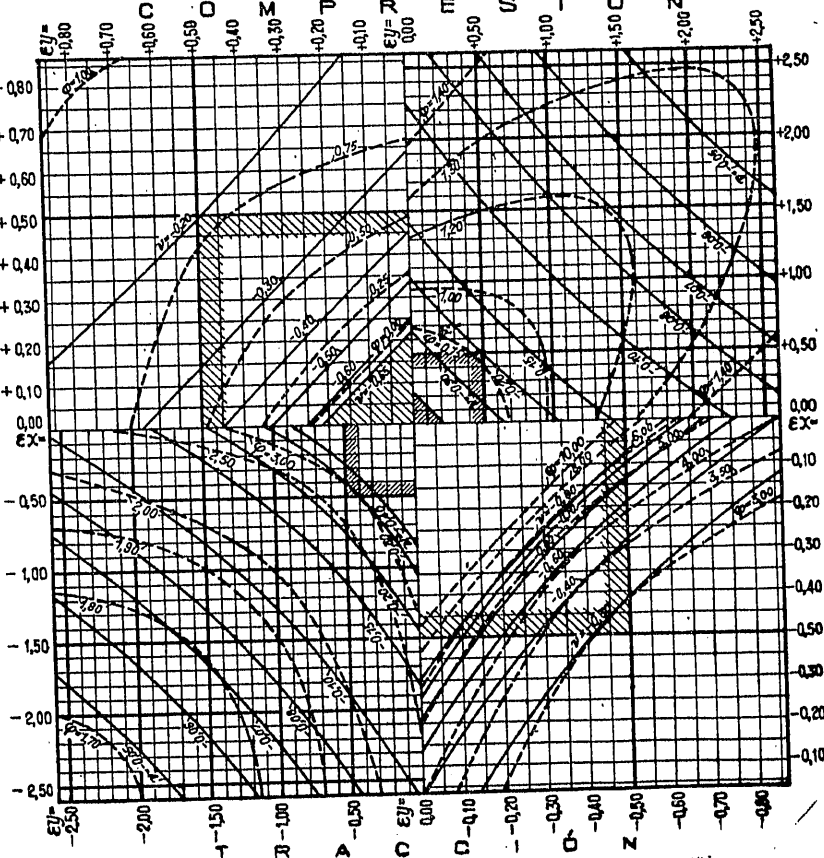


Figura 11.

$r = 20$ $q = 2,25$ %
 $r = 15$ $q = 3,0$ %
 $r = 10$ $q = 4,5$ %
 $r = 8$ $q = 5,625$ %
 $r q = 0,45$ p. ej.

TABLA VIII $K' = 1,548$ $Q = \infty$

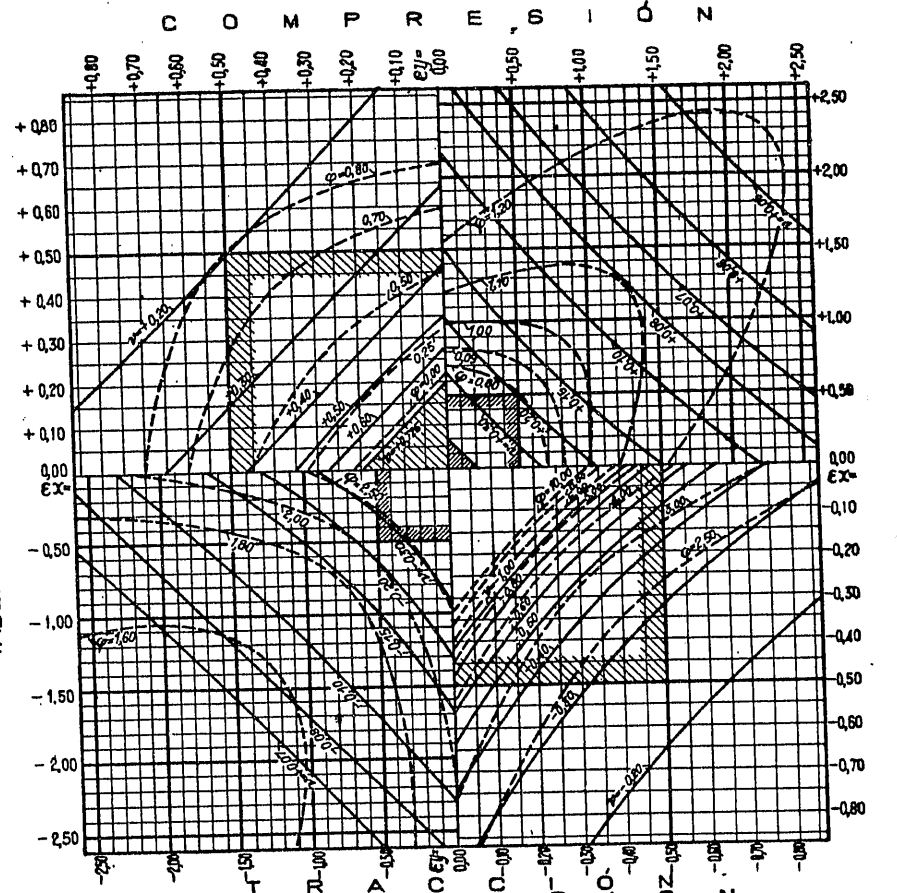


TABLA VII $K' = 2,322$ $Q = 2$

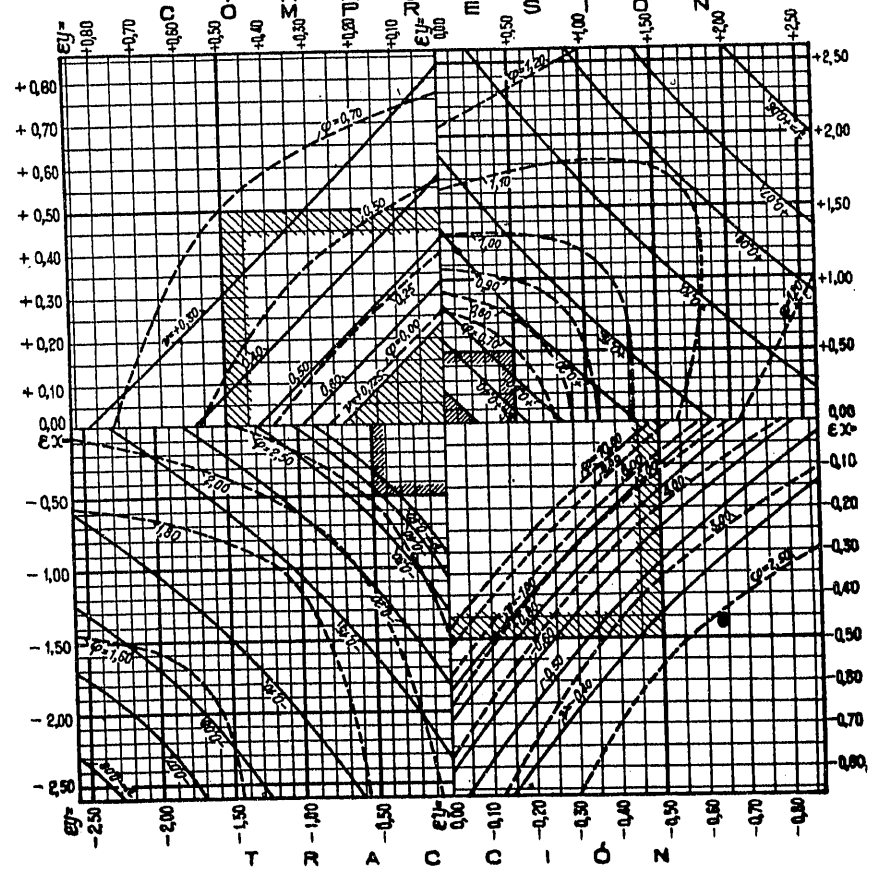


Figura 12.

Tomamos:

$b = 60 \text{ cm.}$ } Las excentricidades específicas son:
 $h = 80 \text{ cm.}$ } $e_x = 0,50; \quad e_y = 0,58.$

$r = 15 \text{ cm.}$ }
 $q = 1 \text{ por } 100.$ } Con estos valores de r, q, ρ , tendremos
 $\rho = 2 Q.$ } que utilizar la tabla III.

En ella hallamos:

$$\nu = 0,14;$$

$$\varphi = 1,05.$$

Por tanto,

$$\sigma_b = \frac{N}{\nu h b} = \frac{30.000}{0,14 \times 60 \times 80} = 44,5 \text{ kg./cm.}^2$$

$$\sigma_e = \varphi r \sigma_b = 1,05 \times 15 \times 44,5 = 700 \text{ kg./cm.}^2$$

La tensión máxima de compresión en el acero será:

$$\sigma'_e < 15 \sigma_b = 668 \text{ kg./cm.}^2$$

Sección de acero:

$$S_a = 0,01 \times 60 \times 80 = 48 \text{ cm.}^2$$

o sea 1 ϕ de 40 en cada esquina (12,56 cm.²).

EJEMPLO 2 (fig. 14).

Tracción.

Datos:

$$N = 5000 \text{ kg.}$$

$$My = 32000 \text{ m./kg.}$$

$$Mx = 5250 \text{ m./kg.}$$

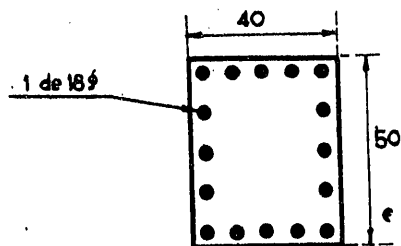


Figura 14.

Tomamos:

$$b = 40;$$

$$h = 50;$$

$$r = 15;$$

$$\rho = 5 \text{ (se puede considerar } \rho = \infty \text{);}$$

$$q = 2 \text{ por } 100.$$

Las excentricidades específicas son:

$$e_y = 1,6;$$

$$e_x = 2,1$$

(valores negativos, por tratarse de tracciones).

$$\nu = 0,045;$$

$$\varphi = 1,68,$$

y, por tanto,

$$\sigma_b = \frac{-5000}{-0,045 \times 40 \times 50} = 55,5 \text{ kg./cm.}^2$$

$$\sigma_e = \varphi r \sigma_b = 1,68 \times 15 \times 55,5 = 1,400 \text{ kg./cm.}^2$$

Sección de acero:

$$S_a = 0,02 \times 40 \times 50 = 40 \text{ cm.}^2,$$

o sea 16 ϕ de 18 mm. (1 ϕ 18 mm. = 2,54 cm.²).

c) *Resumen.*

Comparando este método con los anteriores, vemos que, aunque sólo puede aplicarse al caso de armadura simétrica y barras iguales, es notablemente ventajoso a causa de su rapidez, especialmente para tanteos.

La sección total de armaduras resultante es algo mayor que en los otros métodos, al suponer igual número de barras en los ángulos cargados y descargados.

Pero como, en general, se obtiene aproximación suficiente, únicamente convendrá en algún caso especial, después de determinar las dimensiones y cuantía por el método de Roussopoulos, afinar la disposición de las barras en cada ángulo por uno de los otros procedimientos citados.

En el capítulo próximo se indicará un método de cálculo original aplicable a todos los casos, desde el general de armaduras colocadas en los puntos de esfuerzo máximo, hasta el de disposición simétrica respecto a los dos ejes.

También se estudiará el caso de pequeñas excentricidades (hormigón resistente a tracción), en el que se llega a fórmulas de muy fácil y rápida aplicación.