

APLICACIONES DE LOS MÉTODOS DE COMPROBACIÓN DE ESTABILIDAD DE TALUDES DE TIERRAS COHERENTES

POR JOSÉ ENTRECANALES, INGENIERO DE CAMINOS

Rara vez cae un muro cimentado en terreno muy firme por no ser bastante su espesor para los empujes que sufre, porque la insuficiencia de la base de apoyo ante la excentricidad de la resul-

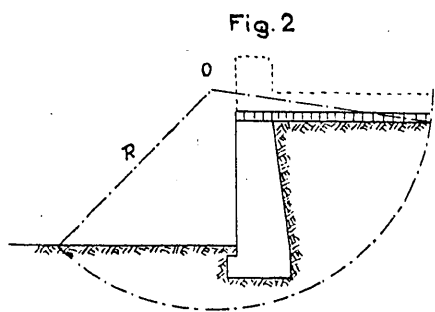
mente, la realidad no confirma. Esas superficies planas no pueden serlo por la imposibilidad geométrica del corrimiento, si lo fueran, y además, la existencia de cohesión, presente en todos los terrenos, quiebra la hipótesis básica fundada en la constancia de las características de las tierras que produce la constancia en todo el macizo de las direcciones de máximo deslizamiento, que hace planas las superficies deslizantes.

La superficie deslizante es, por tanto, curva al mantenerse constante la cohesión, y variable, la presión con la profundidad, por el peso de las tierras, y en tal caso, si, por ejemplo, se admite que es circular, lo que resulta sencillo, y, además, por la constancia de la curvatura permite geométricamente el corrimiento de lo deslizado sobre lo estable, se encuentra con facilidad un criterio de estabilidad, que de ordinario conduce a resultados más desfavorables que la hipótesis plana (fig. 2.^a).

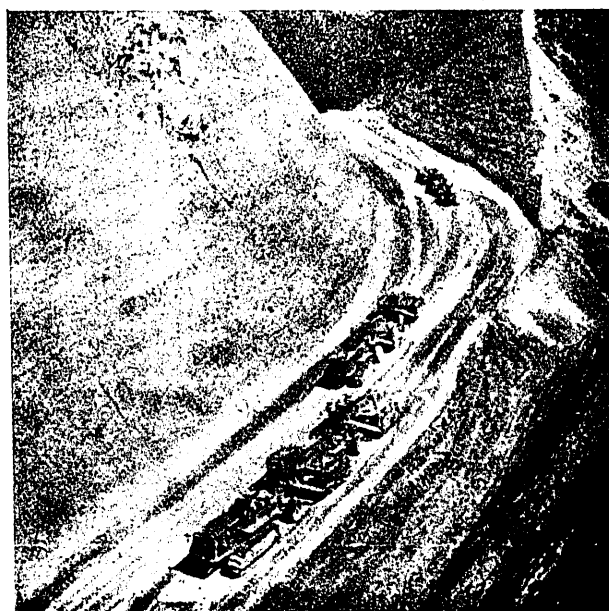
Como la cohesión de las tierras permite que con

tante que opera sobre ella origina, por reducción de la zona comprimida con la inexistencia virtual de la de tensiones, un aumento de las cargas unitarias máximas que, sin embargo, casi nunca ocasiona el aplastamiento de las fábricas.

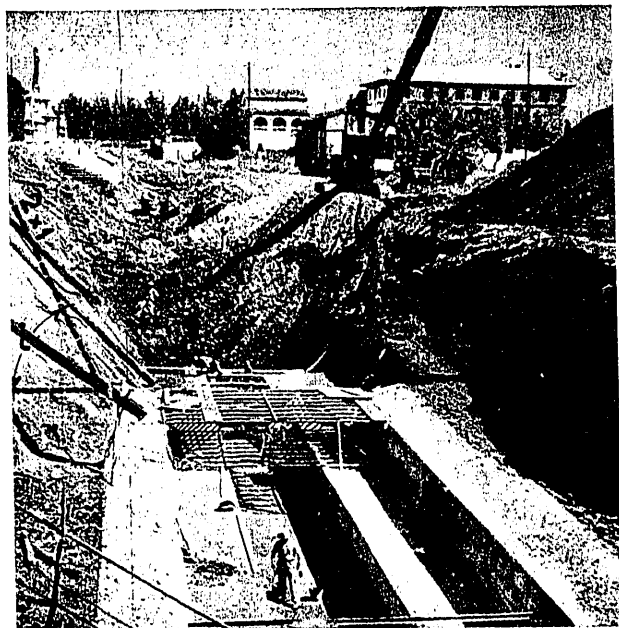
Por el contrario, los muros caen con facilidad, aun con espesor bastante, cuando el terreno que los sustenta pierde su estabilidad por la presencia del muro, y si en tales casos se establece el equilibrio estricto entre los dos prismas, activo y pa-



sivo (fig. 1.^a), que como más desfavorables pueden considerarse formados en el terreno, se llega, de ordinario, a alcanzar un coeficiente de seguridad suficiente, que muchas veces, después, desgraciada-



Trinchera típica de camino en tierras coherentes.



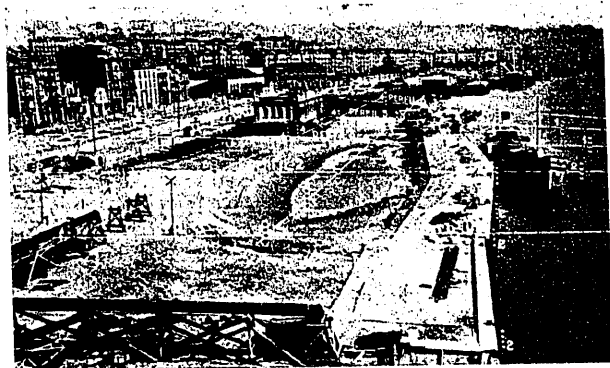
Zanja de excavación con taludes inestables, en las arcillas coherentes superficiales de Sevilla.

altura lo bastante pequeña se mantengan verticales, el talud vertical es un caso particular del general, y a él, además, se reduce la existencia de muro de densidad reducible a tierras y representando una discontinuidad, por otra parte, pequeña, ante el peso, en general, del volumen deslizado.

Algunos desprendimientos en zanjas y trincheras (figs 3.^a y 4.^a) y dos casos recientes de corrimientos, el del Muelle de Maliaño, en Santander (fig. 5.^a), y el del estribo del Puente del Guadalquivar, en Lora del Río (Sevilla) (fig. 6.^a), han justificado el que haya realizado, con los alumnos de mi clase, aplicaciones de métodos comprobatorios de estabilidad de taludes, que se comentan en esta nota.

* * *

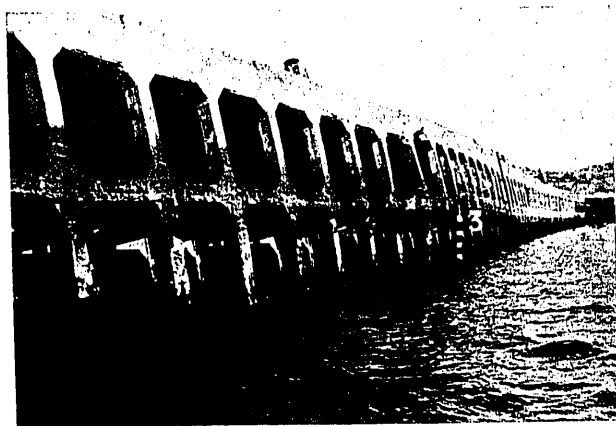
El año 1912, los corrimientos de los taludes de



trincheras en los ferrocarriles suecos obligaron, para su estudio, a la constitución de una Comisión, que sentó las bases de los procedimientos que aun siguen utilizándose en ese problema, además de dar nacimiento a la moderna geotécnica, incrementada desde poco después por la ingente labor de Terzaghi.

Esos estudios, utilizados y más puestos a punto con motivo del hundimiento del Muelle Stigberg, en Gotemburgo, en 1916, dieron lugar al que actualmente se sigue llamando método sueco, nacido de los trabajos realizados por Pettersson, Fellenius y Hultin.

La hipótesis básica es la admisión de una superficie deslizante circular que, aunque no confirma el estudio matemático ulterior más preciso del problema, sigue sin desecharse, porque la mayor exactitud teórica del procedimiento matemático se contrarresta prácticamente por el desconocimiento de las constantes en que se funda y por la mayor dificultad de aplicación, pues si el terreno es uniforme,

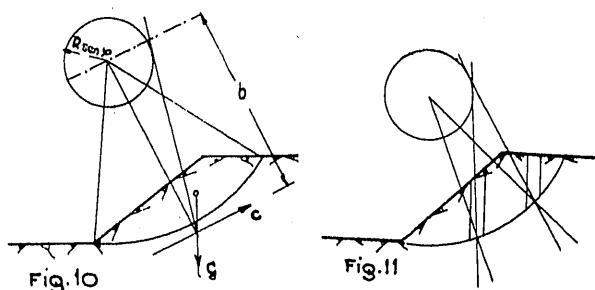


Vista frontal del corrimiento del muelle de Maliaño por la línea de atraque.

aun será posible el plantear las ecuaciones diferenciales, cuya integración nos daría la superficie deslizante; pero, si como ocurre en la práctica, no lo es nunca, las constantes variarán y la superficie tendrá variaciones o discontinuidad.

Esa hipótesis circular, utilizada según procedimientos modificados ligeramente, es la que sigue usándose, y según lo concluido en el Congreso de Mecánica del Suelo de la Universidad de Harvard de 1936, es todavía la recomendable o, en último caso, la que debe considerarse como fundamental para, por medio de círculos acordados por rectas o acordados entre sí, encontrar la superficie desli-

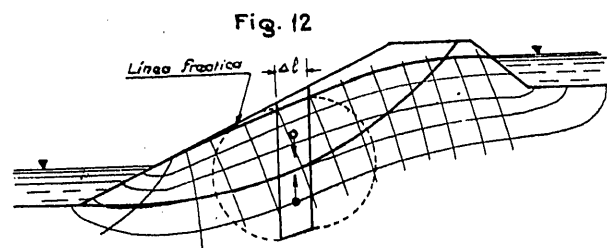
resultante no toca al círculo (figs. 10 y 11); pero, como antes se ha dicho, el supuesto de su tangencia aumenta en general la seguridad entre el 5 y el 10 por 100, y es, por tanto, aceptable.



Se pueden realizar tanteos gráficos con complemento y comprobación analítica, en el supuesto de inexistencia de cohesión o de que ésta actúe de un modo virtual aumentando indirectamente el rozamiento interno o emplear métodos gráficos para hallar la curva de presiones de la masa en movimiento y en las circunstancias pésimas.

Si en el talud existe un movimiento de agua por lluvia o imbibición por marea, es preciso trazar la malla de líneas de corriente y potenciales; por ejemplo, por el método de Forcheimer (1). En el equilibrio se deberán, por de pronto, reducir todas las densidades a las de las tierras sumergidas y sometidas, por tanto, al principio de Arquímedes, que son las resistentes al corrimiento, y, además, por ejemplo, para el trozo Δl , al integrarlo en el conjunto (fig. 12), se contará con su peso menos el empuje hidrostático $(h_1 + h_2) \frac{\Delta l}{2}$, y con la presión de corrimiento rayada a la derecha (figuras 12 y 13).

Jaky ha proporcionado también fórmulas y ábacos que permiten obtener la situación de la superficie deslizante, basándose en la ecuación básica de Kötter, que liga la presión y el ra-



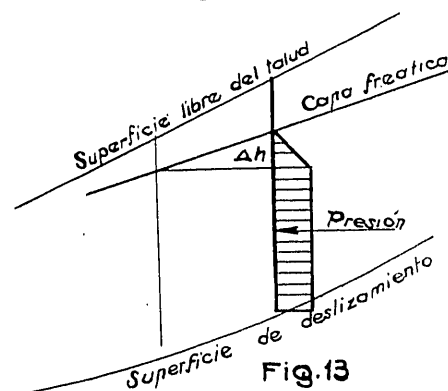
dio de curvatura de la superficie deslizante para terrenos sin cohesión, comprobando su vigencia en tierras coherentes y utilizando las ecuaciones de

(1) Forcheimer: *Hidráulica*.

Cauchy, estableciendo la condición forzada de que la superficie sea circular, lo que parece que en la práctica puede ser aceptado para integrar dicha ecuación diferencial de Kötter, y determinando la constante del resultado con las condiciones en los límites, hallar así la situación de la superficie deslizante pésima.

Como, sin embargo, la superficie circular no se adapta estrictamente al resultado del estudio matemático, es de temer para la aceptación ciega de la fórmula el error progresivo acumulado por la sumatoria que representa la integración, y por ello, aun en ese caso, deben realizarse comprobaciones por tanteos.

En la práctica, la superficie deslizante no tiene igual curvatura en su parte alta que en su parte



baja, sino que el predominio, arriba, de las tensiones, y de compresiones, abajo, la deforma respecto al círculo, haciendo que arriba se empine más que el círculo, y abajo, se aplane y aplaste, y a ese mismo resultado se llega por el cálculo cuando la invariabilidad de las constantes físicas, en la práctica, irrealizable, permite el planteamiento de la ecuación diferencial general que planteó Resal, sin conseguir integrarla hasta que Frontard lo ha hecho años después.

Caquot ha planteado una ecuación parecida, inintegrable, distinta de la de Resal, de la que obtiene una solución aproximada, al no aceptar, como aquél, la hipótesis básica de Rankine de considerar, dentro de la zona que desliza, que las tensiones verticales son conjugadas con los planos de carga paralelos al talud.

La ecuación diferencial de Resal, integrada por Frontard, produce como superficie deslizante una cicloide deformada o logoide, que da, en general, un exceso de resistencia, comparada con los resultados de otros procedimientos y lo observado en la realidad.

Rendulic, en vista de ello, y teniendo en cuenta que, como antes se dice, la superficie deslizante tiene siempre un aspecto más vertical en la parte alta de la circular y algo más tendida en la parte inferior, propone el empleo de una espiral logarítmica.

En resulmen, se dispone de los métodos comprobatorios siguientes:

Primero. — El que trata de encontrar la superficie deslizante mediante la integración de la ecuación diferencial y basándose en el análisis, según trabajos realizados, principalmente, por investigadores franceses, que llegan a logoides y cicloides deformadas.

Segundo. — El que presume por interpretación de la experiencia y observación de la realidad la forma de la superficie deslizante, y que tiene dos variantes fundamentales:

a) La que admite como superficie deslizante la espiral logarítmica de Rendulic, empleando el trozo más desfavorable de dicha curva continua para tanteos gráficos o analíticos.

b) El llamado método sueco, que se basa en la adopción de una superficie deslizante cilíndrica circular, obtenible directamente en terrenos uniformes mediante los trabajos y ábacos de Fellenius, la ecuación directa de Jaky y en taludes heterogéneos, que comprendan, por ejemplo, muros de fábrica o terrenos no uniformes, por medio de tanteos gráficos o analíticos que permitan obtener la superficie pésima.

En la práctica, el método más cómodo, por su sencillez, es el basado en la hipótesis circular y, además, es el más conveniente, porque lo recomendable es obtener, en cada caso, una superficie que, a juicio del Ingeniero, sea la más desfavorable, desarrollándola por los terrenos que presenten peores características y componiéndola, por lo tanto, de rectas y círculos acordados entre sí, que son las únicas superficies de curvatura constante que, desde el punto de vista geométrico, permiten, por tanto, la iniciación del deslizamiento sobre el terreno estable.

Siempre conviene que los resultados de los ábacos, que en los taludes uniformes permiten obtener directamente la superficie deslizante, se comprueben prácticamente por procedimiento gráfico y por curvas de error.

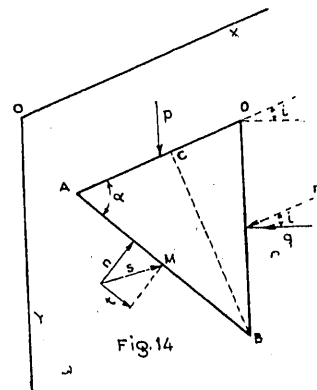
Estos procedimientos y sus aplicaciones se detallan en lo que sigue.

Métodos de obtención analítica de la superficie deslizante.

La obtención analítica de una ecuación de la curva de deslizamiento se debe a los trabajos de Resal y Frontard, que podrían denominarse método francés, utilizando, principalmente, los resultados de los trabajos de Resal.

Resal ha deducido la ecuación de equilibrio en un triángulo elemental, situado sobre la curva deslizante, admitiendo que en la proximidad de la superficie del talud las líneas de carga paralelas a ella son conjugadas con los pesos, siguiendo a Rankine.

Respecto a dos ejes coordenados obtusos, la línea



de talud indefinido y la vertical de su pie establecen el equilibrio del triángulo, siendo (fig. 14) n y t la tensión molecular perpendicular y paralela a la tangente a la curva deslizante.

p , el peso, y r , su conjugada paralela al talud.

$$\begin{aligned} n \omega &= p \omega \cos (\alpha - i) + r v \operatorname{sen} \alpha \\ t \omega &= -p \omega \cos (\alpha - i) + r v \cos \alpha \end{aligned}$$

Si tomamos como unidad BC :

$$AB = \omega = \frac{\cos (\alpha - i)}{\operatorname{sen} \alpha \cos i}$$

$$OB = v = \frac{1}{\cos i}$$

$$OA = u = \frac{1}{\operatorname{sen} i}$$

$$\frac{u}{\cos (\alpha - i)} = \frac{v}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{\omega}{\cos i}$$

y de ellas:

$$n = p \frac{\cos^2 (\alpha - i)}{\cos i} + r \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{\cos i}$$

$$t = p \frac{\operatorname{sen} (\alpha - i) \cos (\alpha - i)}{\cos i} + r \frac{\operatorname{sen} \alpha \cos \alpha}{\cos i}$$

pero, por ser MB dirección de deslizamiento, las

dos componentes de la reacción conjugada con esa dirección de plano deben cumplir estrictamente la condición de Coulomb:

$$t - n \operatorname{tg} \varphi = C$$

y ser dicha dirección de plano la única que produzca el equilibrio estricto, o la que produzca el máximo de la función $t - n \operatorname{tg} \varphi$, o sea que cumplan las componentes de la reacción la condición de máximo:

$$\frac{dt}{d\alpha} - \frac{dn}{d\alpha} \operatorname{tg} \varphi = 0.$$

Sustituyendo los valores de t y n y simplificando, se llega a las dos ecuaciones:

$$-p \cos(\alpha - i) \sin(\alpha - i + \varphi) + r \sin \alpha \cos(\alpha + \varphi) = C \cos i \cos \varphi$$

$$-p \cos(2\alpha - 2i + \varphi) + r \cos(2\alpha + \varphi) = 0,$$

en las que, eliminando la reacción desconocida r y sustituyendo el peso $p = \gamma$ y $\cos i$, se obtiene la ecuación diferencial de la curva deslizante:

$$-\cos(\alpha - i) \sin(\alpha - i + \varphi) \cos(2\alpha + \varphi) + \sin \alpha \cos(\alpha + \varphi) \cos(2\alpha - 2i + \varphi) =$$

$$= \frac{C}{\gamma y} \cos \varphi \cos(2\alpha + \varphi) \quad [1]$$

ecuación de Resal que ha integrado Frontard simplificándola para escribirla (1):

$$y = \frac{c \cos \varphi}{\gamma \cos i} \frac{\cos(2\alpha + \varphi)}{\sin i - \sin \varphi \cos(2\alpha - i + \varphi)}$$

y de ella:

$$dy = -\frac{4c}{\gamma} \cos \varphi \operatorname{tg} i \frac{\sin \alpha \cos(\alpha + \varphi)}{\sin i - \sin \varphi \cos(2\alpha - i + \varphi)} d\alpha$$

y como:

$$dx = \frac{\cos(i - \alpha)}{\sin \alpha} dy$$

$$x = \frac{2c}{\gamma} \cos \varphi \operatorname{tg} i \int_{\alpha_0}^{\alpha} \frac{\cos(i + \varphi) + \cos(2\alpha - i + \varphi)}{\sin i - \sin \varphi \cos(2\alpha - i + \varphi)} 2 d\alpha$$

Frontard ha hecho:

$$\operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \lambda = \sqrt{\frac{\sin i + \sin \varphi}{\sin i - \sin \varphi}} \operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{(i - \varphi)}{2} \right)$$

y la ecuación se convierte en la integrable:

$$x = -\frac{c \cos \varphi \operatorname{tg} i}{\gamma \sin(i - \varphi) \sqrt{\sin(i - \varphi) \sin(i + \varphi)}} \int_{\lambda_0}^{\lambda} (\cos i + \cos \varphi \cos \lambda) d\lambda$$

(1) Frontard: *Comptes Rendues de l'Académie de Sciences*, 1922.

y de ella:

$$x = \frac{c \cos \varphi \operatorname{tg} i (\lambda_0 \cos i + \cos \varphi \sin \lambda_0 - \lambda \cos i - \cos \varphi \sin \lambda)}{\gamma \sin(i - \varphi) \sqrt{\sin(i - \varphi) \sin(i + \varphi)}}$$

$$y = \frac{c \cos \varphi \operatorname{tg} i}{\gamma \sin(i - \varphi) \sin(i + \varphi)} \left[\frac{\sin \varphi}{\operatorname{tg} i} - \sqrt{\sin(i - \varphi) \sin(i + \varphi) \sin \lambda + \cos i \cos \lambda} \right] \lambda$$

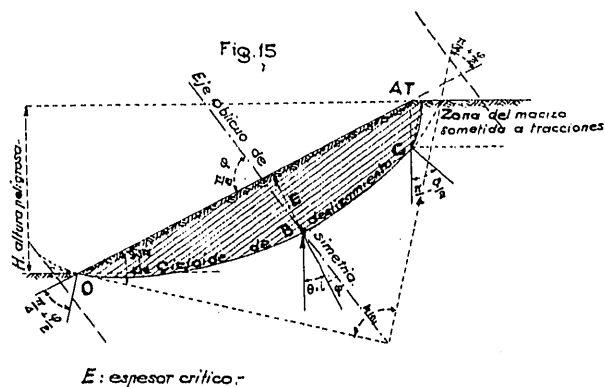
para $x = y = 0 \gg \lambda_0 =$ corresponde a $\alpha_0 = \frac{\pi}{4} + \varphi/2$,

y, por tanto,

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} \lambda_0 = \sqrt{\frac{\sin i + \sin \varphi}{\sin i - \sin \varphi}} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{i}{2} \right).$$

Esta curva resulta una cicloide pura para las materias perfectamente viscosas o plásticas con $\varphi = 0$ (manteca y algunas arcillas), y si $\varphi \neq 0$ una cicloide deformada.

Si se estudia la cicloide de deslizamiento situada por bajo de la línea de máxima pendiente se



ve que, según Frontard, de O a B existe una rama de cicloide con tangente común paralela a la línea de talud en B con otra rama BC . De O a B se encuentran las tierras en el estado de equilibrio límite superior, y de C a T la curva tiene una forma desconocida, pues, por predominar en dicha zona las tensiones, la tierra rompe por tracción. La altura y de esa zona, sometida a tracciones, es, según Resal:

$$y = \frac{2c}{\gamma} \operatorname{tg}(45^\circ + \varphi/2).$$

La coordenada obtusa y del punto B de tan-

gente común de las dos ramas de cicloide es:

$$y_1 = \frac{c}{\gamma} \frac{\cos \varphi}{\sin(i - \varphi) \cos i}$$

y, por tanto, el espesor crítico:

$$E = \frac{c}{\gamma} \frac{\cos \varphi}{\sin(i - \varphi)}$$

Terzaghi objeta estos resultados desde el punto de vista físico, y, aunque su valor matemático es considerable, parece cierto que las simplificaciones que han hecho posible la aplicación del artificio analítico no se realizan prácticamente, pues la hipótesis de Rankine de ser conjugados los pesos con los planos paralelos a la máxima pendiente no se realizará evidentemente, en las zonas próximas al pie y a la coronación del talud. El supuesto de Rankine de que los planos de desliza-

miento forman un ángulo de $90 - \varphi$, no tiene tampoco en cuenta el poco campo de aplicación en las arcillas de la condición de Coulomb; pero, no obstante, hay que reconocer que el resultado en taludes de uniforme constitución, suma de las dos, deducida cada una de la curva, en los que solamente es aplicable la ley de altura crítica deducida por Frontard, es un instrumento útil que, además, permite interpretaciones de interés.

Las alturas críticas calculadas de la fórmula de Frontard, para $c/\gamma = 1$, son:

$$H = \frac{2c}{\gamma} \frac{\sin^2 i \cos \varphi}{\sin(i - \varphi)} \left[\frac{\cos \varphi}{\sin i (1 - \sin \varphi)} + \frac{\arccos \frac{\sin^2 i - \sin \varphi}{\sin i (1 - \varphi)}}{\sqrt{\sin(i - \varphi) \sin(i + \varphi)}} \right]$$

$i =$	10° m.	15° m.	20° m.	25° m.	30° m.	35° m.	40° m.	45° m.	33°41' = 3/2 m.
$\varphi = 10^\circ H =$	∞	23,9	12,6	8,31	7,70	6,61	5,95	5,32	6,9
$\varphi = 15^\circ H =$		∞	34,8	16,9	11,8	9,29	7,79	6,75	9,9
$\varphi = 20^\circ H =$			∞	45,5	21,5	14,2	10,8	8,0	15,6
$\varphi = 25^\circ H =$				∞	58,8	25,7	16,6	12,4	29,3
$\varphi = 30^\circ H =$					∞	71,0	29,8	18,6	∞
$\varphi = 35^\circ H =$						∞	81,0	38,0	∞
$\varphi = 40^\circ H =$							∞	∞	∞
$\varphi = 45^\circ H =$								∞	∞

y pueden corregirse para cualquier otro valor de la cohesión unitaria.

Ejemplo: un talud de arcilla con $\gamma = 1,6 c = 2$ tons/m.² » $\varphi = 10^\circ$ se mantiene bien con un talud $i = 40^\circ$ hasta $H = 5,95$ m., según la tabla

para $\frac{c}{\gamma} = 1$ como $\frac{c}{\gamma} = \frac{2}{1,6} = 1,25$, y la altura

$H = \frac{c}{\gamma} f(i, \varphi)$ la altura corregida es $H_1 = 5,95 \times 1,25 = 7,43$ m.

Toman más realidad los resultados de Resal y puede con él formarse juicio de la noción de espesor crítico $E = \frac{c}{\gamma} \frac{\cos \varphi}{\sin(i - \varphi)}$ en corrimientos de tierras arcillosas que puedan deslizar sobre lisos

más duros. En ese caso, si $i < \varphi$ no hay corrimiento; si $\varphi < i < 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$ el espesor debe ser menor que el espesor antes hallado:

$$E = \frac{c}{\gamma} \frac{\cos \varphi}{\sin(i - \varphi)}$$

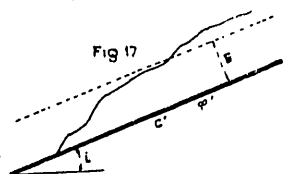
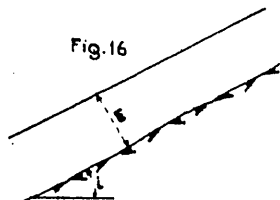
y si:

$$\frac{\pi}{4} + \varphi/2 < i < \frac{\pi}{2}$$

el espesor es el de la zona alta de tensiones $E =$

$= \frac{2c}{\gamma} \operatorname{tg}(45^\circ + \varphi/2) \cos i$, y si este espesor se

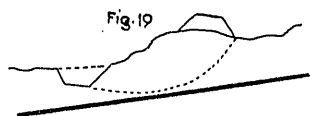
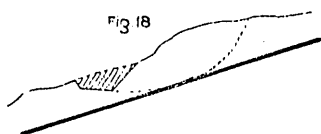
sobrepasa, puede haber tracciones mayores que la resistencia del terreno y haber rotura, aunque el no sobrepasar ese espesor no asegura estabilidad completa.



Si las tierras recubren un liso (fig. 17) y si el espesor medio sobrepasa el valor:

$$E = \frac{c'}{\gamma} \frac{\cos \varphi'}{\sin (i' - \varphi')}$$

siendo c' φ' i' la cohesión al corte, el ángulo de rozamiento y la inclinación que se presentan entre tierra y liso puede haber deslizamiento e, igualmente, la apertura del desmonte (fig. 18) baja el espesor crítico, acerca la superficie virtual desli-



zante al liso y hace presentarse los valores c' i' φ' de contacto con el liso más desfavorables.

Igualmente, se produce análogo caso si un terraplén carga la masa deslizante (fig. 19).

Condiciones análogas son útiles para la fijación de taludes de presas de tierra donde la presencia de presiones hidrostáticas empeora el problema.

Estos resultados se completarán en otra nota, con aplicaciones realizadas en clase de la representación gráfica de la curva límite de Frontard, para lo cual se ha pedido a dicho investigador la prestación de sus últimos estudios, aún no publicados.

Los métodos basados en la adopción de la superficie deslizante cilíndrica circular producen alturas parecidas para valores iguales de la cohesión y rozamiento interno, que además confirma aproximadamente la realidad, pero, por el contrario, el método de Frontard produce alturas mucho menores, originando un aumento de casi el 50 por 100 del coeficiente de seguridad.

Esto se debe, según Terzaghi, a que es incompatible el aceptar la coexistencia de las dos ramas de cicloide con tangente paralela a la línea de talud natural, como curva deslizante, puesto que la zona baja de tierras está en el equilibrio límite superior, y la zona más alta que el punto de tangencia, en el equilibrio límite inferior, pero no es aceptable que la suma de las dos alturas sea la altura límite, y a este mismo resultado comparativo se llega si se

construye la curva $\frac{c}{\gamma h}$, que es una expresión sin

dimensiones $\frac{\text{kg/m}^2}{\text{kg/m}^3 \times \text{m}}$ para diversos valores de φ e i

y para los resultados de los varios métodos disponibles de los que se obtiene poca diferencia, y parece, por tanto, que en la práctica la curva límite de Frontard debe usarse con un menor coeficiente de seguridad.

Caquot (1) ha obtenido también, sin integrarla, la ecuación diferencial general y la expresión de la elipse curva frontera de la zona de macizo en equilibrio superabundante, y de la que por deformación con tangente común paralela al talud libre se obtiene, según sus resultados, la de deslizamiento. Pero, sin embargo, con sus estudios, como con los de Resal, de base analítica, fundados en el talud indefinido, que precisamente en la realidad no existe, sino que el real es el terraplén de altura límite, se consigue hoy menos facilidad de aplicación y no más exactitud práctica que con los métodos basados en la adopción de una superficie deslizante aproximada a la real, y que se detallarán posteriormente.

(1) *Equilibre des massifs à frottement interne.*