

sentimiento de repugnancia hacia las injusticias y desigualdades y una aspiración a que éstas sean suprimidas y reparadas. Pero, mientras el Socialismo no es más que eso, es estéril y muchas veces absolutamente contraproducente. Por eso yo, cuando aparece en nuestras filas o fuera de ellas un hombre que habla de socialismo con un énfasis místico, como si a cada una de sus palabras le precediese el brillo de las zarzas que ardían en el Sinaí, e invoca a cada momento los estados íntimos de la conciencia, de la moral y el refinamiento de la sensibilidad, desconfío; desconfío, porque para ser socialista eso no vale, eso queda oculto como un sentimiento interno e inicial de la actuación. Por entusiasmo místico y sentimental se puede llegar a posición de superioridad protectora, adoptando la actitud de derramar los beneficios de la sabiduría y de la bondad sobre las masas, cuando éstas son las que tienen que impulsarse por sí mismas, según las palabras de Marx. O se puede, en un impulso de sentimentalidad adoptar actitudes que tienen una

aparición radical, pero que en el fondo no valen absolutamente para nada. Y, tenemos que convencernos compañeros, de que aunque el marxismo, el Socialismo científico, el Socialismo que verdaderamente está cada vez más en el fondo del espíritu de las masas proletarias, aunque ese Socialismo tenga su origen en sentimientos de justicia, en deseos de mejora, en afectos, en estímulos si queréis, el Socialismo es, ante todo, inteligencia y comprensión; porque, contra lo que se ha dicho tantas veces para motejar el Socialismo por la teoría del materialismo de la Historia, hay que afirmar que la Economía misma es un producto de la inteligencia aplicada a la Naturaleza; que el intento de utilizar el estudio del desarrollo de los fenómenos económicos para obtener una explicación objetiva de los hechos políticos y sociales es una de las aportaciones más nobles y más grandes que se han hecho en el mundo del progreso, de la inteligencia y del espíritu".

Francisco BUSTELO,
Ingeniero de Caminos.

Solución general del problema de las piezas sometidas a deformación plana y construídas sobre cimiento deformable

En un artículo publicado en esta REVISTA en el número de 1.º de agosto último, he indicado cómo se resuelve con toda generalidad el problema de las piezas o construcciones sometidas a deformación plana, cuando se conocen las tensiones sobre la superficie, artículo que terminaba con las siguientes palabras:

"Con lo dicho se resuelve el problema tipo Neumann, en que se nos dan las tensiones en todo el contorno; pues una vez obtenidas las densidades μ' mediante las ecuaciones [10], queda la función [7] completamente conocida y, por tanto, basta hacer una integración para todo el contorno para determinar las tensiones en cualquier punto, análogamente a como hemos procedido para pasar de las ecuaciones [9] a las [10].

Pero hay otros tipos de problema elástico que tienen importancia práctica. (Véase mi "Elasticidad y Resistencia de los Materiales", tomo I, página 177, el artículo "La solución general del problema elástico de tipo mixto", publicado por mí en la *Revista de Ingeniería Industrial*, del mes de abril de 1935, y el titulado "Nota sobre el cálculo de presas", que he publicado en la *Revista de Ingeniería y Construcción*, del mes de agosto de este mismo año.)

A estos nuevos tipos de problema se aplica también el método precedente, es decir, que también es posible reducirlos a una ecuación integral; ello exige naturalmente la determinación de los corrimientos u , v en función de F mediante las ecuaciones [3], pero como la exposición minuciosa de los cálculos correspondientes alargaría excesivamente este artículo, haremos aquí punto hasta mejor ocasión."

Me propongo ahora cumplir la promesa contenida en los párrafos transcritos, e indicar cómo se termina el problema cuando en una parte del contorno de la sección no se conocen las tensiones, sino que se impone a los corrimientos la hipótesis de ser proporcionales a las tensiones. Como ejemplo muy interesante del pro-

blema que vamos a resolver, tendremos el caso de las presas de gravedad.

Hemos de basarnos en las ecuaciones [3] del artículo precedente, que copio para mayor claridad:

$$[1] \quad \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{m^2 - 1}{m^2 E} \left(t_x - \frac{1}{m-1} t_y \right) \\ \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{m^2 - 1}{m^2 E} \left(t_y - \frac{1}{m-1} t_x \right) \\ \theta = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \end{cases}$$

Recordaré que u , v son las componentes del corrimiento, x , y las coordenadas, t_x , t_y , las tensiones normales, θ la tangencial, m , E , μ tres coeficientes elásticos que dependen de la materia empleada; sabemos que hay entre ellos una relación, así que siempre se reducen a dos.¹

Hagamos en la primera de las ecuaciones precedentes una integración parcial respecto a x y en la segunda la misma operación respecto a y ; obtendremos

$$[2] \quad \begin{cases} u = \frac{m^2 - 1}{m^2 E} \int \left(t_x - \frac{1}{m-1} t_y \right) dx + \varphi(y) \\ v = \frac{m^2 - 1}{m^2 E} \int \left(t_y - \frac{1}{m-1} t_x \right) dy + \psi(x) \end{cases}$$

siendo $\varphi(y)$, $\psi(x)$ las dos funciones arbitrarias introducidas por la integración parcial.

¹ Por de contado, que este coeficiente μ nada tiene que ver con las densidades que designamos con la misma letra griega.

Para obtener explícitamente u y v , hay que calcular primeramente la integral

$$\int t_x dx,$$

que con el valor [8] de mi anterior artículo, nos da

$$\int t_x dx = \frac{2\mu'_1}{\pi} \int \frac{x^3 dx}{(x^2 + y^2)^2} + \frac{2\mu'_2}{\pi} \int \frac{y x^2 dx}{(x^2 + y^2)^2} - \frac{Px^2}{2} \cos \alpha.$$

Elementalmente obtenemos, prescindiendo de las constantes arbitrarias,

$$\int \frac{x^3 dx}{(x^2 + y^2)^2} = \frac{y^2}{2(x^2 + y^2)} + \frac{1}{2} \lg(x^2 + y^2)$$

$$\int \frac{x^2 dx}{(x^2 + y^2)^2} = \frac{-x}{2(x^2 + y^2)} + \frac{1}{2y} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{x}{y}$$

y, por tanto,

$$\int t_x dx = \frac{\mu'_1}{\pi} \left[\frac{y^2}{x^2 + y^2} + \lg(x^2 + y^2) \right] + \frac{\mu'_2}{\pi} \left[\frac{-xy}{x^2 + y^2} + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{x}{y} \right] - \frac{Px^2}{2} \cos \alpha.$$

Calculemos ahora

$$\int t_y dx,$$

para lo que emplearemos ventajosamente el valor [2] de mi primer artículo, obteniendo

$$\int t_y dx = \int \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} dx - Pxy \sin \alpha = \frac{\partial F}{\partial x} - Pxy \sin \alpha$$

y atendiendo ahora a la [7], también del anterior artículo,

$$\int t_y dx = \frac{\mu'_1}{\pi} \left[\frac{-y^2}{x^2 + y^2} + \frac{\mu'_2}{\pi} \left[\frac{xy}{x^2 + y^2} - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{y}{x} \right] - Pxy \sin \alpha \right]$$

Por igual método obtenemos

$$\begin{aligned} \int t_y dy &= \frac{\mu'_1}{\pi} \left[\frac{-xy}{x^2 + y^2} + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{y}{x} \right] + \\ &+ \frac{\mu'_2}{\pi} \left[\frac{x^2}{x^2 + y^2} + \lg(x^2 + y^2) \right] - \frac{Py^2}{2} \sin \alpha \\ \int t_x dy &= \frac{\mu'_1}{\pi} \left[\frac{xy}{x^2 + y^2} - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{x}{y} \right] + \\ &+ \frac{\mu'_2}{\pi} \left[\frac{-x^2}{x^2 + y^2} - Pxy \cos \alpha \right]. \end{aligned}$$

En resumen, los corrimientos se escriben

$$\begin{cases} u = \frac{\mu'_1}{\pi} \left[\frac{m+1}{mE} \frac{y^2}{x^2 + y^2} + \frac{m^2-1}{m^2E} \lg(x^2 + y^2) \right] + \\ \frac{\mu'_2}{\pi} \left[\frac{m+1}{mE} \frac{-xy}{x^2 + y^2} + \frac{m+1}{m^2E} \frac{\pi}{2} + \frac{m^2-m-2}{m^2E} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{x}{y} \right] - \\ - \frac{m^2-1}{m^2E} \frac{Px^2}{2} \cos \alpha + \frac{m+1}{m^2E} Pxy \sin \alpha + \varphi(y) \\ v = \frac{\mu'_1}{\pi} \left[\frac{m+1}{mE} \frac{-xy}{x^2 + y^2} + \frac{m+1}{m^2E} \frac{\pi}{2} + \right. \\ \left. + \frac{m^2-m-2}{m^2E} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{y}{x} \right] + \\ + \frac{\mu'_2}{\pi} \left[\frac{m+1}{m^2E} \frac{x^2}{x^2 + y^2} + \frac{m^2-1}{m^2E} \lg(x^2 + y^2) \right] - \\ - \frac{m^2-1}{m^2E} \frac{Py^2}{2} \sin \alpha + \frac{m+1}{m^2E} Pxy \cos \alpha + \psi(x). \end{cases} \quad [3]$$

Si ahora llevamos estos valores a la tercera de las ecuaciones [1] sustituyendo, además, θ por su valor, según la tercera de las ecuaciones [8] de mi primer artículo, y teniendo en cuenta la relación¹

$$\mu = \frac{mE}{2(m+1)}$$

obtenemos, después de simplificar,

$$\frac{m+1}{m^2E} Px \sin \alpha + \frac{m+1}{m^2E} Py \cos \alpha + \varphi'(y) + \psi'(x) = 0$$

ecuación que exige forzosamente

$$\psi'(x) = \frac{m+1}{m^2E} Px \sin \alpha$$

$$\varphi'(y) = \frac{m+1}{m^2E} Py \cos \alpha,$$

de donde

$$[4] \begin{cases} \psi(x) = \frac{m+1}{2m^2E} Px^2 \sin \alpha + C_1 \\ \varphi(y) = \frac{m+1}{2m^2E} Py^2 \cos \alpha + C_2 \end{cases}$$

siendo C_1, C_2 dos constantes, que pueden tomarse nulas sin que las ecuaciones elásticas dejen de estar satisfechas.

En resumen, las ecuaciones [3] y [4] nos determinan completamente los corrimientos u, v que corresponden a la solución elemental [7] de nuestro primer artículo. Estos corrimientos vienen expresados en el triedro o sistema de ejes afecto al punto P del perímetro; de modo que llamándolos u', v' para

¹ "Elasticidad y Resistencia de los Metales", M. Velasco, tomo I, pág. 171.

evitar confusiones, los corrimientos en otro sistema cualquiera serán

$$\begin{aligned} u &= u' \cos \varphi - v' \sin \varphi \\ v &= u' \sin \varphi + v' \cos \varphi, \end{aligned}$$

siendo φ el ángulo que forman entre sí los ejes X de ambos sistemas.

Si ahora integramos para todo el perímetro, la solución definitiva será

$$[5] \begin{cases} u = \int (u' \cos \varphi - v' \sin \varphi) \cdot d\omega' \\ v = \int (u' \sin \varphi + v' \cos \varphi) \cdot d\omega' \end{cases}$$

y éstos serán los valores a introducir en las condiciones relativas al cimiento

$$[6] \quad u = K_1 t_x \quad v = K_2 \cdot \theta,$$

según he explicado en el artículo titulado "Nota sobre el cálculo de presas" que he publicado en la *Revista de Ingeniería y Construcción* del mes de agosto de este año.

Fácil es ver que las integrales [5] son continuas cuando el punto M cruza el contorno. Atendiendo, para comprobarlo, a los valores [3], la continuidad es evidente para los términos en que aparece el logaritmo, porque es muy sabido¹ que el potencial logarítmico de una densidad extendida sobre una curva plana, es continuo. También lo es para los términos

$$\frac{y^2}{x^2 + y^2}, \frac{x^2}{x^2 + y^2} \text{ porque ambos son de grado par}$$

respecto a x , lo que envuelve la simetría para dos puntos situados a uno y otro lado del contorno, por lo menos para la porción de la integral afecta a un pequeño elemento rectilíneo del contorno, que es la que puede originar saltos bruscos.

Vamos ahora al término

$$\frac{xy}{x^2 + y^2};$$

la integral correspondiente, calculada para una pequeña porción rectilínea $2a$ del contorno, valdrá

$$\mu' \int_{-a}^{+a} \frac{-xy' dy'}{(x^2 + y'^2)^2}$$

o sea

$$-\frac{1}{2} \mu' x \lg \frac{x^2 + a^2}{x^2 + a^2}$$

que es nula independientemente de x , es decir, tanto en el contorno como en la proximidad del mismo.

Finalmente, nos quedan dos términos en

$$\arctg \frac{y}{x}, \arctg \frac{x}{y}$$

que son equivalentes para el caso, porque su suma es $\frac{\pi}{2} \psi$. Tomemos por ejemplo el primero que nos da la integral

$$\int_{-a}^{+a} \mu' \arctg \frac{y}{x} \cdot d\omega' = -\mu' \int_{-a}^{+a} \arctg \frac{y'}{x} \cdot dy'.$$

Recordemos la expresión

$$\int \arctg z \cdot dz = z \arctg z - \lg \sqrt{1 + z^2} + \text{Constante}$$

y tendremos para nuestra integral

$$\begin{aligned} & -\mu' x \left[\frac{a}{x} \arctg \frac{a}{x} - \lg \sqrt{1 + \frac{a^2}{x^2}} - \right. \\ & \left. - \frac{a}{x} \arctg \frac{a}{x} + \lg \sqrt{1 + \frac{a^2}{x^2}} \right] \end{aligned}$$

que se anula también cualquiera que sea x .

Respecto al coeficiente K_1 yo he realizado alguna experiencia, a la verdad un poco toscamente, pero suficiente para dar una idea aproximada. Preparé un trozo de terreno en igual forma que pensaba hacerlo para la obra, y luego hice colocar en él una placa de hierro fundido de 28,5 cm. de largo por 28 de ancho. Con lingote de plomo bien repartido, se montó sobre esta placa una carga de 1 600 kilogramos, y a las doce horas se midió lo que la placa se había clavado en el suelo, encontrando 2 cm. Resulta, pues, aproximadamente $K_1 = 1$ en centímetros cúbicos por kilogramo. Conviene advertir que se trataba de un terreno sumamente flojo. Supongo, pues, que en la práctica se presentarán valores menores de K_1 . El valor límite de $K_1 = 0$ corresponde a un cimiento incompresible; pero a este valor límite no se aplica sin modificación nuestro método porque los saltos bruscos de t y de θ desaparecen y la ecuación no es del tipo de Fredholm.

Creo sinceramente que quien haya leído con alguna atención este artículo y el anterior que le sirve de antecedente, quedará convencido de que con el método indicado puede calcularse cualquier caso de deformación plana. En particular, creo interesante la aplicación a las presas de gravedad. En éstas, supuesta la sección triangular, habrá que distinguir tres casos, según que el punto M pertenezca al paramento mojado, al de aguas abajo o al cimiento. Dentro de cada uno de estos casos, el punto auxiliar P puede ocupar a su vez las mismas tres posiciones; pero es interesante observar que cuando M y P son de una misma porción recta de contorno, nuestras

¹ H. Poincaré. Theorie du Potentiel Newtonien.

ecuaciones se simplifican grandemente. Para el paramento mojado, se emplean las condiciones [10] de mi primer artículo, igualando la tensión tangencial a cero y la normal a la presión del agua. En el paramento libre, ambas se igualan a cero. En el cimiento se escriben las dos condiciones [6]. Formada así la ecuación integral, se calculan μ'_1 , μ'_2 por el método de Fredholm; y ya se deducen las tensiones en cualquier punto por una integración. Yo espero que alguno de los ilustrados lectores de esta REVISTA acometa la aplicación a un caso numérico, trabajo que considero del mayor interés, tanto en sí mismo como en concepto de preparatorio para el cálculo por el mismo método de presas bóvedas, en que es preciso considerar el estado elástico triple.

Manuel VELASCO DE PANDO.
Ingeniero Industrial.

Revista de revistas

La red de autovías europeas.

El suplemento número 2 del año 1934 de la revista *Die Strasse*, órgano de la Inspección general de las carreteras de Alemania, publica, en cuatro idiomas, un artículo del senador Pedro Puricelli, ilustrado con un mapa esquemático. Reproducimos íntegramente dicho artículo, que pone en evidencia el camino recorrido en un decenio por la idea de las autovías y la perspectiva que presentan en un porvenir próximo. Dado también el ritmo acelerado del desarrollo de nuestra civilización, a impulsos de la ley de la velocidad, los tiempos se miden con unidad reducida, y bastará algún decenio más para realizar transformaciones que en otras épocas se hubieran considerado como seculares. Bien merece, pues, el ideador y realizador audaz de la autovía Milán-Lagos asistir a la expansión de su admirable iniciativa.

Escribe el senador Puricelli:

"En 21 de septiembre de 1934 se cumplirán diez años de la inauguración de la primera autovía del mundo, la de Milán a los Lagos, que el genio de Benito Mussolini quiso, quien la consideró como "una grandiosa anticipación italiana y un signo certísimo de nuestra potencia constructiva, no indigna de los antiguos hijos de Roma".

En estos diez primeros años, la autovía ha ganado su primera batalla. El concepto de la nacionalización de la red italiana y la implantación análoga de la red alemana cierran definitivamente la fase del experimento, consagrando la autovía como elemento imprescindible en la vida nacional, adicionando a ésta un nuevo índice de civilización. Muy justamente, en 1933, el jefe del Gobierno alemán ha proclamado:

"Del mismo modo que el vehículo de tracción animal se ha formado sus propios caminos y los ferrocarriles se han construido sus propias redes, es preciso que el automóvil se construya las vías para él necesarias. En otros tiempos se tendía a medir la civilización de un pueblo en relación al kilometraje de sus ferrocarriles. En el porvenir será el correspondiente a las autovías el que se tendrá en cuenta. La construcción de estas vías constituirá gran parte del programa constructivo del Gobierno alemán."

Ahora, alcanzada la primera meta con el reconocimiento de la propia personalidad nacional, a la autovía se le presenta la segunda: la conquista del Continente.

Mi plan de comunicaciones por autovías intereuro-

NOTAS.— Se me olvidaba hacer notar que la 2.^a condición para que el método de Fredholm sea aplicable, está también cumplida, porque cuando M y P coinciden, los valores [3] se hacen ∞ como el logaritmo de la distancia $M P$.

He advertido algunas erratas en mi primer artículo. Las principales son las siguientes:

En la segunda de las ecuaciones (1), la cantidad θ debe estar derivada respecto a x y no respecto a y como aparece.

En la ecuación (7) en lugar de la letra M debe leerse la letra griega μ .

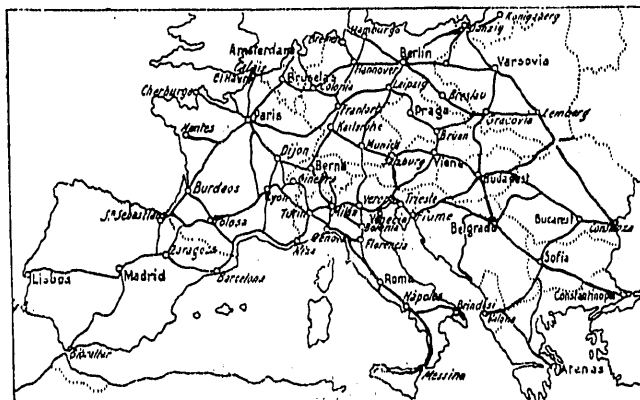
En las ecuaciones (10) aparecen con acento las cantidades μ , μ' fuera del signo integral, siendo así que no deben llevarlo, ya que es notación habitual en este género de cuestiones emplear letras acentuadas para las funciones del punto P a que se refiere la integración y sin acento para las funciones de M .

peas ha sido meditado, estudiado y llevado a término con estas convicciones:

Las autovías representan las verdaderas grandes comunicaciones de nuestro siglo. Ellas deben poner al día los medios de comunicación en cada Estado con las exigencias del siempre creciente tráfico automóvil, y constituir las verdaderas vías maestras de hoy y del mañana. Pero no basta que cada Estado piense en sí mismo. Es natural y lógico que su interés particular, sobre todo, anime el esfuerzo que debe hacer para crear su propia red de autovías; pero una coordinación entre Estado y Estado es necesaria, máxime cuando es tan corriente en cualquier actividad de la vida diaria que el interés colectivo coincida con el particular, y la facilidad en las comunicaciones, más que cualquier otro factor, ha creado la interdependencia de intereses que domina en general, y ésta, a su vez, requiere hoy día, e imperiosamente, la mayor armonía posible de las mismas.

Sin olvidar, o mínimamente sacrificar, el interés de cada Estado, sino al contrario, sirviéndolo, se imponía pensar en Europa.

Pensar en Europa es, trazar sobre ella una red orgánica racional de comunicaciones que, siguiendo las líneas de mayor tráfico, la dotasen de un sistema circulante en armonía con las necesidades de la época, y Europa, que se ha provisto en menos de cincuenta años de una red ferroviaria formidable, no puede continuar obli-



Proyecto del senador Pedro Puricelli de una red de autovías a través de Europa.