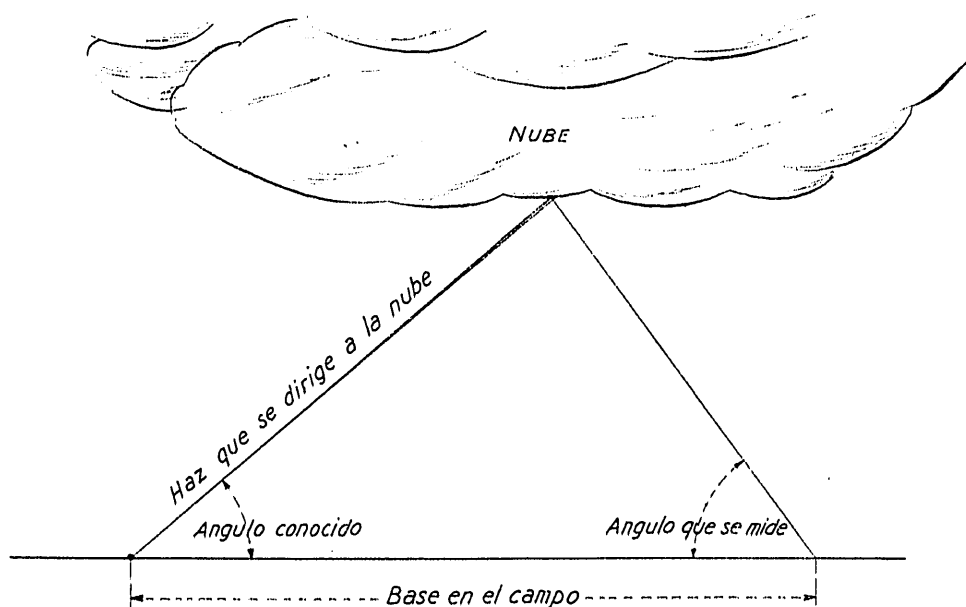




ALTURA DE NUBES.

de cara, y tenerla presente al tomar tierra. Uno de los sistemas de luces muy empleados, es una especie de veleta con una línea de luces, que a modo de flecha señala la dirección en que el viento sopla.

Imprescindible es también el indicador de altura de nubes. El aeroplano que viene volando sobre ellas, necesita saber si la nube llega hasta la tierra o, en caso contrario, la altura limpia de nubes donde se puede evolucionar. Hay muchos modos de averiguar la altura de la nube. Uno de ellos consiste en mandar a ella desde un punto del campo un haz luminoso de incli-

nación conocida, y cuya abertura sea lo más reducida posible, el cual señala en la nube una pequeña área iluminada, que es la intersección de la nube y el haz. Desde otro punto del campo, a distancia conocida del punto emisor del haz, se dirige una visual al centro del área iluminada de la nube, y con el ángulo que esta visual forma con la base, se tienen elementos bastantes para calcular la altura; por radio se la manda al aviador.

Sólo queda ya el iluminar todo el área del campo de aterrizaje. Es bien sencillo. Un par de reflectores en los extremos del aeropuerto iluminan todo el campo. La iluminación basta con que tenga ocho a diez lux. Con doce o catorce lux, se tiene una iluminación espléndida.

* * *

España ocupa un buen puesto en el mundo, por el alumbrado de sus costas. Poco se necesita hoy en el interior de la Península para señalar nuestras escasas y poco frecuentadas rutas del aire. Pero es necesario que el abalanzamiento preceda al desarrollo de la aviación, y es preciso que en este aspecto nuevo de las comunicaciones se coloque España en lugar preeminente. Ni es difícil ni costoso el perseguirlo.

Eduardo J. DE CASTRO,
Profesor de Puertos y Señales marítimas
en la Escuela de Caminos.

Cubicación de embalses¹

II

Vimos en el artículo anterior¹ que aunque la cubicación por la media aritmética de las áreas introduce de ordinario errores sistemáticos por exceso, tiene, por lo menos, la ventaja de no exigir de cada vez más que el empleo de dos áreas, escapando así a los errores eventuales, cuya posibilidad señalábamos al discutir el método general de interpolación algébrica. Es natural, por lo tanto, tratar de conservar esta ventaja, procurando obviar aquel inconveniente.

Ya los Sres. Inchaurreandieta, Martínez Campos y Pardo en su "Proyecto de reconstrucción del pantano de Puentes en Lorea", publicado en 1876 en los *Anales de Obras públicas*, dándose cuenta de los errores por exceso a que exponía el método ordinario de la media de las áreas, adoptaron otro que, a su juicio, aseguraba más bien un error por defecto, lo que permitía un margen contra posibles imprevisiones del proyecto.

Dicen así en la página 73 de la mencionada Memoria:

"... El (volumen) de cada zona entre dos curvas de nivel se ha supuesto formado de dos partes.

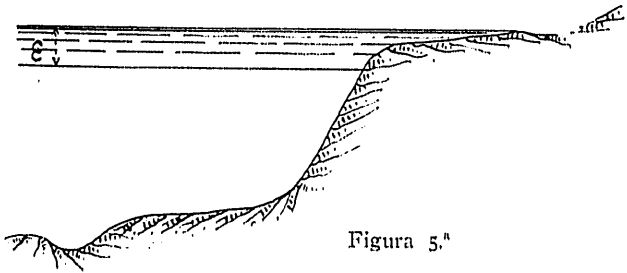
"Un prisma cuya base fuese la curva inferior y la altura la distancia entre los planos de ambas, y otro volumen *irregular* cuya base se puede considerar que sea la diferencia entre el área de las dos curvas, y que se halla terminado por una arista que es precisamente la curva de nivel inferior. El volumen de esta última parte *no puede obtenerse con exactitud; prefiriendo cometer un error por defecto*, lo hemos supuesto igual al producto de la base por la tercera parte de la altura."

No añaden los citados ingenieros otras razones que justifiquen su elección, pero procurando seguir el hilo de su pensamiento a través de las frases que expresamente hemos subrayado, parece que habrían de razonar de esta forma: el primer volumen es perfectamente conocido; el segundo es mayor que el de un cono de igual base y de la misma altura.

Enunciado en todo su rigor, este último postula-

¹ Véase el número anterior, página 266.

do no podría aceptarse, porque la *irregularidad* indefinida de las formas del terreno podría conducir a situaciones aun más desfavorables, como la representada en la figura 5.^a, que no deja de presentarse en las terrazas próximas a los ríos. En teoría, al menos, ese volumen perimetral podría llegar hasta casi anularse, aunque la probabilidad de esos valores extremos sea muy pequeña.

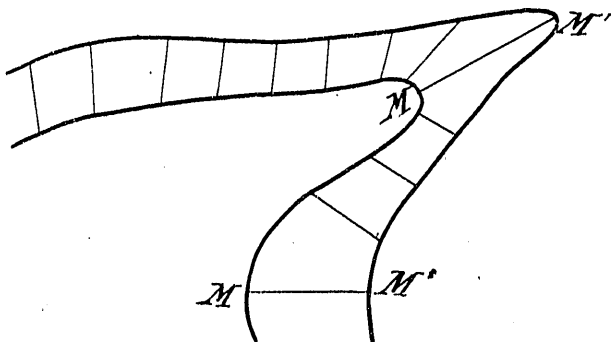
Figura 5.^a

La proposición, sin embargo, será exacta siempre que la superficie del terreno entre las dos curvas pueda asimilarse a una superficie reglada, asimilación que con frecuencia se admite, aunque conviene comprobar.

En efecto, si a cada punto M de una de las curvas (fig. 6.^a) corresponde otro M' en la otra, de tal suerte que la recta MM' del terreno coincida sensiblemente con él, es claro que dos de estas rectas no podrán cruzarse y que entre sus planos proyectantes, el plano horizontal que pasa por la curva inferior, el cilindro de generatrices verticales que se apoyan sobre la curva superior y la propia superficie del terreno, quedará definido un volumen, que será uno de tantos elementos del volumen total que se trata de determinar.

Ese volumen parcial presenta ya tres caras planas; pero tiene además otras dos curvas. Si se lo divide por nuevos planos proyectantes verticales, la cara cilíndrica se dividirá en fajas de curvatura decreciente y asimilables, por consiguiente, a un plano en las proximidades del límite. La otra cara, si la superficie es reglada, pero no desarrollable, no tendrá a todo lo largo de la generatriz un plano tangente único, pero la diferencia entre los volúmenes que resultaran de sustituir aquella por los planos tangentes extremos tenderían a ser infinitamente pequeños en relación con el volumen del pentaedro.

Para hallar el volumen de éste podríamos suponer, pues, que todas sus caras fueran planas, aunque

Figura 6.^a

para ello hubiera que girar también infinitamente poco la cara cilíndrica. Resultaría así, en definitiva, un cuerpo como el representado en la figura 7.^a, en el que las aristas AB , CD y EF serían paralelas y horizontales, y EC y DF rectas verticales e iguales; su volumen podría descomponerse en dos partes por un plano que pasara por B y fuera paralelo al AEC . La parte comprendida entre estos dos planos sería un prisma cuyo volumen sería

$$\frac{1}{2} l h \varepsilon$$

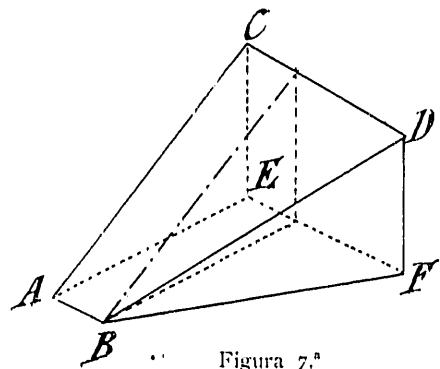
representado por l la arista AB , por l (que hemos de utilizar luego) la arista $EF = CD$, por h la distancia del punto B a la recta EF y por ε la equidistancia de las curvas, o sea DF .

El volumen restante sería el de una pirámide cuadrangular equivalente a

$$\frac{1}{3} h (L - l) \varepsilon$$

Sumando los dos se tiene para volumen del cuerpo

$$V = \frac{\varepsilon}{3} \cdot \frac{h(2L + l)}{2} = \frac{1}{3} \varepsilon \frac{(L + l)h}{2} = \frac{1}{6} \varepsilon h L.$$

Figura 7.^a

El primer término representa precisamente el volumen de un cono de base $ABEF$; el segundo es esencialmente positivo y sólo se anulará con L . Si, pues, cada volumen elemental es superior, o a lo sumo, igual al cono correspondiente y éstos conos son todos de igual altura ε ; si además la suma de sus bases es precisamente igual a la diferencia de las áreas de las superficies comprendidas entre las curvas de nivel, el teorema queda demostrado, siempre, por supuesto, dentro de las hipótesis admitidas.

La fórmula empleada en el pantano de Puentes se reduce en definitiva a la expresión

$$V = S_0 \varepsilon + \frac{(S_1 - S_0)}{3} \varepsilon = \frac{(2S_0 + S_1)}{3} \varepsilon.$$

La de la media de las áreas es

$$V = \frac{(S_0 + S_1)}{2} \varepsilon$$

y si la una da el cálculo por defecto y la otra por exceso, el error real no podría ser mayor que la diferencia

$$\Delta = \frac{(S_1 - S_0)}{6} \varepsilon$$

Si se sumaran entonces todos los errores correspondientes a las distintas capas o rebanadas, se tendría como límite máximo del error en la cubicación del embalse

$$E = \frac{S_2}{6}$$

resultado congruente con la indicación hecha en el artículo anterior.

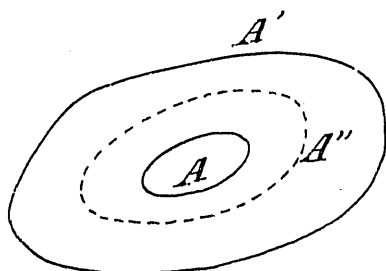


Figura 8.ª

La fórmula que acabamos de examinar no pretende, en realidad, dar la expresión más aproximada posible del trozo de embalse comprendido entre las dos curvas de nivel, sino señalar un límite mínimo, dejando los errores del cálculo a beneficio de la obra, como suele decirse. Algo más ambiciosa era otra fórmula que encontré en uso en las obras de defensa contra las inundaciones en las provincias de Levante (hoy incluidas en la Confederación del Segura), cuando fui destinado a aquel servicio recién ingresado en el Cuerpo, encargándoseme de las obras del pantano de Talave y del estudio del que entonces se llamaba del Infierno y actualmente de la Puensanta.

La fórmula en cuestión es debida a Graeff, que la dió a conocer en una de sus "Memoires sur le mouvement des eaux dans les reservoirs à alimentation variable et sur l'action que la digue de Pinay exerce sur les crues de la Loire à Roanne" (Paris, 1873, página 5-11). No se limita en ella Graeff a considerar tan sólo las dos superficies encerradas por dos curvas a nivel consecutivas, sino que toma en cuenta

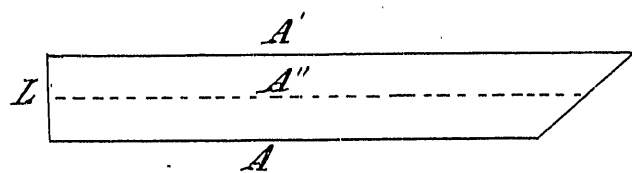


Figura 9.ª

además los desarrollos respectivos de estas curvas, para deducir la superficie media que ha de multiplicar por la equidistancia para determinar el volumen buscado.

He aquí su manera de operar. Sean A y A' (figura 8.ª) las dos curvas limitantes de las superficies S y S' . La diferencia $S' - S$ se transforma en una superficie trapezoidal (fig. 9.ª), cuyas bases serán los desarrollos D y D' de las curvas A y A' ; L quedará así perfectamente determinado; será en efecto,

$$L = \frac{2(S' - S)}{D + D'}$$

Si se considera ahora en la figura 8.ª una curva intermedia A'' , se la hace corresponder con la recta A'' de la figura 9.ª, que comprende entre A'' y A una superficie igual a la comprendida en la figura 8.ª entre las dos curvas del mismo nombre. Se supone además que las dos líneas A'' (recta y curva) tienen el mismo desarrollo. Por último, se admite que la recta A'' se traslada uniformemente de A a A' , al mismo tiempo que el plano horizontal que determina las curvas pasa del nivel inferior al nivel superior.

Es fácil dentro de estas hipótesis determinar para cada altura la superficie correspondiente, y en seguida, por una sencilla integración, se determina el volumen comprendido entre las dos secciones extremas, el cual tiene por expresión

$$W = \frac{D(2S' + S) + D'(2S + S')}{3(D + D')} K$$

en la que K representa la equidistancia.

Se echa de ver desde luego que todo este cálculo reposa sobre analogías ingeniosas, y hasta a veces plausibles, pero de una artificiosa arbitrariedad. La relación que se pretende establecer entre las áreas y

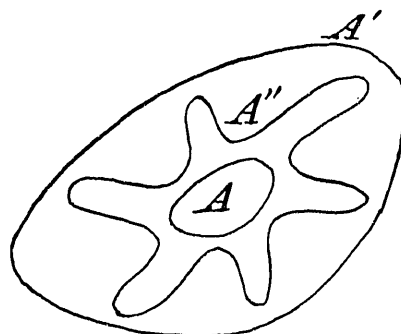


Figura 10.ª

los desarrollos, si puede aproximarse a la verdad cuando las curvas no son muy desemejantes, puede en más de un caso fallar completamente. Los conceptos geométricos de superficie y perímetro son en general completamente independientes entre sí: para un perímetro dado hay ciertamente una superficie máxima; pero a partir de ese límite, esta misma superficie podría tener un perímetro tan grande como se quisiera. El perímetro envolvente sólo es mayor con certeza respecto del perímetro envuelto, cuando ambos corresponden a curvas convexas, y para que exista una relación precisa entre ellos y las respectivas superficies, es preciso que se cumplan determinadas condiciones de forma.

Y no se crea que las divergencias puedan aparecer tan sólo en casos excepcionales. Es frecuentísimo ver las laderas surcadas por barrancos de gran pendiente, que apenas si penetran en la meseta superior y que se desvanecen al pie de los cerros; pero que se acusan fuertemente en la zona intermedia, introduciendo en las curvas retrocesos y ondulaciones que alargan su longitud, hasta hacerla superar a la de las curvas superiores. Es lo que representa en forma esquemática la figura 10, a la que sería evidentemente inaplicable el proceso indicado por Graeff.

Habría un caso, sin embargo, en que la fórmula respondiera con todo rigor a la realidad, y es cuando se tratara de un tronco de cono. Entonces las curvas

A y A' de la figura 8.^a serían no sólo semejantes, sino homotéticas y cuando en particular el cono sea circular y R y r los radios de ambas bases, se tendrá

$$D = 2\pi R \quad D' = 2\pi r \quad S = \pi R^2 \quad S' = \pi r^2$$

y si K es igual a ε , la expresión se reduce a

$$w = \pi \frac{R^3 + 2rR^2 + 2Rr^2 + r^3}{3(R+r)} \varepsilon = \frac{\pi \varepsilon}{3} (R^2 + Rr + r^2)$$

que es precisamente el volumen del tronco de cono. Si el cono no fuera circular, se ve también inmediatamente que la expresión tomaría la forma

$$w = \frac{S_0 + S_1 + \sqrt{S_0 S_1}}{3} \varepsilon.$$

Fuera de este caso, la fórmula de Graeff no puede tener más valor que el de una asimilación, siempre artificiosa y en parte arbitraria, que puede en ocasiones ser francamente errónea. La introducción de los perímetros resulta así superflua, porque complica las operaciones sin añadir ninguna garantía de exactitud.

Por estas razones deseché la fórmula de Graeff al hacer la cubicación del Guadalcacín, adoptando el método algébrico, para el que la regularidad en el crecimiento de las áreas parecía ofrecer especiales condiciones de aplicación.

Los resultados obtenidos presentaban una particularidad: los volúmenes parciales correspondientes a las distintas alturas del embalse venían a crecer muy aproximadamente, como si se tratara de un vaso cónico; eran sensiblemente proporcionales al cubo de la altura. Esta circunstancia, que pude comprobar también en otros casos españoles y extranjeros, algunos de los cuales me fueron comunicados por nuestro inteligente y estudioso compañero Sr. Becerril, podían justificar el empleo de la fórmula últimamente citada que, recogiendo lo que pudiera haber de aceptable en la fórmula de Graeff, evitaba el manejo de los perímetros, cuya incongruencia queda a nuestro juicio demostrada.

Por eso la he aplicado en algunos otros casos, y en particular a los pantanos del Parroso y del Huezna, estudiados con motivo de un proyecto de abastecimiento de Sevilla.

Esta fórmula da, desde luego, valores comprendidos entre los dos límites extremos que como probables señalamos más atrás: son menores que los correspondientes a la media de las áreas, y la diferencia es en este caso

$$\Delta = \frac{S_0 + S_1}{2} \varepsilon - \frac{S_0 + S_1 + \sqrt{S_0 S_1}}{3} \varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon}{3} \left(\frac{S_0 + S_1}{2} - \sqrt{S_0 S_1} \right) = \frac{\varepsilon}{6} \left(\sqrt{S_1} - \sqrt{S_0} \right)^2$$

son mayores que los de la fórmula empleada en Puentes y la diferencia es entonces

$$\Delta' = \frac{S_0 + S_1 + \sqrt{S_0 S_1}}{3} \varepsilon - \frac{2S_0 + S_1}{3} \varepsilon = \frac{\sqrt{S_0 S_1} - S_0}{3} \varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon}{3} \left(\sqrt{S_1} - \sqrt{S_0} \right) \sqrt{S_0}$$

Para valores muy pequeños de S_0 , la primera diferencia es evidentemente mayor que la segunda, y lo seguirá siendo mientras

$$S_1 > 9 S_0.$$

Las dos serán iguales cuando esa limitación se convierta en igualdad, y a partir de este momento será la última la diferencia predominante.

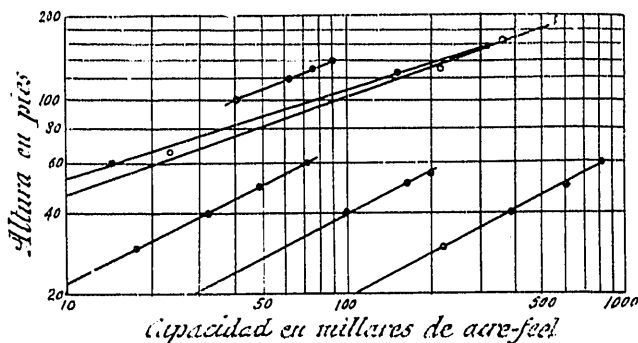


Figura 11.

Cuando S_1 y S_0 sean casi iguales, se tendrá aproximadamente

$$\Delta = \frac{\varepsilon}{24} \cdot \frac{(S_1 - S_0)^2}{S_0} \quad \Delta' = \frac{\varepsilon}{6} (S_1 - S_0)$$

Las dos diferencias serán entonces infinitamente pequeñas; pero la primera será un infinitamente pequeño de segundo orden, mientras que la segunda lo será de primero.

El hecho anotado más atrás de que el volumen de muchos pantanos responde con bastante aproximación a la forma cónica o es asimilable a ella, ha sido también notado por otros ingenieros y ha dado lugar a generalizaciones más recientes. Ya Garret, en su Memoria de 1911, citada en el artículo anterior, había hecho observar que el método algébrico por él propuesto conducía con frecuencia a resultados muy análogos cuando se tomaba en cuenta un número muy grande de secciones horizontales y cuando se limitaba a un corto número de ellas bien escogidas, prescindiendo de todas las intermedias; y aun deducía de aquí ciertas indicaciones que pudieran servir para ahorrar gasto y trabajo en el levantamiento topográfico. En su opinión, con tres secciones había bastante en la mayoría de los casos.

Más recientemente, Hillman, en un trabajo publicado en 1921, en el tomo II de las *Transactions* del Instituto de Ingenieros de Australia¹, hizo ver que la capacidad de un pantano en función de la altura del embalse podía ser expresada con bastante aproximación por una fórmula tal como

$$w = Ch^m$$

siendo h la altura y C y m parámetros adecuados.

Esta ley ha sido también comprobada por Sutherland, que presenta nuevos datos a su favor en su

¹ The Capacities and Capacity Equations of some Western Australian Dam Lites.

Memoria "Some aspects of water conservation", publicada en el número de septiembre de 1930 de los *Proceedings* de la "American Society of Civil Engineers". Con los datos a la vista, la comprobación es fácil utilizando el papel de cuadrícula logarítmica, en el que, tomando por coordenadas capacidades y alturas, la fórmula vendrá en cada caso representada por una línea recta. Para dar una idea de hasta dónde puede llegar la aproximación, Sutherland presenta la figura 11, que aquí reproducimos, en la que las escalas de alturas y capacidades están expresadas respectivamente en pies y en millares de *acre-feet*¹.

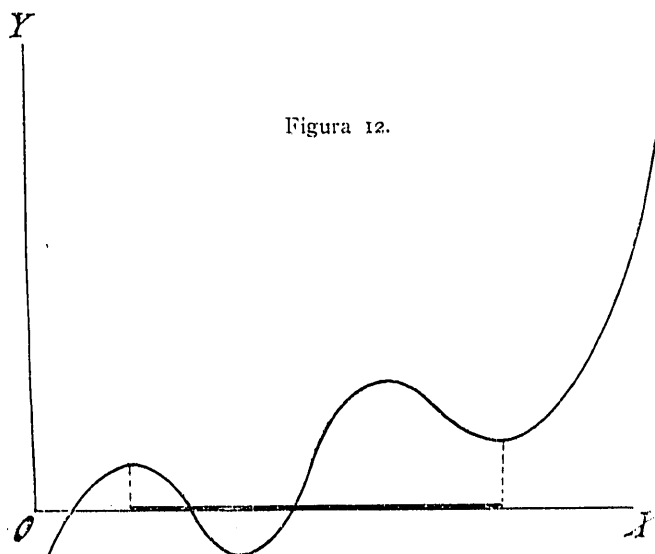


Figura 12.

Buscando justificación a esta ley, es fácil encontrarla en los casos en que es aplicable el método algébrico. Hemos visto, en efecto, que es condición de aplicabilidad de este método que la rama de parábola que haya de utilizarse se encuentre más allá del intervalo de máximos y mínimos correspondientes a las raíces de la derivada (fig. 12). Más allá de ese intervalo, la ordenada crece constante e indefinidamente; se podría decir que emprende ya definitivamente su marcha hacia el infinito. Los términos predominantes en el valor del polinomio son entonces los de grado más elevado y especialmente el primero: no será, pues, difícil que alterando un poco el exponente, y variando el coeficiente lo que sea preciso, se llegue con los solos dos parámetros a un ajuste suficiente, obteniendo esa fórmula monomía análoga a tantas otras como se han introducido recientemente en la técnica, en la que suelen preferirse por la gran comodidad que su uso proporciona.

Las formas ordinarias de los vasos de los pantanos, que pueden referirse con alguna aproximación a unos pocos tipos esquemáticos, conducirían también a análogas conclusiones. La figura 13 presenta cuatro tipos principales: el tipo *a*) de escarpes verticales y fondo plano, al que evidentemente correspondería

una fórmula lineal; el tipo *b*), que podría ser representado por una depresión o hundimiento circular en planta, parabólico en la sección vertical y que conduciría a una fórmula de segundo grado; el tipo *c*) de forma tetraédrica, originada por la erosión del agua en terreno homogéneo, con un talud lateral de equilibrio próximamente constante, para el cual se tendría una fórmula de tercer grado; el tipo *d*), en el que la erosión avanzara más en profundidad que en extensión con laderas convexas, acordándose en forma abombada con la superficie de la meseta, al cual vendrían a corresponder exponentes superiores a tres.

Las fórmulas reales podrían asimilarse más o menos a estos tipos o a sus combinaciones más o menos variadas, que podrían ya dar lugar a los refuerzos o compensaciones que se siguen de las propiedades de las parábolas utilizadas en el método algébrico.

En la Memoria que antes hemos citado, Sutherland da una lista de 51 embalses, la mayor parte de los Estados Unidos, pero algunos también de otros países, en los que el exponente *m* varía desde 1,04 hasta 4,35, y funda en ello una clasificación en cuatro tipos que separa por los valores del exponente, en esta forma:

	Valores de <i>m</i> .	Ejemplos.
Tipo lago.	1,0 a 1,5	5
Tipo de llanura y colinas.	1,5 a 2,5	15
Tipo colinas.	2,5 a 3,5	17
Tipo garganta.	3,5 a 4,5	14

Los esquemas que acabamos de proponer corresponderían y justificarían en parte los tipos de la clasificación de Sutherland, que ya tenía algún antecedente en trabajos anteriores de Nimmo, presentados al Instituto de Ingenieros de Australia.

Hay, sin embargo, en la clasificación de Sutherland dos cosas que no encajan del todo bien, por lo menos desde el punto de vista de la concepción teórica: de un lado, los límites precisos, de origen e inspiración algébrica; del otro, los nombres de los tipos que evocan nociones y accidentes de naturaleza geográfica. En algún caso, entre las dos concepciones

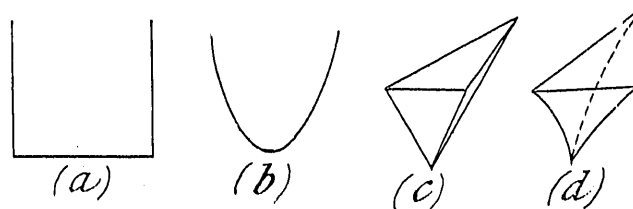


Figura 13.

puede haber un verdadero conflicto, como ocurriría en un cañón de escarpadas laderas y pendiente uniforme, geográficamente de tipo garganta, al cual correspondería un exponente muy próximo a 2, característico en la clasificación de Sutherland del tipo de llanura entre laderas.

Tal vez conviniera apurar el estudio de una clasificación natural fundada sobre las consecuencias geográficas de los accidentes tectónicos y de la erosión hidráulica, y en la cual el exponente numérico

¹ De arriba abajo y de izquierda a derecha, las rectas de la figura corresponden a los embalses de Huntingdon Lake, Coghinna, Tirso, Minatare, Belle Fourche y Almanor. El *acre-foot* equivale a 1.233 m³.

También en el último Congreso de las Ciencias de Santiago presentó un cuadro análogo con algunos ejemplos españoles, nuestro compañero D. Clemente Sáenz, en un interesante trabajo, del que hemos tenido conocimiento después de escrito el presente artículo.

sería un carácter secundario, no esencial, pero que podría ser susceptible de aplicaciones técnicas, tanto desde el punto de vista de la medida, como de la determinación de otros elementos o disposiciones de los proyectos.

Aun podría ocurrir que en el mismo sitio pudieran reconocerse dos tipos distintos o un tipo mezclado, según la altura que se hubiera de dar a la presa, por alcanzar ésta una u otra terraza de las originadas por la corriente en su evolución geológica.

Es ésta una materia que aquí no hacemos más que apuntar, y para cuyo estudio sería preciso un material más completo de casos prácticos. Reduciéndonos al punto de vista de la medida, que es el que tratamos de desarrollar en estos artículos, sólo haremos observar que, en los casos de nuestros esquemas, sería la media de las áreas la que estaría indicada para los dos primeros, la fórmula tronco-cónica para el tercero, que parece ser el más frecuente entre nos-

otros, y en el caso de que el exponente fuera 4, se podría utilizar una expresión de la forma

$$V = \frac{s}{4} \left(S_0 + S_1 + \sqrt[3]{S_0 S_1} \left(\sqrt[3]{S_0} + \sqrt[3]{S_1} \right) \right).$$

La fórmula general para un m fraccionario sería

$$V = \frac{s}{m} \cdot \frac{S_1 \sqrt[m-1]{S_1} - S_0 \sqrt[m-1]{S_0}}{\sqrt[m-1]{S_1} - \sqrt[m-1]{S_0}}$$

Son tan sencillas las demostraciones, que no creemos necesario desarrollarlas.

En un próximo artículo procuraremos deducir las consecuencias de aplicación práctica que pudieran derivarse de lo que llevamos dicho.

Pedro M. GONZALEZ QUIJANO.

Las obras de fábrica para la urbanización de la Ciudad Universitaria

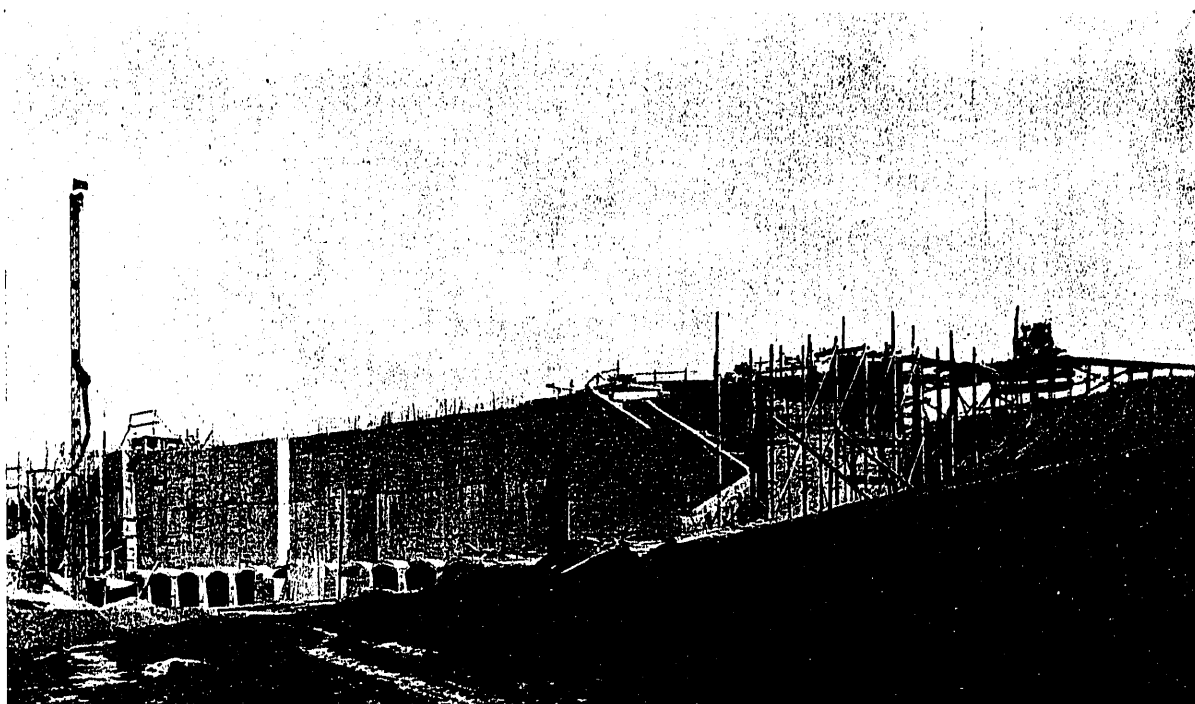
Entre las obras de ingeniería ejecutadas en la Ciudad Universitaria, destacan, por estar más a la vista, las obras de fábrica de su urbanización, y en especial los viaductos, pasos inferiores y muros de contención de las calles.

Las tres obras más importantes han venido impuestas por la necesidad de establecer tres vías cruzando la vaguada de Cantarranas; dos de ellas, la Avenida de Puerta de Hierro y la línea independiente del tranvía, salvan la vaguada en viaducto, y por el contrario, el paso de la Avenida Universitaria se hace

mediante un terraplén contenido por un importante muro de fábrica.

La elección de esta última solución vino impuesta por la mayor anchura de la vía, por su menor cota sobre el fondo de la vaguada y por la conveniencia de establecer por uno de los lados del terraplén varias terrazas a distintas cotas. Con estas condiciones resultaba ya más económica la contención del terraplén por el otro lado, y completamente obligada la solución de muro de contención.

Este muro tiene unos 22 metros de altura desde



Paramento exterior del muro de contención.