

no es adecuado para el aterrizaje de aparatos grandes, grave inconveniente que, mientras no se haga desaparecer, lo hace inapropiado para un tráfico regular importante. Los suelos más recomendables son los de arena y grava; las margas, con un drenaje bien dispuesto, son aceptables; deben evitarse los suelos de arcilla de difícil drenaje. La superficie debe ser lisa; para recubrimiento superficial es muy recomendable el césped en aquellos lugares donde el clima no lo haga excesivamente costoso de conservación; las condiciones del suelo, cuando no existen naturalmente, es preciso lograrlas por medio de obras de drenaje y pavimentación, pero como unas u otras resultan de costo elevado, es preciso agotar las posibilidades de encontrarlas, por lo menos en su mayor parte, de un modo natural.

Condiciones económicas.

La adquisición de terrenos para aeropuertos públicos puede hacerse considerándolos incluidos dentro del plan regional o de urbanización, como se hace con otros espacios libres. Incluidos dentro del plan de urbanización, es posible disponer de una ordenanza de zonas que evite en sus alrededores una edificación que pueda ser perjudicial para los usos del aeropuerto; esto es fundamental, porque nada conseguiríamos con el cumplimiento de todos los requisitos de emplazamiento en relación a la ciudad, si las condiciones pudieran alterarse por una edificación posterior.

José Luis ESCARIO
Ingeniero de Caminos.

Nuevas ideas sobre presas¹

III

MÉTODO DE "TRIAL LOAD". — CÁLCULO ELÁSTICO DE LOS ARCOS.

En este artículo y en el siguiente vamos a entrar de lleno en el cálculo de los elementos hipotéticos de una presa, es decir, de los arcos y ménsulas sometidos a las cargas unitarias. Partiremos de los conocimientos elementales de Mecánica elástica, siguiendo la línea de razonamiento del libro de D. Alfonso Peña. En parte utilizaremos también su notación, para mejor comprensión por parte de los lectores.

PRIMERA PARTE. — OBTENCIÓN DE LAS ECUACIONES FUNDAMENTALES.

a) Planteamiento de la ecuación de Castigliano.

Vamos a plantear las ecuaciones de deformación de modo que se puedan resolver por medio de cua-

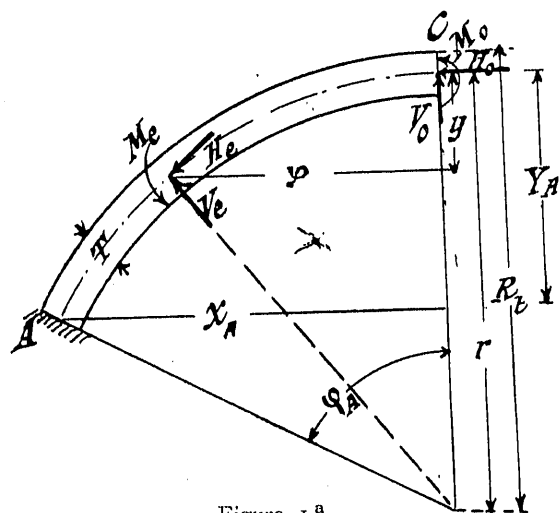


Figura 1.^a

dros ya preparados. Este objetivo se puede conseguir por muchos procedimientos, de los cuales exponemos uno: el actualmente en vigor en el Reclamation Service.

Sean (fig. 1.^a):

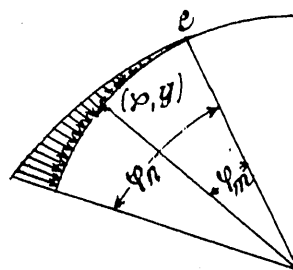


Figura 2.^a

r = radio de la línea media.

R_t = radio del trasdós.

R_i = radio del intradós.

V_e, H_e, M_e = esfuerzo cortante, esfuerzo normal y momento en un punto por carga exterior.

$x = r \sin \varphi$.

$y = r \cos \varphi$.

$ds = r d\varphi$.

$T = R_t - R_i$.

En cada punto y para cada una de las cargas unitarias tendremos los esfuerzos siguientes:

Llamando φ_n al ángulo que abarca desde el arranque al extremo de la carga, y φ_m al que abarca desde el extremo de la carga hasta el punto (x, y) (fig. 2.^a) (suponiendo nulo este último para puntos a la derecha de c), tendremos:

Cargas radiales:

$$\text{Carga núm. 1: } \begin{cases} M_e = PR_t r \text{ vers } \varphi_m \\ H_e = PR_t \text{ vers } \varphi_m \\ V_e = PR_t \text{ sen } \varphi_m \end{cases}$$

¹ Véase el número de 1.º de marzo, pág. 85.

Cargas núms. 2, 3, 4 y 5:

$$\begin{cases} M_e = \frac{PR_t r}{\varphi_n} (\varphi_m - \text{sen } \varphi_m) \\ H_e = \frac{PR_t}{\varphi_n} (\varphi_m - \text{sen } \varphi_m) \\ V_e = \frac{PR_t}{\varphi_n} \text{vers } \varphi_m \end{cases}$$

Cargas tangenciales:

Carga núm. 1:

$$\begin{cases} M_e = Pr^2 (\varphi_m - \text{sen } \varphi_m) \\ H_e = Pr \text{sen } \varphi_m \\ V_e = Pr \text{vers } \varphi_m \end{cases}$$

Cargas núms. 2, 3, 4 y 5:

$$\begin{cases} M_e = \frac{Pr^2}{\varphi_n} \left(\frac{\varphi_m^2}{2} - \text{vers } \varphi_m \right) \\ H_e = \frac{Pr}{\varphi_n} \text{vers } \varphi_m \\ V_e = \frac{Pr}{\varphi_n} (\varphi_m - \text{sen } \varphi_m) \end{cases}$$

Cargas de torsión:

Carga núm. 1: $M_e = Pr \varphi_m$ $H_e = V_e = 0$

Cargas núms. 2, 3, 4 y 5: $M_e = \frac{Pr}{\varphi_n} \frac{\varphi_m^2}{2}$ $H_e = V_e = 0$

La ecuación de Castigliano es de la forma:

$$\text{deformación} = \Delta = \int_0^l \frac{H}{E_w} \frac{dH}{dF} ds + \int_0^l \frac{M}{EI} \frac{dM}{dF} ds + \int_0^l \frac{V_x}{E_w} \frac{dV}{dF} ds.$$

El valor de E' que parece más de acuerdo con la práctica es $E' = \frac{E}{2,4}$.

El valor de α dado por D. Alfonso Peña es $\frac{6}{5}$, valor utilizable siempre para piezas de sección constan-

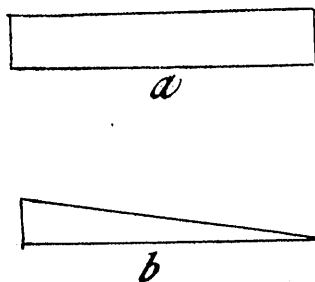


Figura 3.^a

te (fig. 3.^a a). Para las piezas de sección triangularmente variable (fig. 3.^a b) se utiliza $\frac{4}{3}$. Para los ele-

mentos de presas, tanto arcos como ménsulas, cuyas secciones varían trapecialmente, se suele tomar la media $\frac{19}{15}$.

Así, pues, el término debido al esfuerzo cortante será:

$$\int \frac{V_x}{E_w} \frac{dV}{dF} ds = \frac{2,4 \times 19}{15} \int \frac{V}{E_w} \frac{dV}{dF} ds \approx 3 \int \frac{V}{E_w} \frac{dV}{dF} ds$$

Con esta simplificación se puede de nuevo plantear la ecuación de Castigliano, pero además hay que tener en cuenta que el empotramiento es imperfecto, y, por lo tanto, deformable. Así, pues, llamando m , n , y v a las derivadas, tendremos la ecuación de la forma:

$$\delta = \int \frac{Mm}{EI} ds + \int \frac{Nn}{E_w} ds + 3 \int \frac{Vv}{E_w} ds + [\text{término debido al empotramiento}].$$

Este término del empotramiento se puede deducir del famoso trabajo del ingeniero noruego Dr. Vogt. Si desarrollamos todo el empotramiento de la presa sobre un plano, tendrá, en general, la forma de dos trapecios opuestos por la base, como se indica en la figura 4.^a

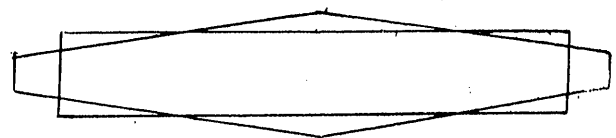


Figura 4.^a

Sustituyamos este bitrapecio por un rectángulo equivalente en área, cuyo ancho sea aproximadamente la media de los anchos del bitrapecio. Esto se hace a sentimiento y no requiere gran precisión, pues la variación de los coeficientes no es grande, como veremos.

Hagamos:

a y b dimensiones mayor y menor del rectángulo.

$m = \frac{1}{\mu}$, siendo μ el coeficiente de Poisson. (Experimentos hechos en el laboratorio aconsejan tomar $m = 5$, pero debe investigarse en cada caso.)

α = Deformación angular del empotramiento para momento unidad.

β = Deformación tangencial del empotramiento para empuje normal unidad.

γ = Deformación radial del empotramiento para esfuerzo cortante unidad.

E_R = Coeficiente de elasticidad de la roca. (Si el laboratorio no dice nada en contra, puede tomarse $E_R = E_H$, coeficiente elástico del hormigón.)

α , β y γ se deducen del siguiente cuadro, calculado, como hemos dicho, por los métodos de Vogt:

VALORES DE α				VALORES DE β			VALORES DE γ		
	$m = 3,3$	$m = 6$	$m = 10$	$m = 3,3$	$m = 6$	$m = 10$	$m = 3,3$	$m = 6$	$m = 10$
$b = a$	$\frac{4,087}{E_R T^2}$	$\frac{4,375}{E_R T^2}$	$\frac{4,455}{E_R T^2}$	$\frac{0,822}{E_R}$	$\frac{0,920}{E_R}$	$\frac{0,937}{E_R}$	$\frac{1,001}{E_R}$	$\frac{1,012}{E_R}$	$\frac{0,989}{E_R}$
$b = 3a$	$\frac{4,773}{E_R T^2}$	$\frac{5,109}{E_R T^2}$	$\frac{5,203}{E_R T^2}$	$\frac{1,366}{E_R}$	$\frac{1,462}{E_R}$	$\frac{1,489}{E_R}$	$\frac{1,591}{E_R}$	$\frac{1,573}{E_R}$	$\frac{1,552}{E_R}$
$b = 10a$	$\frac{5,077}{E_R T^2}$	$\frac{5,435}{E_R T^2}$	$\frac{5,534}{E_R T^2}$	$\frac{2,040}{E_R}$	$\frac{2,184}{E_R}$	$\frac{2,224}{E_R}$	$\frac{2,283}{E_R}$	$\frac{2,304}{E_R}$	$\frac{2,291}{E_R}$

b) Cálculo de las deformaciones angulares.

Volviendo a la figura 1.^a, vemos que el esfuerzo normal y el cortante no influyen en la deformación angular de las secciones del arco. Podemos, pues, escribir para un punto cualquiera:

$$\Delta \theta_c = \int \frac{Mm}{EI} ds + [\text{Tér. empotr.}] = \int_{\text{empotr.}}^{\text{clave}} \frac{(M_o + H_o y + V_o x - M_e) ds}{EI} + [\text{Tér. empotr.}]$$

por ser $m = \frac{dM}{dM} = +1$

(Peña, *Mecánica elástica*, pág. 49.)

* Pasando a coordenadas polares:

$$(a) \Delta \theta_c = \int_0^\varphi \frac{M_o r d\varphi}{E_H I} + \int_0^\varphi \frac{H_o r^2 \text{vers } \varphi d\varphi}{E_H I} + \int_0^\varphi \frac{V_o r^2 \text{sen } \varphi d\varphi}{E_H I} - \int_0^\varphi \frac{M_e r d\varphi}{E_H I} + [\text{Tér. empotr.}]$$

Mom. total en empotram. = ${}_A M$.

$${}_A M = M_o + H_o Y_A + V_o X_A - {}_A M_e$$

$$(a') \text{ Tér. empotr.} = \alpha (M_o + H_o Y_A + V_o X_A - {}_A M_e)$$

c) Cálculo de las deformaciones radiales.

$$(b) \Delta r = \int_A^C \frac{Mm}{EI} ds + \int_A^C \frac{Nn}{E\omega} ds + \int_A^C \frac{Vv}{E\omega} ds + [\text{Tér. emp.}] \text{ (fig. 1.^a).$$

$$(b_1) \text{ Tér. I} = \int_0^\varphi \frac{(M_o + H_o r \text{vers } \varphi + V_o r \text{sen } \varphi - M_e) (r \text{sen } \varphi) r d\varphi}{E_H I}$$

$$(b_2) \text{ Tér. II} = \int_0^\varphi \frac{(H_o \cos \varphi - V_o \text{sen } \varphi + H_e) (-1 \text{sen } \varphi) r d\varphi}{E_H \omega}$$

$$(b_3) \text{ Tér. III} = 3 \int_0^\varphi \frac{(H_o \text{sen } \varphi + V_o \cos \varphi - H_e) (1 \cos \varphi) r d\varphi}{E_H \omega}$$

$$\delta_\alpha = X_{AA} H_\alpha \quad \delta_\beta = -{}_A H_\beta \text{sen } \varphi_A \quad \delta_\gamma = {}_A V_\gamma \cos \varphi_A \text{ (fig. 6.^a).$$

$$(b_4) \text{ Tér. IV} = (M_o + H_o Y_A + V_o X_A - {}_A M_e) X_A \alpha + (-H_o \cos \varphi_A + V_o \text{sen } \varphi_A - {}_A H_e) \text{sen } \varphi_A \beta + (H_o \text{sen } \varphi_A + V_o \cos \varphi_A - {}_A V_e) \cos \varphi_A \gamma$$

d) Cálculo de la deformación longitudinal.

$$(c) \Delta s = I + II + III + IV \text{ [como en (a) y (b)] (fig. 1.)}$$

$$(c_1) I = \int_0^\varphi \frac{(M_o + H_o r \text{vers } \varphi + V_o \gamma \text{sen } \varphi - M_e) r \text{vers } \varphi r d\varphi}{E_H I}$$

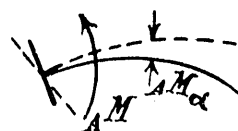
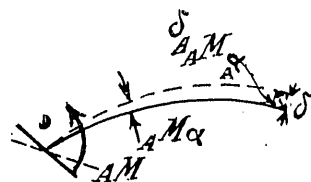
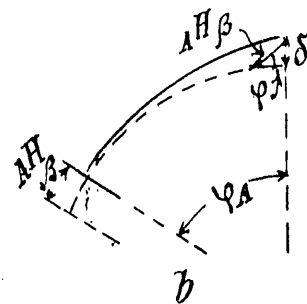


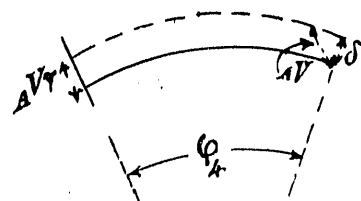
Figura 5.^a



a



b



c
Figura 6.^a

$$(C_2) \text{ II} = \int_0^\varphi \frac{(H_o \cos \varphi - V_o \sin \varphi + H_e) \cos \varphi r d\varphi}{E_H T}$$

por ser

$$T = \omega$$

$$(C_3) \text{ III} = 3 \int_0^\varphi \frac{(H_o \sin \varphi + V_o \cos \varphi - V_e) \sin \varphi r d\varphi}{E_H T}$$

$$\delta_\alpha = Y_{AA} M \alpha \quad \delta_\beta = {}_A H \beta \cos \varphi_A \quad \delta_\gamma = {}_A V \gamma \sin \varphi_A \quad (\text{fig. 6.}^a).$$

$$(C_4) \text{ IV} = (M_o + H_o Y_A + V_o X_A - {}_A M_e) Y_A \alpha + (H_o \cos \varphi_A - V_o \sin \varphi_A + {}_A H_e) \cos \varphi_A \beta + \\ + (H_o \sin \varphi_A + V_o \cos \varphi_A - {}_A V_e) \sin \varphi_A \gamma$$

e) Simplificaciones.

Hagamos:

$$\int_0^\varphi d\varphi = \varphi = A_1$$

$$\int_0^\varphi \text{vers } \varphi d\varphi = \varphi - \sin \varphi = B_1$$

$$\int_0^\varphi \text{vers}^2 \varphi d\varphi = \varphi - 2 \sin \varphi + \frac{\varphi + \sin \varphi \cos \varphi}{2} = B_3 \text{ 1.}^\circ \text{ término}$$

$$\int_0^\varphi \cos^2 \varphi d\varphi + 3 \int_0^\varphi \sin^2 \varphi d\varphi = \frac{\varphi + \sin \varphi \cos \varphi}{2} + 3 \frac{\varphi - \sin \varphi \cos \varphi}{2} = B_3 \text{ 2.}^\circ \text{ término}$$

$$\int_0^\varphi \sin \varphi d\varphi = \text{vers } \varphi = C_1$$

$$\int_0^\varphi \sin \varphi \text{vers } \varphi d\varphi = \text{vers } \varphi - \frac{\sin^2 \varphi}{2} = B_2 \text{ 1.}^\circ \text{ término.}$$

$$2 \int_0^\varphi \sin \varphi \cos \varphi d\varphi = \sin^2 \varphi = B_2 \text{ 2.}^\circ \text{ término}$$

$$\int_0^\varphi \sin^2 \varphi d\varphi = \frac{\varphi - \sin \varphi \cos \varphi}{2} = C_2 \text{ 1.}^\circ \text{ término}$$

$$\int_0^\varphi \sin^2 \varphi d\varphi + 3 \int_0^\varphi \cos^2 \varphi d\varphi = \frac{\varphi - \sin \varphi \cos \varphi}{2} + 3 \frac{\varphi + \sin \varphi \cos \varphi}{2} = C_2 \text{ 2.}^\circ \text{ término}$$

$$\text{Parte trigonométrica de } \int_0^\varphi \frac{M_e}{E_H I} ds = D_1$$

$$, \quad , \quad \text{de } \int_0^\varphi \frac{M_e x}{E_H T} ds = D_2 \text{ 1.}^\circ \text{ término}$$

$$, \quad , \quad \text{de } \int_0^\varphi \frac{H_e \sin \varphi}{E_H T} ds + 3 \int_0^\varphi \frac{V_e \cos \varphi}{E_H T} ds = D_3 \text{ 2.}^\circ \text{ término}$$

$$, \quad , \quad \text{de } \int_0^\varphi \frac{M_e y}{E_H I} ds = D_3 \text{ 1.}^\circ \text{ término}$$

$$, \quad , \quad \text{de } - \int_0^\varphi \frac{H_e \cos \varphi}{E_H T} ds + 3 \int_0^\varphi \frac{V_e \sin \varphi}{E_H T} ds = D_3 \text{ 2.}^\circ \text{ término}$$

Haciendo operaciones en (a), (b) y (c) y teniendo en cuenta que

$$\omega = T \quad I = \frac{12}{T^3}.$$

tendremos

$$(1) \left(A_1 \frac{12 r}{E_H T^3} + \alpha \right) M_o + \left(B_1 \frac{12 r^2}{E_H T^3} + Y_A \alpha \right) H_o + \left(C_1 \frac{12 r^2}{E_H T^3} + X_A \alpha \right) V_o - \left\{ \begin{array}{l} \text{Carga radial} \left(D_1 \frac{12 r^2}{E_H T^3} + {}_A M_e \alpha \right) \\ \text{Carga tang.} \left(D_1 \frac{12 r^2}{E_H T^3} + {}_A M_e \alpha \right) \\ \text{Carga de tors.} \left(D_1 \frac{12 r^2}{E_H T^3} + {}_A M_e \alpha \right) \end{array} \right\} = 0$$

$$(2) \left[C_1 \frac{12 r^2}{E_H T^3} + X_A \alpha \right] M_0 + \left[\left(B_2 \text{ 1.º término.} \right) \frac{12 r^3}{E_H T^3} + \left(B_2 \text{ 2.º término.} \right) \frac{r}{E_H T} + X_A Y_A \alpha - \beta \sin \varphi_A \cos \varphi_A + \gamma \sin \varphi_A \cos \varphi_A \right] H_0 +$$

$$+ \left[\left(C_2 \text{ 1.º término.} \right) \frac{12 r^3}{E_H T^2} + \left(C_2 \text{ 2.º término.} \right) \frac{r}{E_H T} + X_A^2 \alpha + \beta \sin^2 \varphi_A + \gamma \cos^2 \varphi_A \right] V_0 -$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Carga radial} \left[\left(D_2 \text{ 1.º término.} \right) \frac{12 r^3}{E_H T^3} R_t + \left(D_2 \text{ 2.º término.} \right) \frac{r}{E_H T} R_t + M_e X_A \alpha + H_e \beta \sin \varphi_A + V_e \gamma \cos \varphi_A \right] \\ \text{Carga tang.} \left[\left(D_2 \text{ 1.º término.} \right) \frac{12 r^4}{E_H T^3} + \left(D_2 \text{ 2.º término.} \right) \frac{r^2}{E_H T} + M_e X_A \alpha + H_e \beta \sin \varphi_A + V_e \gamma \cos \varphi_A \right] \\ \text{Carga de tors.} \left[D_2 \frac{12 r^3}{E_H T^3} + M_e X_A \alpha \right] \end{array} \right\} = \Delta t$$

$$(3) \left[B_1 \frac{12 r^2}{E_H T^3} + Y_A \alpha \right] M_0 + \left[\left(B_3 \text{ 1.º término.} \right) \frac{12 r^3}{E_H T^3} + \left(B_3 \text{ 2.º término.} \right) \frac{r}{E_H T} + Y_A^2 \alpha + \beta \cos^2 \varphi_A + \gamma \sin^2 \varphi_A \right] H_0 +$$

$$+ \left[\left(B_2 \text{ 1.º término.} \right) \frac{12 r^3}{E_H T^3} + \left(B_2 \text{ 2.º término.} \right) \frac{r}{E_H T} + X_A Y_A \alpha - \beta \sin \varphi_A \cos \varphi_A + \gamma \sin \varphi_A \cos \varphi_A \right] V_0 -$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Carga radial} \left[\left(D_3 \text{ 1.º término.} \right) \frac{12 r^3}{E_H T^3} R_t + \left(D_3 \text{ 2.º término.} \right) \frac{r}{E_H T} R_t + M_e Y_A \alpha - H_e \beta \cos \varphi_A + V_e \gamma \sin \varphi_A \right] \\ \text{Carga tang.} \left[\left(D_3 \text{ 1.º término.} \right) \frac{12 r^4}{E_H T^3} + \left(D_3 \text{ 2.º término.} \right) \frac{r^2}{E_H T} + M_e Y_A \alpha + H_e \beta \cos \varphi_A + V_e \gamma \sin \varphi_A \right] \\ \text{Carga de tors.} \left[D_3 \frac{12 r^3}{E_H T^3} + M_e Y_A \alpha \right] \end{array} \right\} = \Delta s$$

Y dando a los coeficientes un sentido más amplio tendremos las ecuaciones simplificadas así:

$$(4) \quad A_1 M_0 + B_1 H_0 + C_1 V_0 - D_1 = 0$$

$$(5) \quad C_1 M_0 + B_2 H_0 + C_2 V_0 - D_2 = \Delta r$$

$$(6) \quad B_1 M_0 + B_3 H_0 + B_2 V_0 - D_3 = \Delta s$$

SEGUNDA PARTE. — TABULACIÓN Y DISPOSICIÓN PRÁCTICA.

El Reclamation Service tiene hechas unas tablas en las que se dan los coeficientes A , B , C y D , con sus respectivos subíndices, y unas tablas trigonométricas para las restantes expresiones. El autor de estos artículos considera inútil llenar cuatro o cinco números de la Revista con ellas, y la Redacción estará seguramente firmísima en esta misma opinión. Sin embargo, el autor tendrá muchísimo gusto en prestar las tablas a cualquier oficina técnica, oficial o privada, que se las pida para fines prácticos. El mismo ofrecimiento hace respecto a explicaciones sobre detalles del método y respecto a hojas impresas de cálculo, de las que puede facilitar algunas, con aplicaciones numéricas hechas por él.

Supuesto el arco que vamos a tantear, el trabajo para calcularlo se simplifica a base de llenar, con ayuda de una maquina calculadora, una serie de hojas impresas:

a) Hoja de las constantes del arco.

Contiene todas las cantidades que dependen de la forma y dimensiones de la pieza, y no de las cargas exteriores.

Se empieza por llenar un cuadro que contiene las cantidades siguientes:

$$R_t, r, T, T^2, \alpha, \beta, \gamma, \frac{12}{T^2}, \frac{12 r}{T^2}, \frac{12 r^2}{T^2}, \frac{12 r^3}{T^2}, \alpha \frac{E_H T}{r},$$

$$\beta \frac{E_H T}{r}, \gamma \frac{E_H T}{r}, \frac{12 r}{T^2} R_t, \frac{12 r^2}{T^2} R_t, E_H, E_R, PR_t,$$

$$R_t r, \frac{r}{E_H T}.$$

Junto a éste hay otro pequeño cuadro para los coeficientes de temperatura; c , coeficiente de dilatación; t , máximo descenso de temperatura en el cuerpo de la presa (generalmente afectado del signo —), y $c t E_H T$, esfuerzo longitudinal. (Los esfuerzos de temperatura se suponen uniformes en toda la sección. En otro artículo discutiremos esto.)

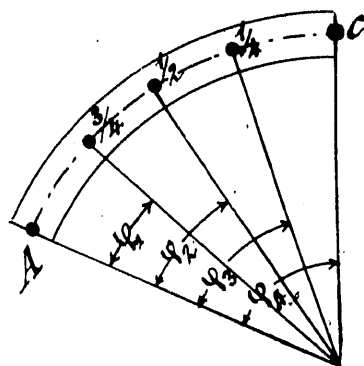


Figura 7.^a

A continuación se llena el cuadro de las constantes trigonométricas (en grados): $\sin \varphi$, $\cos \varphi$, $\text{vers } \varphi$, $\text{xr } \sin \varphi$ y $\text{r vers } \varphi$ para cada uno de los ángulos φ_0 , φ_1 , φ_2 , φ_3 y φ_A .

Por último, se calcula el cuadro de las constantes del arco propiamente dichas, que son: A_1 , B_1 , C_1 , B_2 , C_2 y B_3 .

Estas constantes, que son las de las ecuaciones 1, 2 y 3, se calculan para cada uno de los puntos $3/4$, $1/2$, $1/4$ y clave (C) (fig. 7.^a). Junto a cada uno de estos coeficientes se pone el multiplicador que le corresponde. Para facilitar la notación, cada uno de los multiplicadores viene dividido por $\frac{r}{E_H T}$, y así quedan:

$$A_1 \frac{12}{T^2}, \quad B_1 \frac{12 r}{T^2}, \quad C_1 \frac{12 r}{T^2}, \quad B_2 \text{ 1.º Térm. } \frac{12 r^2}{T^2},$$

$$B_2 \text{ 2.º Térm.}, \quad C_2 \text{ 1.º Térm. } \frac{12 r^2}{T^2}, \quad C_2 \text{ 2.º Térm.},$$

$$B_3 \text{ 1.º Térm. } \frac{12 r^2}{T^2}, \quad B_3 \text{ 2.º Térm.}$$

Hechos los productos, tendremos los coeficientes definitivos.

b) Hoja de cargas.

Para cada arco hay una sola hoja de constantes del arco, pero hay una hoja de cargas para cada carga unitaria. Por lo tanto, cuando sólo se haga ajuste radial, habrá 5 hojas, y cuando se hagan los ajustes tangencial y de torsión habrá 15. Además, habrá una hoja para esfuerzos de temperatura y otra para carga concentrada, de la que después hablaremos.

Vamos a describir una hoja de carga unitaria radial, y después ampliaremos la explicación para los demás casos.

Existe en esta hoja un cuadro de constantes para φ_A que se llena primero. Estas constantes tienen aquí ya la amplitud que se les da en las ecuaciones 4, 5 y 6. Las constantes que se calculan son A_1 , B_1 , B_3 , C_2 , D_1 , D_2 y D_3 , y para obtenerlas basta operar con los valores determinados en la hoja de constantes del arco para el punto C y ángulo φ_A . Además, en el cálculo de las D aparecen las cantidades M_e , H_e y V_e , que se sacan de las fórmulas dadas al principio de este artículo. Hay unas tablas que dan estos valores poniendo como subíndices, en vez de m y n , 1, 2, 3 y A.

Conocidos ya los coeficientes, podemos plantear las ecuaciones 4, 5 y 6 para la clave. En el caso más frecuente de arco simétrico y simétricamente cargado, restando de cada ecuación su homóloga del otro semiarco, quedan las 4 y 6 en la forma:

$$(1) \quad A_1 M_0 + B_1 H_0 - D_1 = 0$$

$$(8) \quad B_1 M_0 + B_3 H_0 - D_3 = 0$$

y operando con estas ecuaciones y haciendo

$$A_1 B_3 - B_1^2 = K$$

tendremos:

$$H_0 = \frac{(A_1 D_3 - D_1 B_1)}{K} \quad M_0 = \frac{D_1 B_3 - D_3 B_1}{K}$$

Puede ocurrir que las laderas sean francamente disimétricas. En la discusión general del método veremos que, ante este tipo de valles, en la mayoría de los casos, la presa bóveda no es la solución más adecuada. Sin embargo, en el caso muy frecuente de que lo sea, habrá que calcular arcos irregulares. Lo mejor para facilitar las operaciones es suponer simetría en el arco y disimetría en las cargas. Los puntos calculados del arco no estarán entonces en la ménsula, pero, según veremos al hacer el ajuste radial, gráficamente se puede obviar este inconveniente.

En todo caso, en una presa no simétrica, las cargas que tome el arco en el reparto serán diferentes en puntos simétricos respecto a la clave, y así tendremos que hacer la hoja de cargas suponiendo la carga unitaria aplicada sólo a un lado. Aplicándola al otro, las líneas de presiones y momentos serán simétricas.

Las ecuaciones 4, 5 y 6 para carga asimétrica serán:

$$(9) \quad 2A_1 M_0 + 2B_1 H_0 - D_1 = 0$$

$$(10) \quad 2B_1 M_0 + 2B_3 H_0 - D_3 = 0$$

$$(11) \quad 2C_2 V_0 - D_2 = 0$$

de donde

$$H_0 = \frac{2A_1 D_3 - 2B_1 D_1}{4K} \quad M_0 = \frac{2B_3 D_1 - 2B_1 D_3}{4K}$$

$$V_0 = \frac{D_2}{2C_2}$$

Conocidos así H_0 , M_0 y V_0 , llenaremos el cuadro de esfuerzos totales, calculando éstos para 5 puntos en el caso de carga simétrica y para 9 el de carga no simétrica. En el primero tendremos

$$M = M_0 + H_0 y - M_e \quad H = H_0 \cos \varphi - H_e$$

$$V = H_0 \sin \varphi - V_e$$

y en el segundo:

$$M = M_0 + H_0 y \mp V_0 x - M_e \quad H = H_0 \cos \varphi \pm V_0 \sin \varphi$$

$$V = H_0 \sin \varphi \mp V_0 \cos \varphi$$

En el término de doble signo se usa el superior para puntos a la derecha de la clave y el inferior para puntos a la izquierda.

Para las cargas tangenciales y de torsión el proceso será el mismo.

Para las de temperatura, si planteamos las ecuaciones como para carga simétrica radial, tendremos las mismas ecuaciones, pero D_1 se anula y de D_3 sólo queda el término

$$-\int_0^\varphi \frac{H_e \cos \varphi}{E_H T} = \int_0^\varphi ct \cos \varphi r d\varphi = ctr \sin \varphi$$

Como todos los coeficientes venían divididos por $\frac{r}{E_H T}$, haremos aquí lo mismo, y tendremos:

$$D_3 = ct E_H T \sin \varphi$$

$$M = M_0 + H_0 y \quad H = H_0 \cos \varphi \quad V = H_0 \sin \varphi$$

Lo mismo ocurre con las cargas unitarias concentradas.

Al final de cada arco viene una ménsula que, para facilitar los cálculos, se supone que descansa sobre él. El esfuerzo cortante así transmitido deforma el empotramiento, y el esfuerzo correspondiente se transmite a todo el arco. Para facilitar el tener en cuenta este efecto, se puede calcular para todos los arcos, excepto el de coronación, una carga unitaria de 100 kg. aplicada al extremo.

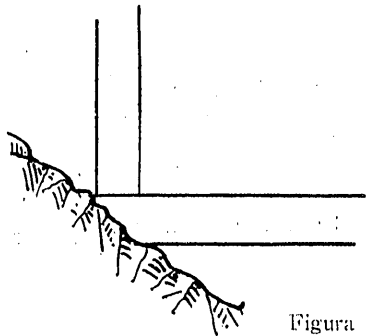


Figura 8.ª

Para llenar la hoja de cargas en este caso, procederemos como en las cargas de temperatura, pues se anulan los mismos coeficientes.

$$D_3 = A V_e \gamma \sin \varphi \frac{E_H T}{r}$$

Tanto en las cargas de temperatura como en las concentradas, se llena después el cuadro de esfuerzos, determinando M , H y V , teniendo en cuenta que M_e , H y V son iguales a cero. Las cargas de temperatura se consideran siempre simétricas. Las concentradas también, salvo en casos excepcionalmente desfavorables.

c) Hoja de deformaciones.

Hay tres para cada hoja de cargas (si se hacen los tres ajustes), y consisten simplemente en una tabulación de las ecuaciones 1, 2 y 3, convenientemente modificadas.

Hay que hacer una convención de signos para las deformaciones y multiplicar los coeficientes por $\frac{r}{E_H T}$ puesto que hasta ahora los hemos tenido divididos por esa cantidad.

Las ecuaciones del arco se plantean en esta forma, que simplifica las operaciones:

$$\begin{aligned} (12) \quad & A_1 M_0 + B_1 H_0 + C_1 V_0 - D_1 + \text{Tér. empotr.} = \theta \\ (13) \quad & C_1 M_0 + B_2 H_0 + C_2 V_0 - D_2 + \text{Tér. empotr.} = \delta r \\ (14) \quad & B_1 M_0 + B_3 H_0 + B_2 V_0 - D_3 + \text{Tér. empotr.} = \Delta s \end{aligned}$$

Los coeficientes tienen, por lo tanto, una amplitud intermedia entre la de (1, 2, 3) y la de (4, 5, 6).

Supongamos ahora que estamos calculando deformaciones radiales, por ejemplo.

Se empieza por escribir en la hoja las deformaciones angular, tangencial y radial del empotramiento, que serán:

$$+ M_A \alpha \quad - H_A \beta \quad + V_A \gamma$$

A continuación se calcula para cada punto $3/4$, $1/2$, $1/4$ y C y para cada ángulo φ_1 , φ_2 , φ_3 y φ_A la ecuación 13. (Cuando se trata de cargas tangenciales o de torsión, se utilizará la 14 ó la 12.) Las constantes que se utilizan son las de la hoja de cargas, sin incluir los términos del empotramiento. Éstos se engloban luego en la siguiente forma:

$$\text{Deformación radial: } M_A \alpha r \sin \varphi + H_A \beta \sin \varphi + V_A \gamma \cos \varphi$$

$$\bullet \quad \text{tangencial: } M_A \alpha r \cos \varphi + H_A \beta \cos \varphi + V_A \gamma \sin \varphi$$

$$\bullet \quad \text{de torsión: } M_A \alpha$$

Para las deformaciones de temperatura se tiene en cuenta que:

$$D_2 = ct E_H T \cos \varphi.$$

Para las cargas concentradas, los términos en B y C son los mismos, pero los D , como provienen sólo del empotramiento, quedan reducidos al término debido a éste.

* * *

En este artículo se ha tratado de cuanto ocurre en general en el cálculo de arcos de presas, pero se han dejado algunos casos particulares que rara vez se presentan y de los que se hablará más adelante.

El principal es el caso de arcos de sección variable, que requieren un método de cálculo totalmente diferente.

También queda algo por ampliar respecto a las deformaciones por cargas tangenciales y de torsión. De todo esto se hablará en la generalización del método.

En el próximo artículo estudiaremos el cálculo de ménsulas y el ajuste radial.

Federico MOLERO,
Ingeniero de Caminos.

Faro de hormigón armado en Larache

Aunque he consumido una gran parte de mi vida profesional en la propaganda entusiasta, y me atrevo a decir que eficaz, en pró del hormigón armado, en mis diez primeros años de carrera me especialicé bastante en construcciones metálicas, proyectando varios puentes importantes, entre los que citaré el de Ribadesella (en Asturias) y el viaducto de Pino, sobre el

Duero, en Zamora, que son aún hoy, aquél el más largo de España — 300 metros —, y éste el arco de mayor luz, 120 metros.

Los estudios que hube de realizar para los proyectos de estas dos importantes obras, me hicieron reunir tal cantidad de datos y planos interesantes, que me impulsaron a publicar mis dos primeros libros: