

detiene en el de $3/8$ de pulgada (0,95 cm); tercera capa, 4 cm de gravilla, que pasa por el tamiz de $3/8$ de pulgada y se detiene en el de 4 mallas por pulgada (0,47 cm de lado).

Capa de arena gruesa de 2 cm de espesor, que pasa por el tamiz de 4 mallas por pulgada y se detiene en el de 8 mallas por pulgada (0,235 cm de lado).

Capa de arena fina de 60 cm de espesor, con un tamaño efectivo de 0,52 mm y no excesivamente uniforme, para lo que hicimos diversas mezclas, y, por fin, aceptamos un coeficiente de uniformidad de 1,82.

Escogimos con gran cuidado las diferentes capas de grava, pues su función en un filtro rápido es: soportar la capa de arena, actuar como distribuidor de la corriente ascendente del agua de lavado y evitar que la arena pase, a través de los huecos de la grava, a los drenes y obture éstos, y esto sólo se consigue con una buena gradación, y así, en nuestro caso, después de múltiples experimentos, no había llegado a los drenes nada de arena.

Las cribas para la gradación de la grava son las utilizadas por Abrahams en su estudio sobre dosificación de hormigones.

Drenaje

El drenaje utilizado en el filtro experimental es del tipo Wheeler, adoptado en la instalación de Akron, Ohio, después de múltiples experiencias.

Está constituido por una pirámide cuadrangular regular invertida y colocadas en su interior 14 bolas

de cemento en tres capas: las dos inferiores de 7,5 centímetros de diámetro, y la superior constituida con 9 bolas de 3,5 cm.

Este tipo de drenaje tiene las ventajas de bajo precio de establecimiento, no existencia de espacios muertos y ausencia de partes de metal sujetas a depreciación o corrosión.

Nosotros comprobamos durante los experimentos la perfecta distribución del agua de lavado por entre las bolas, puesto que con la máxima velocidad de lavado que podíamos conseguir (54 cm por minuto) no se producen movimientos perceptibles de la capa de 20 cm de grava, aun antes de colocar la arena, y, por lo tanto, no es necesario ninguna clase de malla ni pantalla entre la grava y la arena.

En otros tipos no tan perfectos de drenaje, al entrar el agua de lavado, y debido a la imperfecta distribución de ésta, se producen chorros y surtidores que perturban las capas de grava y arena y hacen que la arena, durante el proceso de filtración, se escape por entre los huecos producidos.

Para formar el lecho, cada capa de grava se colocaba a mano cuidadosamente, y después de colocar la capa de arena gruesa se llenaba el filtro de agua hasta el aliviadero, se echaba entonces la arena en el filtro y se sedimentaba sobre la gravilla en montones; entonces se abría la llave de lavado, y después de un enérgico lavado se quedaba el lecho horizontal y uniforme.

En otro artículo expondremos los resultados obtenidos en nuestras experiencias.

Gabriel BARCELÓ
Ingeniero de Caminos

La lemniscata de Bernouilli en las curvas de las carreteras

III

Proyecto de empalme de una carretera de 12 m de ancho con otra del mismo ancho y ángulo de 160°

Las curvas de enlace, que serán de transición, han de permitir la circulación con velocidad máxima de

Dado el ancho de una y de otra carretera, ha de haber en ellas dos zonas de circulación, una para cada sentido de marcha, con capacidad para dos filas de vehículos, con lo que será posible el adelanto sin invadir la zona de circulación de sentido contrario, circunstancia que ha de poder realizarse también en las curvas de enlace.

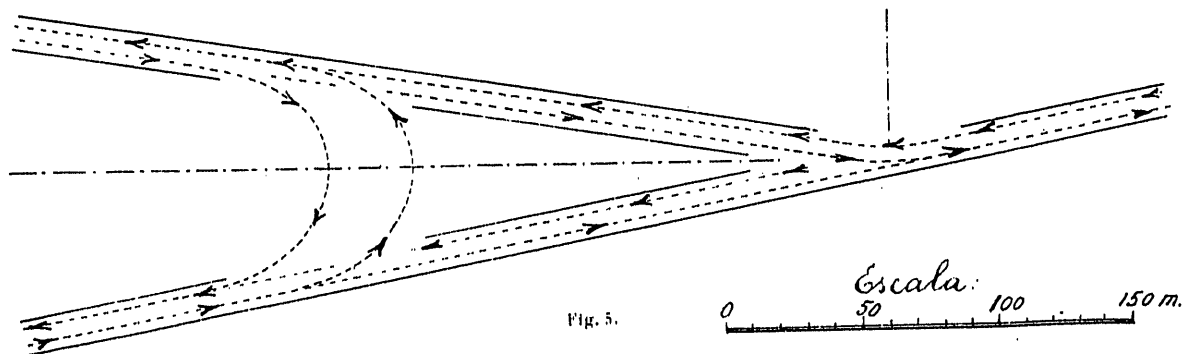


Fig. 5.

seguridad de 30 km/hora en todas las direcciones posibles, y además se establecerán con normas idénticas el sobreancho, peralte y visibilidad que se les asigne.

La figura 5 es un esquema de la cuestión planteada; en ella se representan con líneas llenas las aristas de la explanación, y con líneas de puntos los ejes de cada una de las zonas de circulación, ejes que han de permitir el paso de una a otra carretera sin manobra alguna por parte de los automóviles; y para

¹ Véase el número anterior, página 265.

que aquel paso se haga en las mismas condiciones en los dos sentidos, las cuatro curvas han de ser exactamente iguales dos a dos, caso en el cual la distancia entre los puntos de bisectriz del par del ángulo agudo será el producto del semiancho de la carretera en recta, 6 m, por la secante de la mitad del ángulo que forman los ejes de las dos carreteras; esto es,

$$6 \times \sec 80^\circ = 6 \times 5,76 = 34,56 \text{ m}$$

Entre los puntos de bisectriz de las aristas de los paseos la distancia será el doble: 69,12 m.

Entre los puntos análogos del par de curvas del ángulo obtuso las distancias son 6,09 y 12,18 m, respectivamente.

A) *Curva del ángulo agudo.*—Se han determinado en primer lugar los elementos de la que ha de ser eje de la carretera, con la condición de que sea posible circular por ella con la velocidad máxima de seguridad, 30 km/hora, y con la de que la relación centrífuga, C , sea 0,20.

La longitud, L , que ha de tener la transición se determina con la fórmula

$$L = 9VC$$

cuya aplicación da el resultado siguiente:

$$L = 54 \text{ m}$$

La del radio, R , en el extremo de la transición con esta otra:

$$R = \frac{V^2}{128C}$$

cuyo valor numérico resulta ser

$$R = 35 \text{ m}$$

Y, por último, el ángulo polar, α , correspondiente se calcula con la

$$\alpha^\circ = 9,55 \frac{L}{R} + N$$

en la que N es una constante que es función del valor del primer término; como

$$\frac{L}{R} = 1,54 \quad \text{y} \quad N = 0,27$$

$$\alpha^\circ = 14,70 + 0,27 = 15^\circ 00'$$

Por ser este ángulo menor que

$$\frac{\Delta}{6} = \frac{160^\circ}{6} = 26^\circ 40'$$

la curva estará constituida por un arco de lemniscata en cada extremo y un arco circular en el centro.

La constante k de la fórmula polar de los dos primeros tiene por expresión

$$k = 3R \sqrt{\sin 2\alpha}$$

la sustitución de R y de α por sus valores numéricos y la realización de las operaciones aritméticas dan por resultado

$$k = 73,50 \text{ m}$$

Para simplificar los cálculos de los elementos restan-

tes de la curva conviene adoptar para k el valor de 75 metros.

En la lemniscata de esta constante el radio, R , en el punto cuyo ángulo polar es 15° , tiene el valor

$$R = \frac{k}{3 \sqrt{\sin 2\alpha}} = \frac{75}{3 \times 0,707} = 35,35 \text{ m}$$

Los correspondientes del radio polar y longitud del arco son, respectivamente,

$$\rho = 52,50 \text{ m} \quad L = 54,50 \text{ m}$$

determinados con auxilio de las tablas "Dayson".

Para trazar los dos arcos de lemniscata y el circular es preciso calcular los elementos geométricos necesarios para fijar la posición de los puntos $V_1, V_2, A_1, A_2, T_1, T_2, t_1, t_2, O, A, P$ (fig. 6).

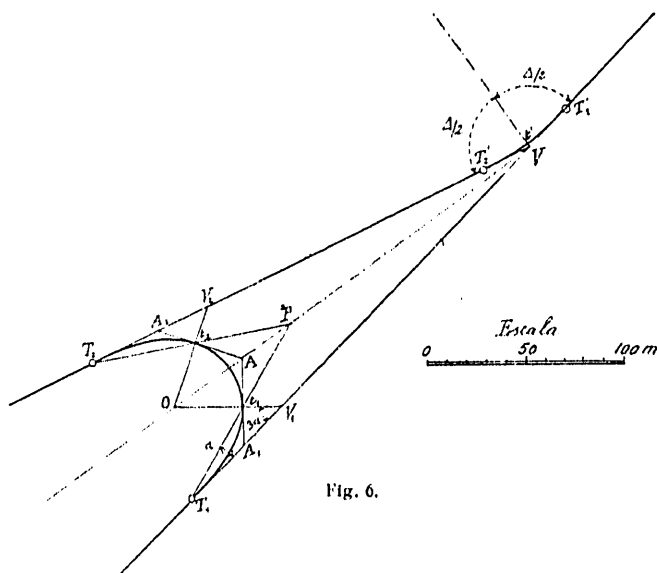


Fig. 6.

Para ello lo primero que se hace es determinar los valores de la tangente V_1T_1 y de la bisectriz V_1t_1 del arco de la lemniscata T_1t_1 , entrando en la tabla correspondiente con el ángulo $\Delta = 15^\circ \times 6 = 90^\circ$ y multiplicando los dos números que están en la línea de este ángulo por 0,75; los resultados son:

$$V_1T_1 = 86,60 \times 0,75 = 64,95 \text{ m}$$

$$V_1t_1 = 29,90 \times 0,75 = 19,45 \text{ m}$$

Con las fórmulas que siguen se calculan las magnitudes de los elementos lineales necesarios para fijar la posición de los puntos antes mencionados:

$$VV_1 = (R + V_1t_1) \frac{\sin\left(\frac{\Delta}{2} - 3\alpha\right)}{\cos \frac{\Delta}{2}}$$

$$VT_1 = VV_1 + V_1T_1$$

$$OV = VV_1 \frac{\cos 3\alpha}{\sin\left(\frac{\Delta}{2} - 3\alpha\right)}$$

$$VP = VT_1 \frac{\sin \alpha}{\cos\left(\frac{\Delta}{2} - \alpha\right)}$$

$$OA = \frac{R}{\cos\left(\frac{\Delta}{2} - 3\alpha\right)}$$

$$V_1A_1 = \frac{V_1t_1}{\sin 3\alpha}$$

Las operaciones numéricas se disponen en la forma siguiente:

$$\begin{aligned}\cos \frac{\Delta}{2} &= \cos 80^\circ = 0,1736 \\ \sin \left(\frac{\Delta}{2} - 3\alpha \right) &= \cos 35^\circ = 0,5736 \\ \cos \left(\frac{\Delta}{2} - 3\alpha \right) &= \cos 35^\circ = 0,8192 \\ \cos \left(\frac{\Delta}{2} - \alpha \right) &= \cos 65^\circ = 0,4226 \\ \sin \alpha &= \sin 15^\circ = 0,2588 \\ \sin 3\alpha &= \sin 45^\circ = 0,7071 \\ \cos 3\alpha &= \cos 45^\circ = 0,7071 \\ VT_1 &= 54,80 \frac{0,574}{0,174} = 54,80 \times 3,30 = 180,85 \text{ m} \\ VT_1 &= 180,85 + 64,95 = 245,80 \text{ m} \\ OT &= 180,85 \frac{0,707}{0,574} = 180,85 \times 1,23 = 222,45 \text{ m} \\ TP &= 245,80 \frac{0,259}{0,423} = 245,80 \times 0,61 = 149,95 \text{ m} \\ OA &= \frac{35,35}{0,819} = 43,15 \text{ m} \\ V_{1,1} &= \frac{19,45}{0,707} = 27,50 \text{ m}\end{aligned}$$

Comprobaciones: 1.^a Los puntos $A_1, t_1, A_1, O, t_1, V_1, T_1, t_1, P, A_2, t_2, A_2, O, t_2, V_2$ y T_2, t_1, P han de estar en línea recta.

2.^a Las que determinan los tres primeros grupos de puntos se cortan en el t_1 , y las que determinan los otros tres, en el t_2 .

Las curvas que han de limitar la explanación por uno y otro lado no pueden ser la del eje corrida paralelamente a sí misma en dirección de la bisectriz, en uno y otro sentido, hasta ser tangentes a las aristas que limitan la explanación en las alineaciones rectas, porque el ancho total de la carretera en dicha bisectriz sería:

$$12 \times \sec \frac{\Delta}{2} = 12 \times \sec 80^\circ = 12 \times 5,76 = 69,10 \text{ m}$$

ancho de tal magnitud no es aceptable, indiscutiblemente.

La regla que procede aplicar en este caso es la que expresa la fórmula

$$b2R = l^2$$

en la cual b es el sobreancho por zona de circulación, R el radio en el eje de la curva y l la longitud del vehículo. El valor de R es 35,35 m; el de l es 10 m; por lo tanto, el de b será 1,45 m; el del sobreancho total en la bisectriz, 5,80 m, y el ancho de la explanación en la misma, 17,80 m. Lo expuesto se realiza en la forma que se explica a continuación (figura 7):

El arco de lemniscata T_1t_1 se traslada paralelamente a sí mismo en la dirección OV_1 , primero en un sentido y luego en el otro, hasta que T_1 se sitúe en T'_1 , t_1 en t'_1 y después T_1 en T''_1 y t_1 en t''_1 ; los dos arcos circulares que han de limitar la explanación tendrán su centro en O ; es decir, que serán concéntricos con el del eje de la carretera. La magnitud AB es igual a la $T'_1T''_1$, cuyo valor es

$$12 \sec 45^\circ = 12 \times 1,4142 = 17 \text{ m}$$

un poco inferior al deducido en el párrafo anterior, lo cual carece de importancia, lo mismo que las variaciones finitas de curvatura en los puntos t'_1 y t''_1 . La situación de estos dos puntos, así como la de los T'_1 y T''_1 , puede hacerse analítica o gráficamente con gran facilidad. Los radios de los dos arcos circulares que limitan la explanación son 43,85 y 26,85 metros.

Esta solución del problema tiene el inconveniente de que no pueden circular en idénticas condiciones los vehículos que marchen en sentidos contrarios al recorrer el tramo circular de la curva, por la diferencia de 17 m que existe entre los radios de los arcos extremos, diferencia que lleva consigo otra de 7,5 km/hora en la velocidad, cuyo valor máximo de seguridad pasa de 26 a 33,5 km/hora.

Es indiscutible que esta circunstancia no tiene gran importancia, y, por lo tanto, no constituye motivo suficiente para rechazar la solución descrita.

La solución del problema, planteado en forma tal que los vehículos recorran la curva en condiciones idénticas, cualquiera que sea su situación con relación al eje de la carretera, es la representada en la figura 8.

Las curvas T_1BT_2 y $T'_1B'T'_2$ son reproducción exacta de la $T_1t_1t_2T_2$ de la figura 6, y constituyen las aristas interiores de la explanación; las exteriores se obtienen en forma análoga a la antes explicada y representada en la figura 7 para trazar la curva $T'_1t'_1A$; los radios de los dos arcos circulares son iguales, y su magnitud es 43,85 m.

Con la solución indicada, por el tramo I se circulará en un sentido y por el II en el contrario, indiscutiblemente en condiciones idénticas.

B) *Curva del ángulo obtuso.* — Esta es de transición total, y puede ser la lemniscata de $k = 75$ m, cuyos elementos geométricos tienen los valores siguientes (fig. 6):

$\Delta = 20^\circ$	$\alpha = 3^\circ 20'$
$VT'_1 = 25,75 \text{ m}$	$VT' = 1,50 \text{ m}$
$\rho = 25,60 \text{ m}$	$L = 25,60 \text{ m}$
$R = 73,40 \text{ m}$	$R_m = 303 \text{ m}$

Las curvas que han de limitar la explanación son la del eje corrida paralelamente a sí misma en dirección de la bisectriz, y en cada sentido la magnitud

$$6 \sec \frac{\Delta}{2} = 6 \sec 10^\circ = 6 \times 1,015 = 6,10 \text{ m}$$

El ancho de la carretera en la bisectriz será de 12,20 m.

Con la velocidad 30 km/hora la relación centrífuga C tiene el valor 0,10; la longitud necesaria de transición es

$$9VC = 9 \times 30 \times 0,10 = 27 \text{ m}$$

algo mayor que el de la curva elegida.

Pudiera preferirse la lemniscata

$$\rho = 200 \sqrt{\sin 2\alpha}$$

cuyos elementos geométricos serían:

$$\begin{aligned} \alpha &= 3^\circ 20' & \rho &= 68,15 \text{ m} & x &= 68,05 \text{ m} \\ y &= 4 \text{ m} & L &= 68,20 \text{ m} & R &= 195,75 \text{ m} \\ R_m &= 408 & \text{Tangente} &= 68,65 \text{ m} & \text{Bisectriz} &= 4 \text{ m} \end{aligned}$$

La relación centrífuga C se calcula con la fórmula

$$C^3 = \frac{L^2}{10,368R}$$

La sustitución de L y de R por sus valores anteriores da por resultado

$$C = 0,13$$

Con este valor y el de 60 km/hora para V , los de la longitud necesaria de transición y del radio en el extremo de ésta serían:

$$L = 70,20 \text{ m} \quad R = 216,35 \text{ m}$$

poco mayores de los que antes se han calculado para el arco de lemniscata elegido.

Peraltes.—Carreteras con 12 m de ancho entre aristas de la explanación en alineaciones rectas son, indudablemente, para tráfico de gran importancia, desde todos los puntos de vista, y, por lo tanto, su pavimento ha de ser uno de los incluidos en el grupo denominado "*firμες especiales*".

Ahora bien, en las curvas de este tipo de carreteras ha de constituirse el piso con materiales de superficie lisa y dura, cuyo coeficiente de rozamiento con las llantas en sentido transversal al movimiento con tiempo húmedo sea grande para que sea posible un peralte pequeño y hasta nulo, encomendando a dicho rozamiento el contrarrestar, parcial o totalmente, la componente tangencial de la fuerza centrífuga.

El examen de la Tabla A¹ aconseja dar la preferencia a los pavimentos de hormigón y de ladrillo vitrificado; en el supuesto de que así se hace en el caso que se está examinando, se han fijado los peraltes en la forma que se detalla a continuación:

TABLA A.—Coeficientes de rozamiento

CLASE DE PAVIMENTO	AL INICIARSE EL DESLIZAMIENTO							
	Pavimento seco				Pavimento húmedo			
	Longitudinal		Transversal		Longitudinal		Transversal	
	f	Kg/t	f	Kg/t	f	Kg/t	f	Kg/t
Hormigón y ladrillo	0,70	700	0,36	360	0,60	600	0,32	320
Bituminoso.....	0,65	650	0,34	340	0,48	480	0,27	270
Madera.....	0,62	620	0,33	330	0,33	330	0,20	200
Piedra partida.....	0,60	600	0,30	300	0,55	550	0,28	280
Tierra dura.....	0,60	600	0,30	300	0,20	200	0,10	100
Nieve compacta....	0,25	250	0,15	150	0,20	200	0,10	100
Hielo estriado.....	0,16	160	0,10	100	0,15	150	"	"
Hielo y granizo duro y liso.....	0,08	80	0,05	50	"	"	"	"

Iniciado el deslizamiento, los valores de f son el 80 por 100 de los anteriores.

En la curva del ángulo obtuso puede prescindirse del peralte; la sección de la superficie de rodadura por un plano vertical normal a la proyección horizontal del eje de la carretera será una recta horizontal. Con la lemniscata de $k = 75 \text{ m}$, $R = 73,40 \text{ m}$, y como $V = 30 \text{ km/hora}$, $C = 0,10$; es decir, que si P representa el peso del vehículo y P_c la fuerza centrífuga,

$$\frac{P_c}{P} = 0,10$$

Si P_r es la fuerza del rozamiento transversal,

$$\frac{P_r}{P} = 0,32$$

en tiempo húmedo y al iniciarse el deslizamiento lateral. Resulta un coeficiente de seguridad de 3, y, por lo tanto, no hay riesgo de que pueda producirse el deslizamiento lateral, y mucho menos el vuelco, dados el ancho de la vía y la situación del centro de gravedad, que son corrientes en los automóviles. El deslizamiento lateral se iniciará con velocidad superior a 55 km/hora, para la cual es insuficiente la longitud de transición.

Caso de adoptar la lemniscata de $k = 200$, la re-

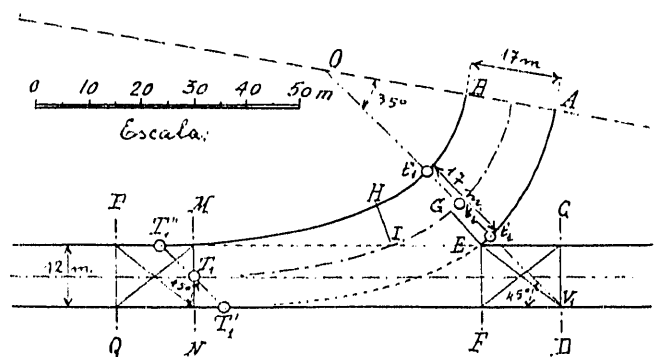


Fig. 7.

lación centrífuga, con velocidad de 57 km/hora, tiene el valor de 0,13; de modo que tampoco habrá peligro de deslizamiento lateral siendo el coeficiente de seguridad 2,50, cuando no hay peralte; aquel deslizamiento se inicia con velocidades superiores a 90 kilómetros por hora.

Por lo que se refiere a la curva del ángulo agudo, se examinarán separadamente las dos soluciones estudiadas.

Primera solución.—Las longitudes de los radios en la bisectriz de las curvas extremas son, respectivamente, 26,85 y 43,85 m; las relaciones centrífugas que les corresponden, con velocidad de 30 kilómetros por hora, son 0,26 y 0,16. Podría prescindirse del peralte, como en la curva del ángulo obtuso; pero resulta ahora tan pequeño el coeficiente de seguridad en la parte interior de la curva, que la prudencia aconseja su establecimiento. Con un peralte de 5 por 100 en la zona circular, y decreciente, a partir de este valor, en las de transición, hasta ser nulo en la sección MN (fig. 7), los vehículos pasarán con toda seguridad, puesto que las componentes tangenciales máximas de la fuerza centrífuga en la

¹ Wiley: *Principles of Highway Engineering*, 1928, pág. 436.

curva interior y en la exterior serán, respectivamente,

$$(0,26 - 0,05)P = 0,21P$$

$$(0,16 - 0,05)P = 0,11P$$

ambas menores que la fuerza de rozamiento que puede crear el pavimento, cuyo valor es, en tiempo húmedo, $0,32P$. Los correspondientes coeficientes de seguridad son 1,5 y 3.

ciones MN y PQ y las EF y CD se pasa al perfil normal de la carretera.

Segunda solución.—En los tramos circulares el radio mínimo es 43,85 m, y a éste corresponde la relación centrífuga 0,16 si la velocidad es 30 km/hora; caso de no establecerse peralte, el coeficiente de seguridad sería 2. Sin embargo, es prudente adoptar el de 5 por 100 en aquellos tramos, o sea el 31 por 100 de la relación centrífuga. La componente tangencial de la fuerza centrífuga que ha de equili-

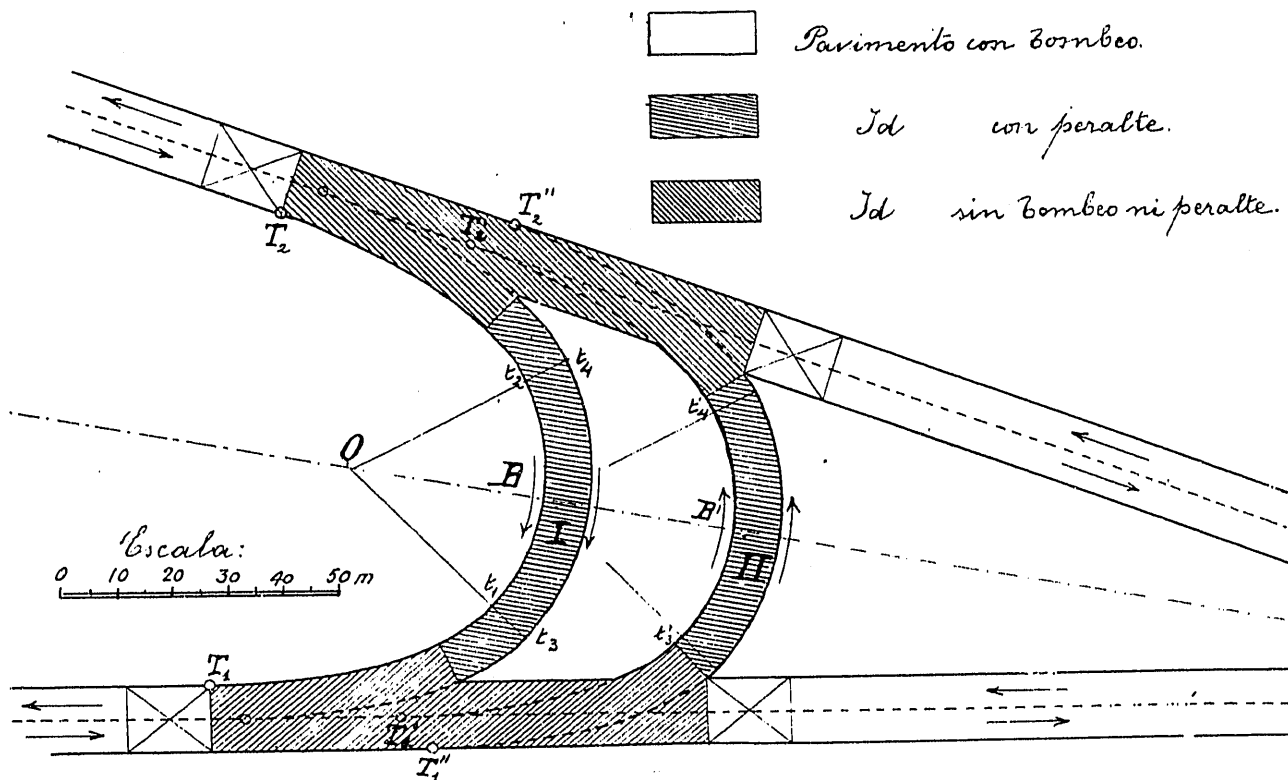


Fig. 8.

Al establecer el peralte en la zona de transición ha de tenerse muy en cuenta que, por tratarse de un empalme, el de la zona interior de la curva ha de empezar en HI y el de la exterior en GE , no debiendo existir peralte ni bombeo en la superficie limitada por el contorno $MHIGEFN$; entre las sec-

cionar el rozamiento del pavimento tiene el valor

$$(0,16 - 0,05)P = 0,11P$$

y el coeficiente de seguridad será 3. En la figura 8 se han diferenciado las distintas formas de la superficie de rodadura.

B. OLIVER Y ROMAN
Ingeniero de Caminos

El Plan Nacional de Obras Hidráulicas

Comentario a dos artículos

RECTIFICACIÓN

El Sr. Nicoláu se queja, en el artículo que ha escrito a mi requerimiento, de que no le haya reconocido la asistencia de la razón en nada.

Con esta rectificación va a quedar complacido, si ese es el único motivo de su queja, pues se la voy a reconocer en dos extremos, situados, por cierto, al principio y al fin.

Dice al principio que "mejor que entablar una polémica sería zanjar las diferencias sometiéndose al fallo silencioso que no dejarían de emitir los lecto-

res, pues éstos, por fortuna, en este caso necesitan pocos auxilios para discernir y acertar debidamente".

No está muy claro, pero creo adivinar la idea. El detalle de cómo ha de emitirse un fallo silencioso, y de cómo se puede llegar a adquirir la condición de lector en una polémica escrita que no se ha entablado, es lo de menos. Supongo que quiere decir que no deben entablarse y que conviene reservar las columnas de una revista como la nuestra para otra clase de trabajos; y esa es precisamente mi opinión y con arreglo a ella he obrado.

Pero, por lo mismo, me extraña mucho que lo