

sando por Torrelaguna.—En mayo de 1931 los ingenieros de Caminos Sres. Arrillaga, Alix y Bonal presentaron una variante al ferrocarril Madrid-Burgos, que consistía en modificar el trazado entre el río Lozoya y la estación del Hipódromo, pasando por Torrelaguna y entrando en Madrid por el Este, en lugar de por el Norte. Dichos ingenieros, cuando redactaron su primer proyecto de ferrocarril de circunvalación, presentado en enero del año 1928—es decir, antes de haber estudiado la Jefatura de Estudios y Construcciones la entrada a Madrid del directo Madrid-Burgos—, supusieron tendría lugar por el Este, y la variante propuesta viene a dar esta solución.

El ferrocarril llega a la estación del Hipódromo que figura en el proyecto de ferrocarril de circunvalación presentado en enero de 1928 a que he hecho referencia, pasa por Torrelaguna y empalma con el estudio realizado por la Jefatura de Estudios y Construcciones en el viaducto sobre el río Lozoya. El ferrocarril sale, como se ha visto, de la estación del Hipódromo, pasa por la calle de González Amigó (Ciudad Lineal), atravesando en trinchera la primera parte de esta vía y cruzando en túnel la Avenida de Arturo Soria. Baja la línea hasta llegar a la estación de Barajas (empalme), que se sitúa en el arroyo de Juanes, y a la salida de la misma continúa bajando, pasa por cerca de la fábrica de Cerámica de Fomento de Obras y Construcciones y toma la dirección Norte del valle del Jarama. Después continúa hasta cruzar la carretera de Algete, en el punto más bajo del trazado, que se encuentra a la cota 597, próxima a la estación de Fuente del Fresno.

Enlaces para viajeros.—Ya se ha indicado antes que en uno de los proyectos redactados por el señor Arrillaga, en unión de otros ingenieros, se hacía mención de una línea subterránea para viajeros que sir-

viera para enlazar las estaciones del Hipódromo con la de Atocha. Esta línea no tenía caracteres de urgencia, pues sólo trataba de resolver un problema de explotación cuando el tráfico lo exigiese.

También existen ligeras indicaciones de otras líneas subterráneas en los proyectos de la Jefatura de Estudios y Construcciones.

Por último, en construcción muy avanzada se encuentra el túnel de la Castellana, que no existía en ninguno de los proyectos, y que será parte de una línea que llegará hasta Las Matas.

Resumen.—Es indudable que el ferrocarril de circunvalación de Madrid y su unión con el de Madrid-Burgos están estudiados perfectamente, y que cualquiera de las soluciones propuestas, cada una desde un punto de vista diferente, resuelven el problema que se plantearon. Resulta, por consiguiente, absurdo hablar de errores técnicos, que no existen.

Me parece posible afirmar que la construcción del túnel de la Castellana ha complicado la cuestión, por haberse llevado a cabo lo que era accesorio en las soluciones que se proponían, y tal vez prejuzgará el resultado en forma perjudicial para los intereses públicos, y sería sensible que una obra de pequeña utilidad influyera decisivamente en el conjunto.

Hay que decidir, en primer término, si han de realizarse en totalidad los grandiosos planes estudiados o escoger lo que se pueda hacer, atendiendo a las posibilidades económicas, y si se adoptase este último criterio, qué parte ha de ejecutarse en primer lugar. Los que hayan tenido la paciencia de leer hasta el final se habrán dado cuenta de que el ferrocarril de circunvalación, el de Madrid-Burgos y el enlace subterráneo pueden acoplarse de diferentes maneras, y de que si se elige con poco acierto, la consecuencia será tener que construir todo en seguida, sin dar lugar a que el tiempo lo vaya exigiendo.

Manuel AGUILAR
Ingeniero de Caminos

Hormigón armado

Abaco para el cálculo de piezas rectangulares a flexión compuesta

La viga de sección rectangular, tan usada en las construcciones de hormigón armado, se encuentra en la mayoría de los casos sometida a un régimen de flexión compuesta, y a pesar de su generalidad, el cálculo de estas piezas es molesto y laborioso, por ser comprobativo y no determinativo, siendo necesario tantear, que es cosa fácil para un especialista, pero resulta pesado para quien no lo es.

Para calcular una viga de sección rectangular hay que prefijar sus dimensiones y calcular la excentricidad relativa, dividiendo la excentricidad de la fuerza en la sección que se considere por el canto c que hayamos pensado; después, en una tabla, teniendo en cuenta las cuantías q y q' de tracción y compresión y el coeficiente de equivalencia r entre el hormigón y el metal, se conoce el coeficiente φ , que es la relación entre la distancia al borde de la fibra neutra y el canto c

de la viga. Con este coeficiente φ se entra en la fórmula

$$H = F \frac{1}{ac \left[\frac{\varphi^2}{2} + 0,9Kqr\varphi - r\varphi(1 - \varphi) \right]} \quad (*)$$

siendo H la carga del hormigón, F la fuerza que actúa excéntricamente, a el ancho de la viga, K la relación $\frac{q'}{q}$, c el canto y φ el coeficiente encontrado en la tabla. Si el valor H es igual o menor que el que asignemos al hormigón, la viga sirve; de no ser así hay que modificar las dimensiones a y c .

Vamos a tratar de simplificar estos cálculos de la siguiente manera: Englobemos en un coeficiente w la expresión

$$w = \frac{\varphi}{\frac{\varphi^2}{2} + 0,9Kqr\varphi - r\varphi(1 - \varphi)}$$

(*) Véase *Hormigón armado*, Peña Boeuf.

y quedará que

$$H = \frac{F}{a \times c} w$$

si fijamos un valor a H , otro a c , como F es dato, resulta, despejando el ancho,

$$a = \frac{F}{Hc} \times w$$

Esta es una fórmula muy práctica; pero precisa conocer el coeficiente w .

Este coeficiente es una función de φ , rq y K ; pero para un valor dado de K (suele ser 1, 1/2, 1/4, 0), que se suele fijar de antemano, resulta solamente función de rq y φ . Como r es una cualidad del hormigón y q un número que se toma según el criterio del proyectista, resulta que la única incógnita es φ . Para de-

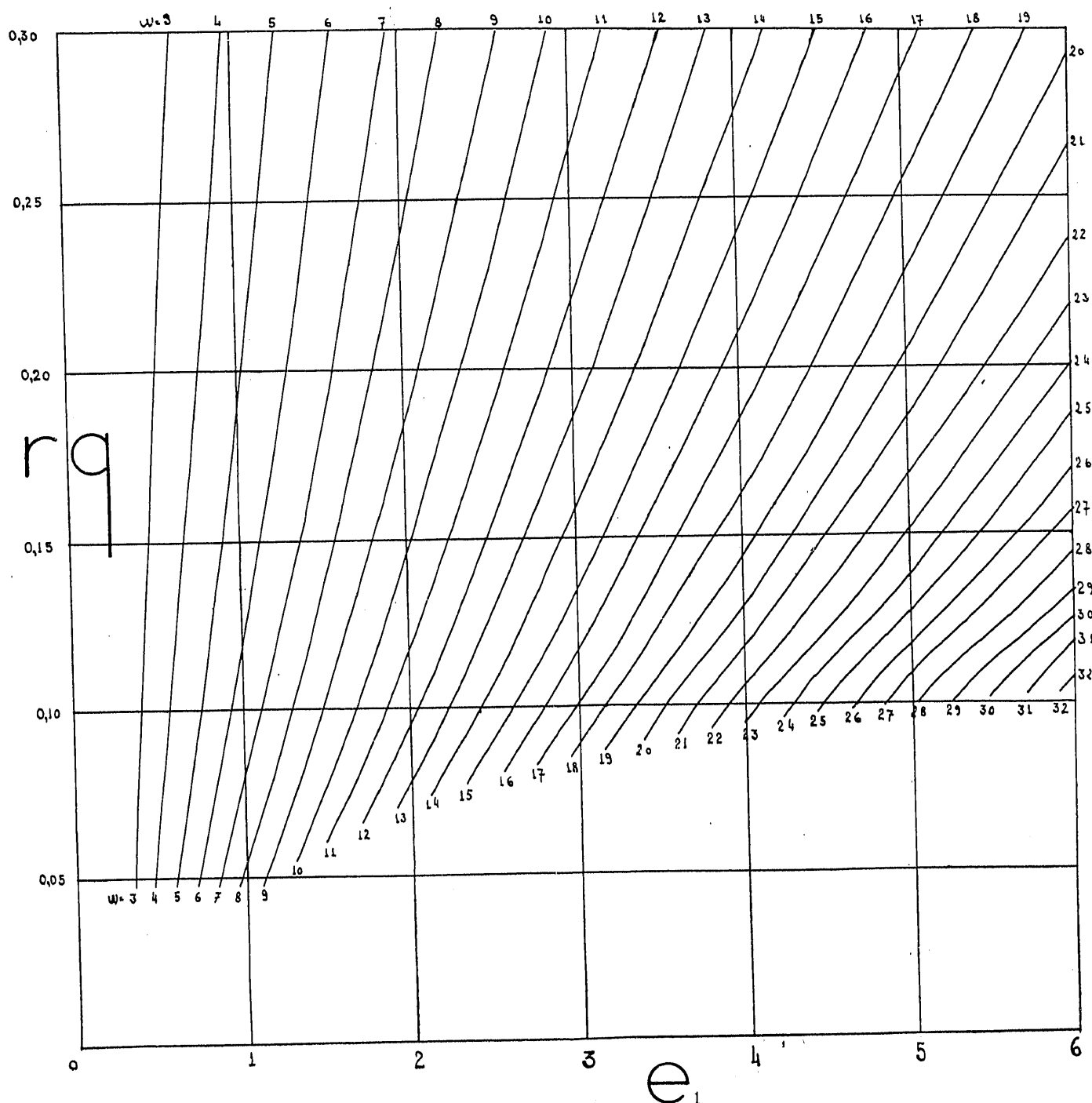
terminarla disponemos de la ecuación

$$\frac{\frac{\varphi^3}{3} + 0,81rqK\varphi^2 + rq(1-\varphi)^2}{\frac{\varphi^2}{2} + 0,9Kqr\varphi - rq(1-\varphi)} = e_1 - \frac{1}{2} + \varphi$$

en que intervienen los mismos valores que antes y además e_1 , que es dato también, puesto que es la excentricidad relativa y hemos fijado el canto c .

El problema es, por lo tanto, perfectamente determinado; pero resulta entretenidísimo calcular w , pues hace falta hallar φ (mediante una ecuación de tercer grado) y sustituir en

$$w = \frac{\varphi}{\frac{\varphi^2}{2} + 0,9Kqr\varphi - rq(1-\varphi)}$$



Es preferible recurrir a un artificio. Las fórmulas básicas son:

$$\left. \begin{aligned} w &= \frac{\varphi}{\frac{\varphi^2}{2} + 0,9Kqr\varphi - r\varphi(1-\varphi)} \\ e_1 - \frac{1}{2} + \varphi &= \frac{\frac{\varphi^3}{3} + 0,81r\varphi K\varphi^2 + r\varphi(1-\varphi)^2}{\frac{\varphi^2}{2} + 0,9Kqr\varphi - r\varphi(1-\varphi)} \end{aligned} \right\}$$

De la segunda sacamos

$$r\varphi = \frac{\left(e_1 - \frac{1}{2}\right)\frac{\varphi^2}{2} + \frac{\varphi^3}{6}}{1 - \varphi - 0,09K\varphi^2 + \left(e_1 - \frac{1}{2}\right)(1 - \varphi - 0,9K\varphi)}$$

y de la primera

$$r\varphi = \frac{\frac{\varphi^2}{2} - \frac{\varphi}{w}}{1 - \varphi - 0,9K\varphi}$$

igualando, y despejando w tenemos

$$w = \frac{\frac{1 - \varphi - 0,09K\varphi^2}{1 - \varphi - 0,9K\varphi} + e_1 - \frac{1}{2}}{\frac{1 - \varphi - 0,09K\varphi^2}{1 - \varphi - 0,9K\varphi} \times \frac{\varphi}{2} - \frac{\varphi^2}{6}}$$

Vemos el interesantísimo resultado que, para constancia de φ , resulta w una función lineal de e . Esto facilita mucho la confección del ábaco que proporciona w .

Para un valor de K y otro de φ calculamos

$$\left\{ \begin{array}{l} w = f_1(e_1), \text{ que es una recta;} \\ r\varphi = f_2(e_1), \text{ que es una hipérbola, y las dibujamos.} \end{array} \right.$$

Podemos situar sobre $r\varphi = f_2(e_1)$ los puntos tales que w sea una cota redonda; esto se hace trazando las horizontales de $w = 3, 4, 5, \dots$, y en los puntos donde corten a $w = f_1(e_1)$ tendrán abscisas e_1 , que llevadas sobre la hipérbola $r\varphi = f_2(e_1)$, darán lugar a puntos de diferente cota; será una cosa así como un perfil topográfico.

Trazando varios de estos perfiles para diferente φ y la misma K , podemos representar las líneas de nivel w teniendo el ábaco construido. Resultará

$$w = f(r\varphi, e_1)$$

El ábaco adjunto ha sido calculado para $K = 1/2$, pues de esta disimetría no hay tablas en el texto.

Los límites del ábaco son:

$$\begin{array}{llll} \text{máxima } r\varphi & r = 15 & q = 0,020 & r\varphi_{\text{máx.}} = 0,30 \\ \text{mínima } r\varphi & r = 8 & q = 0,006 & r\varphi_{\text{mín.}} = 0,048 \end{array}$$

Ya lo tenemos limitado por dos horizontales; la vertical de la derecha corresponde a $e_1 = 6$, que es el mismo límite que figura en el texto; hay otro límite inferior: la hipérbola correspondiente a $\varphi = 0,351$, pues si hubiese menos valores de φ , la carga del acero A pasaría de 1 200 kg/cm².

En la parte izquierda está limitado por $w = 3$, que corresponde a φ , próximo a 0,69, valor particularísimo, para el cual $r\varphi = f_2(e_1)$ es una recta y $w = f_1(e_1)$ es constante. Se produce cuando $1 - \varphi - 0,9K\varphi = 0$

para $K = 1/2$ resulta $\varphi = 0,69$, y corresponde a una carga del acero de

$$A = \frac{648}{0,69} = 648 = 293 \text{ kg/cm}^2$$

Para mayor claridad, hagamos un ejemplo, el mismo del texto: un arranque de un puente que está sometido a un esfuerzo normal de 226 530 kg y a un momento de 400 000 m/kg.

Excentricidad,

$$e = \frac{400\,000}{226\,530} = 1,80 \text{ m}$$

Admitamos

$$H = 70 \text{ kg/cm}^2 = 700\,000 \text{ kg/m}^2$$

Armadura disimétrica,

$$K = \frac{1}{2} \quad r = 10 \quad q = 0,006 \quad r\varphi = 0,06 \quad e = 1,80 \text{ m}$$

$$e_1 = \frac{e}{c} = \frac{1,80}{1,80} = 1 \quad w = 7,6 \quad a = \frac{F}{cH} \quad w = 1,365 \text{ m}$$

Por homogeneidad hay que poner H en kg/m² al ser c metros, F kilogramos y querer tener a en metros.

Si pusiéramos una cuantía algo más elevada, $q = 0,008$, tendríamos $r\varphi = 0,08$, $w = 6,9$ y a resultaría 1,24 m.

Las ventajas del procedimiento son notorias:

Se procede a la determinación del ancho, no a la comprobación.

Se puede operar con cualquier excentricidad relativa, desde 0,35 hasta 6.

El cálculo de la fórmula

$$a = \frac{F}{cH} w$$

es sencillísimo.

Se puede trabajar con cualquier coeficiente de equivalencia r , y, por último, muy de acuerdo con el texto, se ha resuelto el problema con la mayor generalidad.

Cálculo de placas planas

El caso más frecuente en la práctica es la placa rectangular empotrada, y es precisamente la que mayor dificultad de cálculo tiene. Se aplican para este caso fórmulas empíricas; pero sin duda es más conveniente calcular con el máximo rigor posible, y así intentaremos hacerlo, deduciendo los resultados de la manera más práctica para la aplicación.

El cálculo de las tensiones específicas, según el método de Ritz, está desarrollado en el texto de *Mecánica Elástica*, de Peña Boeuf, y de él sacamos las siguientes consecuencias:

Que las máximas tensiones específicas se verifican en el centro de la placa.

Que la mayor tensión específica en el centro se produce en el sentido de la menor dimensión de la placa.

Llamando a a la mayor dimensión, b a la menor y c al espesor, los valores de estas tensiones son:

$$N_1 = \frac{Ec\pi^2 w_1}{1 - \eta^2} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{\eta}{b^2} \right) \quad N_2 = \frac{Ec\pi^2 w_2}{1 - \eta^2} \left(\frac{1}{b^2} + \frac{\eta}{a^2} \right)$$

N_2 es mayor que N_1 , y están en la relación

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{a^2 + b^2\eta}{b^2 + a^2\eta}$$

llamando m a la relación entre a y b

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{m^2 + \eta}{1 + m^2\eta}$$

como η viene a valer $\frac{1}{7}$ y m es, por definición, una cantidad mayor que la unidad, N_2 será mayor que N_1 ; como caso límite, serán iguales, al ser $m = 1$ lo que corresponde a una placa cuadrada, como era de esperar.

En las fórmulas anteriores E es el coeficiente de elasticidad, η el coeficiente de Poisson (que ya hemos indicado que para el hormigón viene a valer $\frac{1}{7}$) y w_0 la flecha en el centro de la placa.

Deducido de la teoría de Ritz, resulta que w_0 vale

$$w_0 = \frac{12(1 - \eta^2)(4P + \rho ab)a^3b^3}{E\pi^2[3a^4 + 3b^4 + 2a^2b^2]}$$

en que P es la carga concentrada en el centro, y p la carga uniformemente repartida.

Sustituyendo w_0 en la expresión de N_2 , y haciendo uso del número m , tenemos

$$N_2 = \frac{Ec\pi^2}{1 - \eta^2} \left(\frac{1}{b^2} + \frac{\eta}{m^2b^2} \right) \frac{12(1 - \eta^2)(4P + \rho ab)m^3b^6}{E\pi^2[3m^4 + 2m^2 + 3]} =$$

$$= \frac{12(4P + \rho ab)(m^3 + m\eta)}{\pi^2c^2[3m^4 + 2m^2 + 3]}$$

Como esta tensión N_2 es de tracción, la supondremos resistida exclusivamente por la armadura metálica, y siendo A la carga del acero y q la cuantía $N_2 = Aq$.

Sustituyendo

$$Aq = \frac{12(4P + \rho ab)(m^3 + m\eta)}{\pi^2c^2[3m^4 + 2m^2 + 3]}$$

$$c = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{12}{Aq} \times \frac{m^3 + m\eta}{3m^4 + 2m^2 + 3} \times \sqrt{4P + \rho ab}}$$

reuniendo

$$\frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{12}{Aq} \times \frac{m^3 + m\eta}{3m^4 + 2m^2 + 3}}$$

en un coeficiente λ tenemos la fórmula

$$c = \lambda \sqrt{4P + \rho ab}$$

el coeficiente λ se puede dar en tablas, al dar a A el valor de 900 kg/cm² (adecuado para que no se agriete el hormigón que rodea a la armadura, es el mismo valor que se usa en los cálculos a tracción); m puede variar desde 1 hasta 3, pues, para mayor valor, es tan escasa la acción de los apoyos de menor longitud, que se debe hacer el cálculo a flexión, estudiando una longitud unidad. Por otra parte, a q pueden dársele valores corrientes, 0,006, 0,008, 0,010, 0,012, 0,015, 0,018, 0,020; con esto se pueden hallar los valores de λ que citamos a continuación:

m	$A = 900 \text{ kg/cm}^2 \quad q =$						
	0,006	0,008	0,010	0,012	0,015	0,018	0,020
1,0	0,179	0,155	0,139	0,1263	0,1135	0,1035	0,0983
1,2	0,1875	0,1625	0,145	0,1325	0,1187	0,1085	0,103
1,4	0,190	0,164	0,147	0,1338	0,1200	0,1095	0,104
1,6	0,187	0,162	0,145	0,132	0,1185	0,1083	0,1027
1,8	0,183	0,157	0,141	0,1287	0,1155	0,1055	0,100
2,0	0,178	0,154	0,1375	0,1255	0,1125	0,1028	0,0975
2,2	0,1725	0,149	0,1335	0,1217	0,109	0,0997	0,0946
2,4	0,1675	0,145	0,1295	0,118	0,106	0,0967	0,0917
2,6	0,1525	0,140	0,1255	0,1144	0,1025	0,0937	0,0890
2,8	0,1575	0,136	0,1217	0,111	0,0996	0,091	0,0863
3,0	0,1527	0,132	0,118	0,1077	0,0966	0,0882	0,0838

Las dimensiones de λ son

$$\sqrt{\frac{1}{\text{kg/cm}^2}} = \text{cm/kg}^{\frac{1}{2}}$$

de forma que

$$\sqrt{4P + \rho ab}$$

deben ser kg^{1/2}, o sean kilogramos la cantidad sub-radical.

Como son diferentes N_2 y N_1 , también deben ser diferentes las armaduras metálicas en las dos direcciones, y siendo igual el trabajo de acero, la relación de las cuantías debe ser igual a la existente entre las tensiones específicas N_2 y N_1 ; por lo tanto, llamando q' a la cuantía de las armaduras en el sentido de la mayor dimensión, tenemos

$$\frac{q'}{q} = \frac{1 + m^2\eta}{m^2 + \eta} = \frac{N_1}{N_2}$$

Esta relación, por ser sólo dependiente de m , la podemos dar en una tabla.

Tenemos ya calculadas las armaduras; pero como en el centro han de estar situadas en la parte inferior, por estar allí localizadas las tracciones, y en los bordes en la superior, por el mismo motivo, hay que hacer un levantamiento de barras. Si fuésemos a levantar las barras en los puntos donde las tensiones son nulas, encontraríamos una figura difícil de verificar en la práctica; lo que se puede hacer es bajar las barras a distancias fijas de los bordes; más claramente, que todas las armaduras de una dirección sean idénticas.

Las distancias al centro de los puntos de bajada deben ser (según la *Mecánica Elástica*)

$$\left\{ \begin{aligned} x &= \frac{a}{2\pi} \arccos \left(-\frac{\eta}{\eta + 2m^2} \right) \\ y &= \frac{b}{2\pi} \arccos \left(-\frac{\eta}{\eta + 2m^2} \right) \end{aligned} \right.$$

Como el coeficiente

$$\frac{1}{2\pi} \arccos \left(-\frac{\eta}{\eta + 2m^2} \right)$$

es el mismo para las dos direcciones de los bordes, y dicho coeficiente es dependiente exclusivamente de la relación m , lo podemos dar posteriormente en una tabla.

En las placas, una causa de rotura es la carga tangencial máxima, por lo que conviene siempre hacer la comprobación.

Carga tangencial máxima

$$\tau = -\frac{Ec\pi^2\omega_0}{2ab(1+\eta)}$$

sustituyendo ω_0 por su valor

$$T_{\text{máx.}} = -\frac{6Ec\pi^2}{2ab(1+\eta)} \times \frac{12(1-\eta^2)(4P+pad)a^3b^3}{Ec^2\pi^2(3a^4+3b^4+2a^2b^2)} = -\frac{6(1-\eta)m^2(4P+pad)}{c^2\pi^2(3m^4+2m^2+3)}$$

esta tensión tangencial admitamos que sea 1/10 de la carga normal del hormigón $T = \frac{H}{10}$; entonces tenemos

$$c^2 = \frac{10}{H} \times \frac{6 \times \frac{6}{7} \times (4P+pad)}{\pi^2(3m^4+2m^2+3)} m^2$$

o sea

$$c = \frac{6m}{\pi} \sqrt{\frac{10}{7} \times \frac{1}{3m^4+2m^2+3}} \times \sqrt{\frac{4P+pad}{H}}$$

llamando μ

$$\frac{6m}{\pi} \sqrt{\frac{10}{7} \times \frac{1}{3m^4+2m^2+3}}$$

queda

$$c = \mu \sqrt{\frac{4P+pad}{H}}$$

siendo μ función exclusivamente de m . El coeficiente μ es un puro número; si ponemos P en kg, p en kg/m², a y b en metros, c quedará en centímetros al estar H en kg/cm².

La tabla de μ función de m se da a continuación, así como las dos tablas indicadas anteriormente.

m	$\frac{q'}{q}$	$\frac{\arccos\left(-\frac{\eta}{\eta+2m^2}\right)}{2\pi}$	μ
1,0	1	0,261	0,806
1,2	0,77	0,258	0,793
1,4	0,615	0,256	0,742
1,6	0,515	0,254	0,691
1,8	0,432	0,253	0,643
2,0	0,380	0,252	0,592
2,2	0,348	0,251	0,550
2,4	0,311	0,251	0,512
2,6	0,286	0,251	0,478
2,8	0,269	0,251	0,449
3,0	0,250	0,251	0,421

Para comprender perfectamente el cálculo, hagamos un ejemplo: una placa de 2×4 m, con un hormigón que trabaja corrientemente a 50 kg/cm², con un peso propio que estipulamos en 400 kg/cm²

y una sobrecarga de 500 kg/m², cuantía = 0,018,

$$m = \frac{4m}{2m} = 2 \quad \lambda = 0,1028$$

$$\sqrt{pad} = \sqrt{(400 + 500) \times 4 \times 2} = 85$$

$$c = 0,1028 \times 85 = 8,75 \text{ cm}$$

puntos de bajada distantes, $2 \times 0,252 = 0,504$ m y $4 \times 0,252 = 1,08$ m del centro.

Comprobación de esfuerzos tangenciales,

$$\sqrt{\frac{pad}{H}} = \sqrt{\frac{900 \times 4 \times 2}{50}} = 12$$

$$\mu = 0,592 \quad c = 0,592 \times 12 = 7,1 \text{ cm}$$

luego hay de sobra.

No queda más que la determinación de armaduras,

$$q = 0,018 \quad 0,018 \times 8,75 \times 100 = 15,75 \text{ cm}^2$$

Cada metro lineal, en el otro sentido,

$$15,75 \times 0,38 = 5,98 \text{ cm}^2;$$

pueden usarse redondos de 13 mm, 12 en un sentido y 5 en el otro.

Con este sistema se puede resolver un problema interesante: calcular una placa con la única carga de su peso propio, sin necesidad de tantear.

Si ponemos a y b en metros y c en centímetros, el peso en kilogramos es, admitiendo al hormigón una densidad 3, $30 \times abc$; aplicando la fórmula

$$c = \lambda \sqrt{30abc} \quad \text{o sea} \quad c = \lambda^2 \times 30ab$$

Aplicándola a una placa que tenga las mismas dimensiones que la anterior,

$$c = 240\lambda^2 = 0,1028^2 \times 240 = 2,55 \text{ cm}$$

La cuestión de armaduras y puntos de bajada de barras, lo mismo que anteriormente. Comprobación a esfuerzos tangenciales,

$$pad = 30 \times 8 \times 2,55 = 610 \text{ kg} \quad c = \mu \sqrt{\frac{610}{50}} = 2,07 \text{ cm}$$

con hormigón de 50 kg/cm²; como ponemos 2,55 cm, tenemos de sobra.

También puede hacerse cuando p es conocido; y teniendo, además, en cuenta el peso propio, la única complicación es que hay que resolver una ecuación de segundo grado,

$$c^2 = \lambda^2(pab + 30abc)$$

que tiene un carácter determinativo y soluciona tan interesante problema.

Antonio ANGULO
Alumno de cuarto año de la Escuela
de Caminos

El pantano de Proserpina

No hemos visto ninguna información en las reseñas históricas de presas de embalse en España, incluyendo la muy documentada que en su libro *Salto de agua y Presas de embalse* hace D. José L. Gómez Navarro, que se refiera a esta obra tan interesante.

La falta de noticias acerca de ella lo justifica plenamente, ya que no solamente no se halla en estado ruinoso, sino que, por el contrario, salvo pequeños desperfectos, se conserva íntegramente en su primitivo estado, no observándose en ella ninguna reparación o añadido posteriores a su construcción que hu-