

Pensábamos seguir la construcción hasta llegar a los 47 metros proyectados; pero, atendiendo al consejo que nos fué hecho por el ingeniero inspector del Estado, nuestro querido amigo D. Arturo Monfort, que más bien ha sido para la construcción el más eficaz y entusiasta colaborador, preferimos llegar hasta 27 metros de altura, dejando llenar el embalse y probar la presa con esa carga.

Ninguna precaución adoptamos al efecto, y, para las obras, al llegar los últimos días del pasado mes de diciembre sobrevino una riada tan violenta, que el día 25 se llenó el embalse, almacenando 4 millones de metros cúbicos, y el 26 empezó a verter, sobre el último anillo hecho, llegando a tener ¡3 metros de lámina vertiente, en 20 metros de ancho, durante varias horas! Siguió todavía el día 27 el desagüe sobre el anillo superior durante casi todo el día.

La figura 2 indica la parte construida, la proyectada y la caída de agua.

Ya se comprende que esta catarata, cayendo de los 27 metros de altura, se llevó el andamiaje, máquinas y hasta unos macizos de hormigón que se hicieron, agua abajo, para colocar los aparatos taquimétricos de medida de las deformaciones.

Fácilmente se comprende la violencia de la prueba, pues el arrastre de aire en la caída como vertedero

vertical habrá producido vibraciones enormes en toda la obra.

Pues, a pesar de todo, no solamente se conserva la presa perfectamente, sino que no se ha acusado ni la menor fisura, ni siquiera ligero escape de agua a través de ella.

El asfalto de las juntas no ha tenido la menor alteración y conserva su relativa plasticidad, apreciable en los frentes.

El cálculo de espesores se hizo adoptando una carga máxima de trabajo de 24 kg/cm^2 para los anillos inferiores, y aunque esta cifra está prevista para la altura de 47 metros, y, por tanto, no debía haber pasado de 16 kg/cm^2 en la prueba, es evidente que, por razón de las vibraciones de la caída de agua, habrá pasado, con mucho, de esta cifra.

Pero lo más curioso es que, si la presa-bóveda la hubiéramos estudiado por los métodos corrientes, antes explicados, hubiera sido preciso darle *13 metros de grueso en la base, adoptando cargas de trabajo de 45 kg/cm^2* , y, de ser cierta esa teoría y haber aumentado mucho la carga por efecto de la caída de agua, hubiera resultado una imprudencia dar ese grueso de 13 metros... y una seguridad el de 3, que se ha adoptado (!).

Alfonso PEÑA BÉLUF
Profesor de la Escuela de Ingenieros
de C., C. y P.

Consideraciones sobre la fórmula de Castigliano

En el número de la REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS correspondiente al 1.º de enero de este año, el señor López Rodríguez, nuestro distinguido compañero, publicó un artículo en el que trataba de demostrar la inexactitud de la conocida expresión del trabajo elástico almacenado en un sólido, y calificaba de superabundantes los términos relativos a las dilataciones. Para ello resolvía y comentaba el conocido problema elemental: "Hallar el esfuerzo normal que se produce en una barra de acero, con extremos fijos, sometida a la acción única de un cambio de temperatura".

Este ejemplo está muy bien escogido, a nuestro juicio, pues tiene la innegable ventaja de poder resolverse fácilmente por consideraciones ajenas a la teoría del trabajo elástico.

Basta leer con alguna atención el artículo para convencerse de que el autor conoce a fondo estas cuestiones; pero, por otra parte, parece poco probable que autores tan eminentes como Castigliano, Müller-Breslau, Mörch, Zafra y Peña, entre otros, hayan todos admitido y *demostrado* una fórmula *inexacta*. La impresión que me produjo, en una primera lectura, la crítica demoledora del autor del artículo fué parecida a la de esas demostraciones que allá, en nuestros tiempos de escolares, nos hacían dudar de que cuatro era igual a cinco, y de que un ángulo recto es igual a un ángulo obtuso. Al correr de la vida se entera uno —aunque a medias— de las geometrías no euclídeas, de la teoría de la relatividad, de la aritmética transfinita, etc., y acaba uno por no creer con seguridad ni en el axioma $A=A$. ¿No

ocurrirá en el presente caso que, por una compensación numérica, aparezcan resultados exactos a pesar de su errónea deducción?

* * *

Repetiremos brevemente la resolución elemental del problema enunciado:

Si la barra estuviere libre, llamando λ a la deformación unitaria (claro es que $\lambda = \epsilon \cdot t$, siendo ϵ el coeficiente de dilatación y t la oscilación de temperatura), la deformación total $\delta = \lambda \cdot l$.

Por otra parte, el esfuerzo normal N capaz de provocar la deformación δ es $N = \frac{ES\delta}{l}$, y sustituyendo δ por su valor

$$N = ES\lambda \quad (1)$$

El trabajo elástico almacenado en la barra vale $\frac{1}{2} N\delta$, o sea

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} ES\lambda^2 l \quad (2)$$

* * *

Vamos, ahora, a resolver el mismo problema por la teoría del trabajo elástico.

Como en el presente caso suponemos que no hay régimen de flexiones y despreciamos el efecto del esfuerzo cortante, la energía almacenada es

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \int \frac{N^2}{ES} dl + \int N\lambda dl \quad (3)$$

de ser cierta la expresión que dan la mayoría de los autores, y quedará reducida a su primer término si, efectivamente, es superfluo el segundo.

Como el régimen es uniforme, salen fuera del signo integral todas las letras, menos dl , y tenemos

$$\mathcal{E} = \frac{N^2 l}{2ES} + N\lambda l \quad [4]$$

Para hallar el valor de N acudimos al teorema de Castigliano, que nos dice que la deformación δ es precisamente $\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial N}$, que vale $\frac{Nl}{2ES} + \lambda l$; y como en nuestro caso esta deformación es *per se* nula, tenemos

$$N = -ES\lambda \quad [5]$$

Sustituyendo este valor en [4], tenemos para el trabajo almacenado

$$\mathcal{E} = ES\lambda^2 l \left(\frac{1}{2} - 1 \right) = -\frac{1}{2} ES\lambda^2 l \quad [6]$$

* * *

Y hemos llegado a la clave de la dificultad. La resolución directa del problema nos ha conducido a los valores

$$N = ES\lambda$$

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} ES\lambda^2 l$$

mientras que, aplicando la teoría del trabajo elástico, obtenemos esos mismos valores con signo negativo. ¿Quién tiene razón? *A priori*, las consideraciones energéticas son más generales que las experimentales, y nos inclinariamos, sin más, a favor de los resultados con signo negativo, y, por consiguiente, serían erróneas las expresiones [1] y [2] por el signo, aunque exactas en su valor absoluto. Las condiciones físicas del problema permiten decidir la cuestión sin género de duda. Para facilitar el lenguaje, supondremos la barra vertical y la deformación en el extremo inferior. Si la barra se calienta, se produce un esfuerzo de compresión que va hacia arriba; al deshacer el enlace, la deformación es hacia abajo; luego el trabajo es claramente negativo; la expresión [2] es errónea; la [6] es la exacta. Si la barra se enfría, se produce un esfuerzo de tracción que va hacia abajo; al deshacer el enlace, el extremo inferior se corre hacia arriba, y el trabajo también es negativo, conforme a la expresión [6].

Cuando calentamos la barra, λ es positivo y el esfuerzo N que se produce es de compresión, va hacia abajo y, por lo tanto, es negativo. Si se enfría la barra, λ es negativo y N resulta una tracción que es positiva; luego en todos los casos

$$N = -ES\lambda$$

la fórmula [5] es exacta; la [1] es errónea.

Fijándose un poco, la resolución elemental del problema conduce al mismo resultado. En rigor, $N = \frac{ES\delta}{l}$

es falso, pues siendo S , l , δ positivos, la N es compresión que debe ser negativa.

Y aquí está la clave de la dificultad. La expresión exacta [4] nos conduce a los valores exactos [5] y [6] del esfuerzo normal N y de la energía $\mathcal{E}$ almacenada

en la barra. La expresión $\mathcal{E} = \frac{N^2 l}{2ES}$, reducida a su primer término, nos conduciría a la deformación

$$\delta = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial N} = \frac{Nl}{ES}$$

y al ser nula tendríamos $N = 0$, $\mathcal{E} = 0$, resultados absurdos. Cabe suponer que esta δ es nula en las condiciones físicas del problema, pero que de todos modos representa el camino que recorrería el extremo supuesto libre. Aun así, hay que corregirle el signo. Con todo, bien sea $N = ES\lambda$ ó $N = -ES\lambda$, la sustitución en $\mathcal{E} = \frac{N^2 l}{2ES}$ no influye por entrar elevada al cuadrado, y siempre nos conduce al resultado erróneo

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} ES\lambda^2 l$$

en vez del correcto

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{2} ES\lambda^2 l$$

* * *

Vamos, ahora, a resolver un problema parecido al anterior, pero aún más sencillo, y que pondrá de manifiesto la exactitud de la fórmula discutida:

"La misma barra de acero está libre por su extremo inferior y sometida a la acción de una fuerza normal N y una dilatación λ provocada por una oscilación de temperatura."

Aquí, como el extremo es libre, hay concordancia de signos; la fuerza N provoca una deformación $\delta_1 = \frac{Nl}{ES}$ (si N es tracción, δ_1 es +; si N es compresión, δ_1 es -); la dilatación λ provoca otra deformación $\delta_2 = \lambda l$ (λ y δ concordantes), y la deformación total es

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = \frac{Nl}{ES} + \lambda l$$

Hagámoslo por la expresión del trabajo elástico

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \int \frac{N^2}{ES} dl + \int N\lambda dl = \frac{N^2 l}{2ES} + N\lambda l$$

El recorrido (que no es nulo en este caso) vale

$$\delta = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial N} = \frac{Nl}{ES} + \lambda l$$

Reduciendo la expresión de $\mathcal{E}$ a su primer término $\frac{N^2 l}{2ES}$, el recorrido que se obtiene es $\frac{Nl}{ES}$, que es el debido a la sola acción de N , y no el total, como debería ser.

Supongamos que sobre la barra libre actúa tan sólo una dilatación. El trabajo elástico $\mathcal{E} = \frac{N^2 l}{2ES} + N\lambda l$ es ahora nulo, por ser $N = 0$. Sin embargo, la deformación existe, y siempre es $\delta = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial N}$ que en

nuestro caso vale $\frac{Nl}{2ES} + \lambda l$, válida también para $N = 0$, obteniendo para valor del recorrido $\delta = \lambda l$, como así es, en efecto.

No es exacto prescindir en la expresión de la ener-

gía elástica de los términos correspondientes a las dilataciones. Y, en efecto, sea una estructura isostática cualquiera sometida a la acción única de las dilataciones. No existe energía de deformación, porque la pieza, al ser isostática, se dilata libremente, y, sin embargo, existen evidentemente los recorridos. ¿Cómo vamos a obtenerlos si prescindimos de los términos que nos los pueden dar?

Quizá en otro u otros artículos nos decidamos a exponer sucintamente la deducción de la fórmula de Castigliano, no para enseñar a nadie nada nuevo, que sería una vanidad intolerable, vedada por nuestra obligada modestia, sino para desarrollar algunas dudas y consideraciones que nos han sido útiles, siquiera sean ellas consecuencia de nuestra propia ignorancia.

R. DUBLANG
Ingeniero de Caminos

Seguridad e higiene del trabajo

II

Consecuencias económicas de los accidentes del trabajo ¹

Las pérdidas ocasionadas por los accidentes del trabajo pueden clasificarse en dos grupos: directas e indirectas. Entre las primeras pueden incluirse las siguientes: gastos de curación y de traslado, de se-

tiempo que se ocasionan, al prestar auxilio al obrero accidentado, al hacerle la primera cura y al trasladarle al Centro de Socorro o al Hospital, se originan las consiguientes, a la detención de la maquinaria y al abandono del instrumental, a las averías ocasionadas a las máquinas y al material, como consecuencia de la brusca paralización y, finalmente, al obligado cambio de obreros, ya que es preciso reemplazar en su trabajo al accidentado, y a los que, como consecuencia de esta variación, pasan a realizar otros trabajos, en los que no tienen la debida experiencia.

Se calcula que todos los gastos y pérdidas enumerados representan una cantidad de pesetas que oscila entre tres y cinco veces la cantidad total pagada al obrero por el concepto de indemnizaciones.

En el gráfico número 1 puede verse la variación del número total de accidentes durante los años de 1922 a 1929. En el número 2 se indican los casos de accidentes que han producido incapacidades y muerte durante los años 1927 a 1929. Y en el número 3 se representan las cantidades abonadas en España por las Compañías de Seguros y por las Mutualidades durante los años 1918 a 1927.

En este último gráfico, las ordenadas están divididas en tres partes. La inferior corresponde a las indemnizaciones pagadas en los casos de fallecimiento del obrero; la central es la referente a los accidentes que ocasionaron incapacidades permanentes, y la superior es la que hace referencia a los casos de incapacidad temporal.

Las líneas que representan la variación de cada una de estas partes y de la totalidad no corresponden exactamente a las oscilaciones sufridas por el número de accidentes acaecidos, pues no solamente es variable el número de patronos que aseguran a sus obreros, sino que también influye en ellas notablemente la modificación en alza o en baja de los salarios. Estas influencias explican debidamente el mínimo que corresponde al año 1919 y el descenso iniciado en 1927.

En este último año, los accidentes del trabajo han dado lugar al pago de indemnizaciones por un valor total de 15 291 249 pesetas, y han ocasionado pérdidas que pueden calcularse comprendidas entre 45 y 75 millones de pesetas. Si aceptamos un término medio de 60 millones anuales, resulta que, con una jornada media de nueve horas diarias y con trescientos días de trabajo al año, se puede asegurar que los accidentes del trabajo ocasionan una pérdida aproximada de 360 pesetas por cada minuto de trabajo.

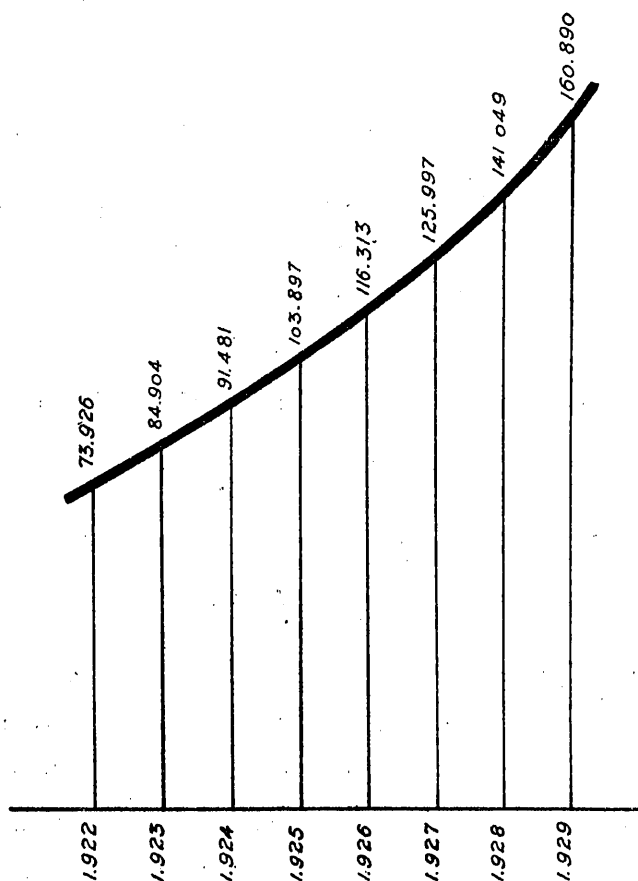


Gráfico num. 1. Números totales de accidentes del trabajo

pelio y de indemnizaciones, tanto obligatorias como voluntarias, que el patrono hace a los obreros accidentados o a sus familias.

En el segundo grupo, además de las pérdidas de

¹ Véase el número de 15 de enero de 1932, páginas 42 y siguientes.