

llete, entre el tercero y la pila-estribo y entre ésta y la boca del túnel.

Quedaba por rellenar el espacio comprendido entre los dos caballetes del tercer tramo, y para ello se utilizó, pues afortunadamente se disponía, en el momento del accidente, de un tramo metálico de 26 m con vigas escotadas y piso superior, que sirvió perfectamente para salvar aquel vano.

En las fotografías números 7 y 8 aparecen dos mo-

mentos en que las vigas de dicho tramo se suben mediante la maniobra de dos grúas, y la situación definitiva del alzado de toda la obra, después de dispuesta para el paso provisional.

En la fotografía núm. 9 se comprueba el paso del tren rápido sobre la obra, y en la núm. 10, una vista longitudinal de la misma desde la boca del túnel.

Doy esta breve reseña de cuanto en esta obra se ha realizado por estimar interesante sea conocida por nuestros compañeros.

D. MENDIZABAL
Ingeniero de Caminos

Determinación del momento de inercia de una sección circular maciza de hormigón armado¹

Continuación y conclusión

En nuestro segundo artículo, publicado en el número anterior de esta REVISTA, decíamos que en honor de la brevedad seguíamos el procedimiento finito para deducir el momento de inercia

$$I = I_h + I_{\omega} \quad [3]$$

El uso constante de los manuales, en los que se encuentran inmediatamente las fórmulas necesarias, sin tener que recordar las teorías correspondientes y la oxidación natural en el transcurso del tiempo desde que estudiamos la Mecánica Racional, nos condujo a encontrar la expresión [3], que tan rápidamente fué calculada y que, evidentemente, es in-

completa, puesto que la verdadera expresión es la siguiente:

$$I = I_{gh} + I_h + I_{\omega\omega} + I_{\omega} \quad [4]$$

El error cometido empleando el momento incompleto [3], en vez del completo [4], es favorable a la estabilidad, y una vez reconocida nuestra equivocación, vamos a terminar este estudio calculando los sumandos I_{gh} e $I_{\omega\omega}$.

I_{gh} es el momento de inercia de la sección comprimida del hormigón con relación a la paralela a la fibra neutra trazada por el centro de gravedad del segmento de círculo, siendo z la distancia que existe entre dicho centro de gravedad y el centro del círculo.

$I_{\omega\omega}$ es el momento de inercia de la sección de metal ω respecto del diámetro paralelo a la fibra neutra.

$$\begin{aligned} I_{gh} &= \int_{r-f}^r c \cdot dy \cdot (y-z)^2 = 2 \int_{r-f}^r \sqrt{r^2 - y^2} (y^2 - 2zy + z^2) dy = 2 \left[\int_{r-f}^r y^2 \sqrt{r^2 - y^2} dy - 2z \int_{r-f}^r y \sqrt{r^2 - y^2} dy + \right. \\ &+ z^2 \int_{r-f}^r \sqrt{r^2 - y^2} dy \left. \right] = 2 \left[r^2 \int_{r-f}^r \frac{y^2 dy}{\sqrt{r^2 - y^2}} - \int_{r-f}^r \frac{y^4 dy}{\sqrt{r^2 - y^2}} - 2zr^2 \int_{r-f}^r \frac{y \cdot dy}{\sqrt{r^2 - y^2}} + 2z \int_{r-f}^r \frac{y^3 \cdot dy}{\sqrt{r^2 - y^2}} - z^2 r^2 \int_{r-f}^r \frac{dy}{\sqrt{r^2 - y^2}} \right. \\ &- z^2 \int_{r-f}^r \frac{y^2 \cdot dy}{\sqrt{r^2 - y^2}} \left. \right] = 2 \left[r^2 z^2 \int_{r-f}^r \frac{dy}{\sqrt{r^2 - y^2}} - 2r^2 z \int_{r-f}^r \frac{y \cdot dy}{\sqrt{r^2 - y^2}} + (r^2 - z^2) \int_{r-f}^r \frac{y^2 \cdot dy}{\sqrt{r^2 - y^2}} + 2z \int_{r-f}^r \frac{y^3 \cdot dy}{\sqrt{r^2 - y^2}} \right. \\ &- \left. \int_{r-f}^r \frac{y^4 \cdot dy}{\sqrt{r^2 - y^2}} \right] = 2 \left[r^2 z^2 \text{áng sen } \frac{y}{r} + 2r^2 z \sqrt{r^2 - y^2} - \frac{1}{2} (r^2 - z^2) (y \sqrt{r^2 - y^2} - r^2 \cdot \text{áng sen } \frac{y}{r}) - \right. \\ &- \frac{2}{3} z \cdot (y^2 + 2r^2) \sqrt{r^2 - y^2} + \frac{1}{4} y^3 \sqrt{r^2 - y^2} + \frac{3}{8} r^2 (y \cdot \sqrt{r^2 - y^2} - r^2 \cdot \text{áng sen } \frac{y}{r}) \left. \right]_{r-f}^r = 2 \left[\frac{1}{2} r^2 \left(\frac{1}{4} r^2 + z^2 \right) \text{áng sen } \frac{y}{r} \right. \\ &+ \frac{2}{3} r^2 z \cdot \sqrt{r^2 - y^2} - \left(\frac{1}{8} r^2 - \frac{1}{2} z^2 + \frac{2}{3} zy - \frac{1}{4} y^2 \right) y \sqrt{r^2 - y^2} \left. \right]_{r-f}^r = 2 \left[\frac{1}{2} r^2 \left(\frac{1}{4} r^2 + z^2 \right) \left(\frac{\pi}{2} - \text{áng sen } \frac{r-f}{r} \right) - \right. \\ &- \frac{2}{3} r^2 z \cdot \sqrt{(2r-f)f} + \left(\frac{1}{8} r^2 - \frac{1}{2} z^2 + \frac{2}{3} z(r-f) - \frac{1}{4} (r-f)^2 \right) (r-f) \sqrt{(2r-f)f} \left. \right] \\ &= \frac{2}{3} \frac{(2r-f)f \sqrt{(2r-f)f}}{r^2 \text{áng cos } \frac{r-f}{r} - (r-f) \sqrt{(2r-f)f}} \\ I_{gh} &= \left(\frac{r^4}{4} + \frac{4}{9} \left(r^2 \cdot \text{áng cos } \frac{r-f}{r} - (r-f) \sqrt{(2r-f)f} \right)^2 \right) \text{áng cos } \frac{r-f}{r} - \frac{8}{9} r^2 \cdot \text{áng cos } \frac{r-f}{r} - \frac{r^2 (2r-f)^2 f^2}{r^2 \cdot \text{áng cos } \frac{r-f}{r} - (r-f) \sqrt{(2r-f)f}} \\ &+ \left(\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} r^2 - (r-f)^2 \right) + \frac{8}{9} \frac{(r-f)(2r-f)f \sqrt{(2r-f)f}}{r^2 \text{áng cos } \frac{r-f}{r} - (r-f) \sqrt{(2r-f)f}} \right. \\ &- \left. \frac{4}{9} \frac{(2r-f)^2 f^2}{\left(r^2 \text{áng cos } \frac{r-f}{r} - (r-f) \sqrt{(2r-f)f} \right)} \right) (r-f) \sqrt{(2r-f)f} \end{aligned}$$

¹ Véase el número anterior, página 358.

Por una sencilla integración se obtiene:

$$I_{o\omega} = \frac{1}{2} \beta (r - t) \omega$$

Totalizando los cuatro sumandos de la [4] resulta la siguiente expresión simplificada del momento de inercia completo:

$$I = \left(r^2 \left(\frac{r^2}{4} + (r-f)^2 \right) + \frac{4}{9} \frac{r^2 (2r-f)^3 f^3}{\left(r^2 \operatorname{áng} \cos \frac{r-f}{r} - (r-f) \sqrt{(2r-f)f} \right)^2} \right) \operatorname{áng} \cos \frac{r-f}{r} - \frac{4}{9} \frac{(2r-f)^2 f^2 (2r^2 - (2r-f)f)}{r^2 \operatorname{áng} \cos \frac{r-f}{r} - (r-f) \sqrt{(2r-f)f}} + \left[\frac{1}{4} r^2 - \frac{4}{3} (2r-f)f - \frac{3}{2} (r-f)^2 + \frac{4}{9} \frac{(2r-f)f \sqrt{(2r-f)f}}{r^2 \operatorname{áng} \cos \frac{r-f}{r} - (r-f) \sqrt{(2r-f)f}} \left(2(r-f) - \frac{(2r-f) \sqrt{(2r-f)f}}{r^2 \operatorname{áng} \cos \frac{r-f}{r} - (r-f) \sqrt{(2r-f)f}} \right) \right] (r-f) \sqrt{(2r-f)f} + \beta \left(\frac{1}{2} (r-t)^2 + (r-f)^2 \right) \omega$$

A los términos deducidos por un procedimiento finito que figuran en la expresión incompleta del momento de inercia de nuestro artículo anterior era preciso añadir los términos I_{gh} e $I_{o\omega}$, deducidos por un procedimiento infinitesimal. Se deduce de cuanto llevamos expuesto que en algunas ocasiones no conviene rendir honores a la brevedad, y que no era fácil prescindir del cálculo infinitesimal para llegar a obtener la expresión analítica del momento de inercia.

El momento de inercia obtenido para la sección circular maciza y armada es el mismo para la sección circular armada de espesor f .

Hagamos una aplicación de las expresiones deducidas.

Para $r = 100$ y $f = 30$, las expresiones [1] y [2] que se encuentran en el artículo publicado en el número 17 del corriente año de esta REVISTA, dan, respectivamente, para la sección de metal

$$\omega = 34,879 \text{ cm}^2 \quad \text{y} \quad \omega = 34,739 \text{ cm}^2$$

Como la [1] es más sencilla que la [2] y la diferencia de valores es tan pequeña, queda justificada la conveniencia de adoptar la primera.

Los cuatro sumandos que integran el momento de inercia tienen los siguientes valores:

$$\begin{aligned} I_{gh} &= 134\,060 \\ S \cdot (z - (r-f))^2 &= 457\,786 \\ I_{o\omega} &= 124\,472 \\ \beta (r-f)^2 \omega &= 2\,563\,607 \\ I &= 3\,279\,933 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

El segundo y el cuarto sumando que integran el momento incompleto de inercia calculado en nuestro artículo anterior dan el valor

$$I = 3\,021\,392 \text{ cm}^4$$

que difiere del verdadero en un 8 por 100, aproximadamente, a favor de la estabilidad.

Como la expresión incompleta del momento de inercia es más sencilla y, por consiguiente, más rápida de calcular, se puede emplear en los tanteos, reservando la expresión completa para cuando se pretenda proyectar con la mayor economía o hacer una justificación rigurosa de la resistencia de una construcción.

Juan J. G.-CORDOBES
Ingeniero de Caminos

La enseñanza de la Escuela de Caminos

La lectura del pequeño e interesantísimo libro de D. José Ortega y Gasset, *Misión de la Universidad*, ha despertado en mí y traído de nuevo a meditación algunas ideas sobre la enseñanza en la Escuela de Ingenieros de Caminos, que nacieron al encontrar, en la práctica de la profesión, deficiencias, propias y ajenas, que, a mi juicio, pueden y deben desaparecer, enfocando la enseñanza profesional de modo algo distinto que el actualmente seguido.

También en el espíritu del Director de la Escuela de Caminos, D. Vicente Machimbarrena, hizo efecto el magistral estudio del profesor Ortega y motivó un interesante artículo: «Cultura, profesión y ciencia», en el que glosa el profundo libro y aprovecha la ocasión para defender, muy justa y acertadamente, el mantenimiento en la Escuela de una enseñanza que

él profesó con gran acierto y que, según parece, espíritus estrechos consideran fuera de lugar. Pero se limita a vulgarizar las ideas sustentadas por el Sr. Ortega y a expresar su conformidad con ellas, pero sin aplicarlas al examen del régimen de la enseñanza en la Escuela de Caminos, y es lástima que a esto se haya limitado el Sr. Machimbarrena, ya que, no sólo por su cargo, sino más aún por su espíritu moderno y progresivo, era la persona más calificada para iniciar una reforma que parece cada vez más necesaria.

Aunque el asunto es de importancia extraordinaria, pues no creo que haya discrepancia respecto a que los problemas de enseñanza, en todos sus aspectos, son los fundamentales de España, no han motivado, ni el estudio de Ortega, ni el artículo de Ma-