

proyectar de todo), que se construyen ya circulares, puesto que ninguna razón existe para hacerlos rectangulares, que adolecen de los inconvenientes de la pérdida de espacios en las esquinas. Del centro del vaso emerge el paraguas protector. Véanse los dibujos, que son los correspondientes a un modelo de lavadero reglamentario en el concejo.

Como es natural, la obra se sometió a diferentes pruebas, llevando, además, en su haber la de dos años de existencia, durante los cuales ha soportado la violencia de varios vendavales. Aquéllas consistieron en colgar pesos de las extremidades de las varillas correspondientes a medio paraguas, siguiendo con dos flexímetros las deformaciones habidas. Esta prueba, como se comprenderá, es la más desfavorable para la estructura. Se colocaron primeramente sacos de 60 kg, con lo cual se obtuvieron flechas máximas positivas y negativas sensiblemente iguales con relación al diámetro de separación de la zona cargada. La flecha máxima fué de 5 mm. A continuación se puso un saco más por varilla, es decir, un peso de 120 kg. La flecha máxima obtenida resultó ser de 8,5 mm, perfectamente admisible. En todo momento pudo comprobarse el excelente estado elástico de la estructura, recobrando con oscilaciones de 0,5 mm su posición primitiva.

Esta prueba se dió por convincente, pues la acción del viento, dadas las condiciones del lugar de emplazamiento, nunca podría originar esfuerzos superiores a los de la prueba. Sin embargo, quisimos todavía someter el paraguas a un postrer suplicio, aún más refinado, que los agentes naturales difícilmente podrían conseguir: el de someter a fuerte torsión el pie. Bastó el esfuerzo de un hombre, ejerciendo una presión tangencial sobre el extremo de una varilla, procurando hábilmente acompañar sus movimientos con los de oscilación de la estructura, llegando a obtener desplazamientos circunferenciales de 30 mm en dichas extremidades, siendo perfectamente apreciable a simple vista la torsión del pie, pues siendo de 300 mm su diámetro en el cuello, un punto de su superficie en este lugar sufriría una oscilación

$$\frac{30 \times 150}{r} = 0,75 \text{ mm}$$

$$r = 600$$

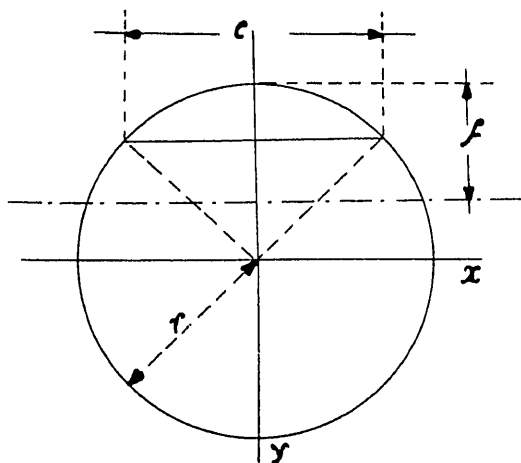
Esto confirma lo que desde luego todos estamos cansados de saber: el admirable comportamiento elástico del hormigón armado; aunque sí, rara vez, puesto de manifiesto y visto tan palpablemente como en el caso presente. Ver para creer...

I. SÁNCHEZ DEL RÍO
Ingeniero de Caminos

Determinación del momento de inercia de una sección circular maciza de hormigón armado

Ni en los manuales, ni en los tratados de Mecánica que he podido consultar se encuentra el momento de inercia objeto del presente estudio; y aunque es muy posible que la correspondiente expresión analítica haya sido determinada, no me ha sido posible encontrarla; por lo que, teniendo necesidad de hacer uso de ella en diversos proyectos, la he deducido por un procedimiento infinitesimal y por otro procedimiento finito.

Primer procedimiento.—La ecuación de la circunfe-



rencia de radio r referida a dos ejes ortogonales pasando por su centro es $x^2 + y^2 = r^2$.

La cuerda de la circunferencia está dada por la expresión $c = 2x = 2\sqrt{r^2 - y^2}$.

Momento estático del hormigón comprimido respecto a la fibra neutra. Designando por f la profundidad de la fibra neutra, resulta la expresión

$$\int_{r-f}^r c \cdot dy \cdot (y - (r-f)); \quad y = r \cos \frac{\alpha}{2}; \quad dy = -\frac{1}{2} r \sin \frac{\alpha}{2} d\alpha$$

$$\int_{r-f}^r c \cdot (y - (r-f)) \cdot dy = -r^2 \int_{r-f}^r (r \cos \frac{\alpha}{2} - (r-f)) \sin^2 \frac{\alpha}{2} d\alpha$$

$$\int_{r-f}^r c \cdot (y - (r-f)) dy = -r^2 \int_{r-f}^r \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} d\alpha +$$

$$+ r^2(r-f) \int_{r-f}^r \sin^2 \frac{\alpha}{2} d\alpha$$

$$\int \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} d\alpha; \quad \sin \frac{\alpha}{2} = u$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} \frac{d\alpha}{2} = du, \quad du = \frac{2du}{\cos \frac{\alpha}{2}}$$

$$\int \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} d\alpha = 2 \int u^2 du = \frac{2}{3} u^3 + k_1 = \frac{2}{3} \sin^3 \frac{\alpha}{2} + k_1$$

$$\int \sin^2 \frac{\alpha}{2} d\alpha = 2 \int \sin^2 \frac{\alpha}{2} \frac{d\alpha}{2} = -$$

$$- 2 \left[\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} - \int \left(1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right) \frac{d\alpha}{2} \right]$$

$$2 \int \sin^2 \frac{\alpha}{2} d\alpha = - 2 \left(\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$\int \sin^2 \frac{\alpha}{2} d\alpha = - \left(\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{2} \right) + k_2$$

$$\int c \cdot (y - (r - f)) \cdot dy = -\frac{2}{3} r^3 \cdot \sin^3 \frac{\alpha}{2} -$$

$$- (r - f) r^2 \left(\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{2} \right) + k$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{x}{r}; \quad \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{y}{r}; \quad \alpha = 2 \cdot \text{áng} \cos \frac{y}{r}$$

$$\int c \cdot (y - (r - f)) dy = -\frac{2}{3} r^3 \cdot \frac{x^3}{r^3} -$$

$$- (r - f) r^2 \left(\frac{x}{r} \cdot \frac{y}{r} - \text{áng} \cos \frac{y}{r} \right) + k$$

$$\int_{r-f}^r c \cdot (y - (r - f)) dy = \frac{2}{3} (2r - f) f \cdot \sqrt{(2r - f) f} +$$

$$+ (r - f) r^2 \left(\frac{\sqrt{(2r - f) f}}{r} - \text{áng} \cos \frac{r - f}{r} \right)$$

$$\int_{r-f}^r c \cdot (y - (r - f)) dy = \left[\frac{2}{3} (2r - f) f + (r - f)^2 \right] \cdot$$

$$\cdot \sqrt{(2r - f) f} - (r - f) \cdot r^2 \cdot \text{áng} \cos \frac{r - f}{r}$$

Momento estático de la armadura de sección ω en barras iguales e igualmente repartidas

$$15 \cdot \omega \cdot (r - f)$$

La fibra neutra queda determinada por la condición de que los dos momentos del hormigón y del metal sean iguales:

$$\left[\frac{2}{3} (2r - f) f + (r - f)^2 \right] \cdot \sqrt{(2r - f) f} -$$

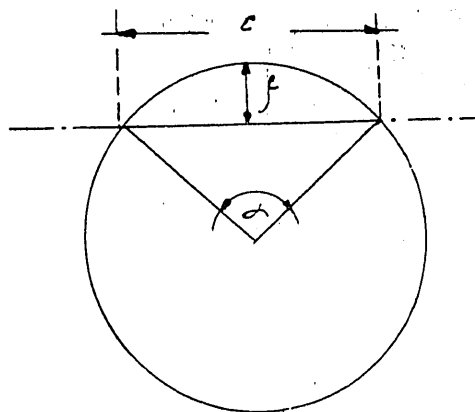
$$- (r - f) r^2 \cdot \text{áng} \cos \frac{r - f}{r} = 15(r - f) \cdot \omega$$

Segundo procedimiento.—Intervienen el área del segmento de círculo

$$S = \frac{1}{2} r^2 (\alpha - \sin \alpha)$$

y la distancia del centro de gravedad del segmento al centro del círculo:

$$z = \frac{c^3}{12 \cdot S} = \frac{8 \cdot (2r - f) f \cdot \sqrt{(2r - f) f}}{12 \cdot \frac{1}{2} r^2 (\alpha - \sin \alpha)}$$



Momento estático respecto a la fibra neutra:

$$S \cdot (z - (r - f)) =$$

$$= \frac{1}{2} r^2 (\alpha - \sin \alpha) \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{(2r - f) f \cdot \sqrt{(2r - f) f}}{\frac{1}{2} r^2 (\alpha - \sin \alpha)} - (r - f) \right)$$

$$S \cdot (z - (r - f)) = \frac{2}{3} (2r - f) f \cdot \sqrt{(2r - f) f} -$$

$$- \frac{1}{2} (r - f) r^2 (\alpha - \sin \alpha)$$

$$\alpha = 2 \cdot \text{áng} \cos \frac{r - f}{r}; \quad \sin \alpha = \frac{c}{r} \cos \frac{\alpha}{2} =$$

$$= \frac{2 \sqrt{(2r - f) f}}{r} \cdot \frac{r - f}{r}$$

$$S \cdot (z - (r - f)) = \frac{2}{3} (2r - f) f \sqrt{(2r - f) f} -$$

$$- (r - f) r^2 \left(\text{áng} \cos \frac{r - f}{r} - \frac{(r - f) \sqrt{(2r - f) f}}{r^2} \right)$$

$$S \cdot (z - (r - f)) = \left[\frac{2}{3} (2r - f) f + (r - f)^2 \right] \sqrt{(2r - f) f} -$$

$$- (r - f) r^2 \text{áng} \cos \frac{r - f}{r}$$

Momento estático de la armadura:

$$15 \cdot \omega \cdot (r - f)$$

Igualando los dos momentos resulta la misma expresión obtenida en el primer procedimiento.

Dejamos para otro día la deducción del momento de inercia.

Juan J. G.-CORDOBES
Ingeniero de Caminos

Las recientes electrificaciones de la Compañía de los Caminos de Hierro del Norte de España

Barcelona a Manresa y San Juan de las Abadesas.—Alsasua-Irún

VI

Coches automotores y remolques

Se destinan estos coches al servicio de los trenes-tranvías, elemento básico del programa proyectado

¹ Véase el número anterior, página 275.

para las líneas de Barcelona y también muy importante en el previsto para la sección Alsasua-Irún, según ya se ha indicado en la primera parte de este trabajo.

Se desarrolla dicho servicio en la región de Barcelona, entre esta población y las de Tarrasa (32 km), Sabadell (23 km), Manresa (64 km) y Vich (69 km), principalmente; los tiempos invertidos en estos recorridos son, respectivamente, de 38 minutos, 29 mi-