

mente en los servicios de vigilancia y seguridad, en los sanitarios y en los sociales.»

De acuerdo con este criterio, el art. 40 del Reglamento de Obras, Servicios y Bienes municipales dice que cuando en un proyecto de abastecimiento de aguas se solicite la concesión de aguas públicas o terrenos de dominio público, la información pública y la confrontación del proyecto serán practicados en el plazo de tres meses por la Jefatura de la División Hidráulica correspondiente. El art. 42, refiriéndose a proyectos de alcantarillado, dice que cuando exijan la ocupación de terrenos de dominio público o hagan verter la aportación de una red de desagüe en aguas públicas, la concesión correspondiente se ajustará a lo prevenido en el artículo anterior; este artículo es indudablemente el 40, a que acabo de hacer referencia; por consiguiente, cuando para los proyectos de evacuación de aguas residuales se ocupen terrenos de dominio público o se vierta el afluente en aguas públicas, deben ser objeto de información pública y confrontación por la Jefatura de la División Hidráulica correspondiente. Vemos, pues, que en el mismo Estatuto se reconoce explícitamente la competencia de las Divisiones Hidráulicas, para los casos en que la policía del interés público las está encomendada, y con la misma razón se hubiera podido reconocer la del ingeniero director del puerto que pueda ser afectado y la de la Jefatura de Obras públicas en los casos en que las considera el Reglamento de 16 de noviembre de 1900.

Aunque todo lo expuesto indica con suficiente claridad el espíritu de la ley, sería conveniente, por la importancia del asunto, concretarlo en forma categórica y que asegurase completa eficacia. La forma de conseguirlo no es difícil, y en el mismo Estatuto se encuentra el ejemplo. Si bien el art. 180 del mismo

declara que es de la exclusiva competencia municipal proyectar, construir y aprobar las obras de tratamiento de aguas residuales que tengan por objeto dotar de estos servicios a los núcleos de población enclavados en los términos municipales correspondientes, el art. 182 ordena que dichos proyectos sean sometidos a las Comisiones sanitarias provincial y central en su caso, las cuales devolverán el proyecto a la respectiva Corporación municipal, para que subsane los defectos de que adolezca, sin cuyo requisito no será ejecutivo el acuerdo.

Pues bien: bastaría que, para el caso de que tratamos, se concretase en la siguiente forma: *Una vez aprobados por el Ayuntamiento Pleno los proyectos de evacuación o depuración de aguas residuales, y simultáneamente con su tramitación en la Comisión Sanitaria Provincial, serán sometidos al conocimiento de la Jefatura de la División Hidráulica correspondiente, si vierten o pueden afectar a aguas terrestres, públicas o privadas, superficiales o subterráneas, y a la Jefatura de Obras públicas de la provincia y al ingeniero director del puerto a que puedan afectar, si vierten al mar o pueden influir en algún puerto, los cuales devolverán el proyecto a la Corporación municipal para que subsane los defectos de que adolezca, sin cuyo requisito no será ejecutivo el acuerdo municipal. Si los defectos son de escasa importancia, podrá quien devolvió el proyecto dispensar al Ayuntamiento la nueva remisión del mismo una vez modificado, pero en otro caso deberá remitirlo nuevamente. Corresponde a la Jefatura de la División Hidráulica, o a la de Obras públicas y al ingeniero director del puerto, en sus casos, la inspección de las obras de desagüe y depuración y del funcionamiento posterior, debiendo poner en conocimiento del Ayuntamiento y corregir éste los defectos que se observen.*

José M.^a CANO RODRÍGUEZ
Ingeniero de Caminos

La relatividad del tiempo en Física

En un artículo mío, publicado en la REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS, sobre «Nuevo procedimiento de deducir las fórmulas de transformación de Lorentz», ponía de manifiesto, sin llegar a explicármela, una anomalía que se produce en la teoría de la relatividad restringida al adoptar, para medir espacio y

longitud también infinita en sentido contrario y con la misma velocidad constante c ; por la vía 2 circula un tren M con velocidad constante $v < c$ y en el sentido indicado en la figura 1.^a. En este tren va instalado un aparato tal que cada vez que las ruedas han efectuado un cierto número de revoluciones dis

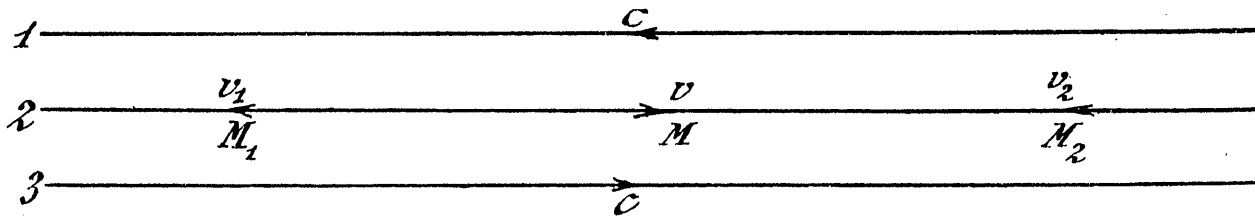


Fig. 1.^a

tiempo, la media geométrica de ciertas dimensiones en lugar de su media aritmética.

Pensando en ello creo haber encontrado su explicación, así como también la de la relatividad del tiempo en Física, en una forma que estimo original y clara, que es la que desarrollo a continuación.

Supongamos (fig. 1.^a) tres vías rectilíneas de longitud infinita; por las 1 y 3 circulan dos trenes de

para simultáneamente dos flechas que atraviesan normalmente las vías y se hincan en los trenes de velocidad c , una en cada tren, admitiéndose que dicho cruce se efectúa instantáneamente.

Imaginemos otro tren M_1 en un punto muy lejano del punto M y con velocidad constante $v_1 < c$, de sentido contrario a la velocidad v y tendiendo a separar ambos trenes. Al llegar la flecha del tren

de velocidad c de la vía 1 a tropezar con el tren M_1 se dispara de nuevo, pasando instantáneamente a hincarse en el tren de velocidad c de la vía 3, y cuando las flechas hincadas en este último encuentran al tren M , de donde salieron, se recogen en él.

Imaginemos en otro punto lejano de los anteriores otro tren, M_2 , de velocidad constante, $v_2 < c$, también de sentido opuesto al de v y tendiendo a aproximar los dos trenes. Este tren M_2 estará dotado del mismo aparato que el M_1 para hacer pasar instantáneamente la flecha del tren de velocidad c de la vía 3 al de la vía 1, para que estas flechas sean recogidas al ponerse en contacto con el tren M , desde donde se dispararon.

Designemos por dt el tiempo transcurrido entre dos disparos sucesivos de flechas en el tren M ; dt_1 el tiempo transcurrido entre dos pases sucesivos de flechas desde el tren de velocidad c de la vía 1 al de la vía 3 por encuentro de las flechas con el tren M_1 ; dt_2 el tiempo transcurrido entre dos pases sucesivos de flechas desde el tren de velocidad c de la vía 3 al de la vía 1 por encuentro de las flechas con el tren M_2 ; dt'_1 el intervalo de tiempo transcurrido en el tren M entre dos llegadas sucesivas de flechas procedentes del tren M_1 que llegan en el tren de velocidad c de la vía 3; dt'_2 el intervalo de tiempo transcurrido en el tren M entre dos llegadas sucesivas de flechas procedentes del tren M_2 que llegan por el tren de velocidad c de la vía 1.

Fijémonos ahora solamente en los trenes M y M_1 con su tren de transmisión c de la vía 1. Si suponemos ya establecido el régimen, o sea que la flecha disparada desde el tren M se ha recogido en él después de haber encontrado al tren M_1 , todo el espacio del tren de velocidad c correspondiente a la longitud MM_1 estará cubierto de flechas equidistantes; si dicha longitud permaneciese invariable tampoco variaría el número de flechas hincadas en el tren de velocidad c y, por lo tanto, en cualquier intervalo de tiempo encontrarían al tren M_1 el mismo número de flechas que el de las disparadas desde el tren M siendo $dt = dt_1$. Pero como los trenes M y M_1 se separan, su distancia aumenta y, por lo tanto, también aumenta el número de flechas hincadas en el tramo MM_1 del tren de velocidad c y disminuye el número de las que encuentran al tren M_1 , aumentando como consecuencia el intervalo de tiempo entre dos encuentros sucesivos, verificándose que $dt_1 > dt$ estando medida la diferencia $dt_1 - dt$ por el aumento del número de flechas hincadas en el tren de velocidad c durante el tiempo dt y éste, a su vez, por el aumento de distancia entre los trenes M y M_1 y por la velocidad c . Durante el tiempo dt el tren M se separa del M_1 la longitud vdt ; durante el tiempo dt_1 el tren M_1 se separa del M la longitud v_1dt_1 ; luego el aumento de distancia entre los trenes M y M_1 es: $vdt + v_1dt_1$, cuya distancia tarda en recorrer el tren de velocidad c un tiempo $\frac{vdt + v_1dt_1}{c}$,

que es precisamente la diferencia entre las dos duraciones. Podremos, pues, escribir

$$dt_1 - dt = \frac{vdt + v_1dt_1}{c}$$

o sea

$$\left(1 + \frac{v}{c}\right)dt = \left(1 - \frac{v_1}{c}\right)dt_1$$

Si ahora consideramos solamente los trenes M y M_1 con el tren de transmisión de la vía 3 y las duraciones dt_1 entre dos encuentros sucesivos de flechas con el tren M_1 y dt'_1 entre dos llegadas sucesivas de flechas al tren M procedentes del tren M_1 , el caso es completamente análogo, verificándose que $dt'_1 > dt_1$, así como también

$$dt'_1 - dt_1 = \frac{v_1dt_1 + vdt'_1}{c}$$

o sea

$$\left(1 - \frac{v}{c}\right)dt'_1 = \left(1 + \frac{v_1}{c}\right)dt_1$$

Razonando de igual manera con los trenes M y M_2 y el tren de transmisión de velocidad c de la vía 3, como la distancia MM_2 disminuye, se verifica que el número de flechas hincado en dicho tren disminuye también y, por lo tanto, $dt > dt_2$, siendo su diferencia $dt - dt_2$ igual al tiempo que tarda el tren de velocidad c en recorrer el espacio que ha disminuido dicha distancia y, por lo tanto,

$$dt - dt_2 = \frac{vdt + v_2dt_2}{c}$$

o sea

$$\left(1 - \frac{v}{c}\right)dt = \left(1 + \frac{v_2}{c}\right)dt_2$$

Aplicando el mismo razonamiento a los trenes M y M_2 y el tren de transmisión de la vía 1 con las duraciones dt_2 y dt'_2 siendo $dt_2 > dt'_2$ y su diferencia $dt_2 - dt'_2$ igual al tiempo que tarda el tren de transmisión en recorrer la longitud que disminuye la distancia MM_2 . El tren M_2 se aproxima al M en el tiempo dt_2 la longitud v_2dt_2 . El tren M se aproxima al M_2 durante el tiempo dt'_2 la longitud vdt'_2 . La disminución de la distancia MM_2 es, por lo tanto, la suma de esas dos longitudes, o sea, $vdt'_2 + v_2dt_2$, llegándose a la igualdad:

$$dt_2 - dt'_2 = \frac{vdt'_2 + v_2dt_2}{c}$$

o sea

$$\left(1 + \frac{v}{c}\right)dt'_2 = \left(1 - \frac{v_2}{c}\right)dt_2$$

Si ahora suponemos que las velocidades de los trenes M_1 y M_2 son iguales, como tienen además el mismo sentido, podremos considerar que están rígidamente unidos, convirtiéndose en un solo tren, ya que la distancia M_1M_2 no varía, al que designaremos por $(M_1 - M_2)$.

Haciendo $v_2 = v_1$ y agrupando las fórmulas que hemos deducido, tendremos:

$$\left. \begin{aligned} \left(1 + \frac{v}{c}\right)dt &= \left(1 - \frac{v_1}{c}\right)dt_1 \\ \left(1 - \frac{v}{c}\right)dt &= \left(1 + \frac{v_1}{c}\right)dt_2 \\ \left(1 - \frac{v}{c}\right)dt'_1 &= \left(1 + \frac{v_1}{c}\right)dt_1 \\ \left(1 + \frac{v}{c}\right)dt'_2 &= \left(1 - \frac{v_1}{c}\right)dt_2 \end{aligned} \right\} [a]$$

De las dos primeras fórmulas de $[a]$ se deduce:

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)dt^2 = \left(1 - \frac{v_1^2}{c^2}\right)dt_1dt_2 \quad [1]$$

De las dos últimas fórmulas de [a] se deduce:

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) dt'_1 dt'_2 = \left(1 - \frac{v_1^2}{c^2}\right) dt_1 dt_2 \quad [1]$$

De las fórmulas [1] se deduce:

$$dt^2 = dt'_1 dt'_2$$

o sea

$$dt = \sqrt{dt'_1 dt'_2}$$

Consideremos ahora que desde el punto medio de la distancia $M_1 M_2$ y en el tren ($M_1 - M_2$) se disparan pares de flechas con intervalos $d\theta$ que se hincan en los trenes de velocidad c y van a encontrar a los extremos M_1 y M_2 del tren, y vamos a averiguar qué valor debe tener $d\theta$ para que las flechas encuentren al extremo M_1 con intervalos de tiempo dt_1 iguales a los que transcurren entre dos encuentros sucesivos de flechas con el mismo extremo M_1 de las disparadas desde el tren M y que hemos designado ya con la misma notación dt_1 ; y que encuentren al extremo M_2 con intervalos dt_2 iguales a los transcurridos entre los encuentros con el mismo punto M_2 de las flechas disparadas desde el tren M .

Como el punto medio del tren ($M_1 - M_2$) tiende a aproximarse a la posición que inmediatamente antes tenía el punto M_1 , resultará que $dt_1 > d\theta$ y su diferencia será el tiempo que tarda el tren de velocidad c en recorrer el espacio recorrido por el punto M_1 en el tiempo dt_1 , más el recorrido por el punto medio en el tiempo $d\theta$, efectuados ambos recorridos con la velocidad v_1 del tren. Se verifica así:

$$dt_1 - d\theta = \frac{v_1 dt_1 + v_1 d\theta}{c}$$

o sea

$$\left(1 - \frac{v_1}{c}\right) dt_1 = \left(1 + \frac{v_1}{c}\right) d\theta$$

De la misma manera, por separarse el punto medio de la posición que inmediatamente antes tenía el punto M_2 , tendremos que $d\theta > dt_2$, siendo su diferencia

$$d\theta - dt_2 = \frac{v_1 dt_2 + v_1 d\theta}{c}$$

o sea

$$\left(1 + \frac{v_1}{c}\right) dt_2 = \left(1 - \frac{v_1}{c}\right) d\theta$$

Se habrá podido observar que como el tiempo se cuenta en el punto medio del tren ($M_1 - M_2$) por intervalos $d\theta$ mientras que en los extremos se cuenta por intervalos dt_1 y dt_2 , aunque los puntos extremos y el medio formen parte del mismo tren con la misma velocidad y avancen la misma distancia en el mismo tiempo, hay que tener en cuenta la medida del tiempo en la forma que se ha efectuado.

Teniendo en cuenta las ecuaciones así deducidas y las dos primeras de las [a], ya que admitimos que dt_1 y dt_2 tienen el mismo valor para las flechas disparadas desde cualquiera de los trenes, podremos escribir:

$$\left(1 - \frac{v_1}{c}\right) dt_1 = \left(1 + \frac{v_1}{c}\right) d\theta = \left(1 + \frac{v}{c}\right) dt$$

$$\left(1 + \frac{v_1}{c}\right) dt_2 = \left(1 - \frac{v_1}{c}\right) d\theta = \left(1 - \frac{v}{c}\right) dt$$

De aquí se deduce:

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) dt^2 = \left(1 - \frac{v_1^2}{c^2}\right) d\theta^2 \quad [2]$$

Y comparando esta ecuación con la primera de las [1]:

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) dt^2 = \left(1 - \frac{v_1^2}{c^2}\right) dt_1 dt_2$$

resulta que

$$d\theta^2 = dt_1 dt_2$$

o sea

$$d\theta = \sqrt{dt_1 dt_2}$$

Luego se produce igual efecto de recoger las flechas en el tren M con intervalos dt'_1 y dt'_2 lo mismo disparándolas desde el tren M , con intervalos $dt = \sqrt{dt'_1 dt'_2}$, que disparándolas desde el tren ($M_1 M_2$) con intervalos $d\theta = \sqrt{dt_1 dt_2}$, debiendo, por lo tanto, contarse dt y $d\theta$ como correspondientes de tal modo que si las flechas transmitidas sirven para arreglar dos relojes, uno en cada tren, al llegar a esta situación diremos que los relojes están arreglados a pesar de que los tiempos que marcan están enlazados por la relación [2] y, en general, no son iguales. Por lo tanto la duración de un fenómeno, medida desde el tren M con la duración elemental dt , será en general diferente a la del mismo fenómeno medida desde el otro ($M_1 - M_2$) con la duración elemental $d\theta$, o sea, que el tiempo es relativo, dependiendo del sistema en que se mida.

Para que el tiempo fuese físicamente absoluto sería preciso que se verificase $dt = d\theta$ en la fórmula [2], lo cual no ocurre más que en uno de los tres casos siguientes:

1.º $c = \infty$, o sea, cuando pudieran transmitirse instantáneamente las señales.

2.º $\begin{cases} v = 0 \\ v_1 = 0 \end{cases}$ Los sistemas están inmóviles.

3.º $v = v_1$. La velocidad de los trenes con respecto a la vía es la misma.

Respecto al primer caso, se admite actualmente que en Física no se pueden transmitir señales con velocidad infinita teniendo un límite dicha velocidad. A pesar de esto, como se puede pensar una transmisión instantánea y es el pensamiento que generalmente acude en este caso, y como no se tiene en cuenta que es de imposible realización física, es también el escollo con que se tropieza para admitir la relatividad del tiempo en Física.

Respecto al segundo caso se puede afirmar que los sistemas que estudia el físico no están inmóviles, y por lo que se refiere al tercer caso podemos decir que el movimiento de los trenes tampoco puede ser alterado para su estudio.

Hasta ahora hemos considerado dos vías paralelas y rectilíneas de longitud infinita, por las que circulan dos trenes, de longitud también infinita, en sentido contrario y con la misma velocidad c . Por otras dos vías paralelas a las anteriores y comprendidas entre ellas, circulan, en sentido contrario, dos trenes, uno por cada una, con velocidades v y v_1 , menores que c ; si designamos por dt una duración elemental en el tren de velocidad v y $d\theta$ la correspondiente en

el otro, estas duraciones están enlazadas por la relación [2], que puede ponerse bajo la forma:

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt = \sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}} d\theta$$

Hemos dicho ya que el movimiento de los trenes que se estudia en Física no puede ser alterado para su estudio. Admitamos un observador en el tren de velocidad v , situado de tal manera, que no puede percibir la vía pero sí los trenes.

No podrá conocer las velocidades de los trenes con respecto a la vía, o sea, v , v_1 y c . Lo único que podrá apreciar será las velocidades relativas de los trenes. Podrá, pues, medir $(v - v_1)$, $(c - v)$ y $(c + v)$ ya que los trenes de velocidad c circulan en los dos sentidos y admitiendo que $v > v_1$. Otro observador en el tren de velocidad v_1 y en las mismas condiciones de no percibir la vía, podrá medir $(v - v_1)$, $(c - v_1)$ y $(c + v_1)$.

Supongamos obtenido un resultado que puede parecer paradójico, o sea, que las mediciones desde el tren con velocidad v y designando por v' la velocidad relativa de los trenes v , han resultado

$$\begin{aligned} v - v_1 &= v' \\ c - v &= c \\ c + v &= c \end{aligned}$$

Para admitir este resultado es preciso que se verifique $v = 0$, y la fórmula de transformación de las duraciones se convierte en

$$dt = \sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}} d\theta$$

siendo v' la velocidad relativa de los trenes v .

La paradoja resulta si las mediciones efectuadas desde el tren de velocidad v_1 son

$$\begin{aligned} v - v_1 &= v' \\ c - v_1 &= c \\ c + v_1 &= c \end{aligned}$$

Puesto que de aquí se deduce $v_1 = 0$ y la fórmula de transformación se reduce a

$$\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}} dt = d\theta$$

siendo v' la velocidad relativa de los trenes v . Habría, pues, que admitir, si tenemos en cuenta simultáneamente ambos resultados, o sea

$$\begin{aligned} v &= 0 \\ v_1 &= 0 \end{aligned}$$

que los trenes están inmóviles en la vía cuando hemos medido su velocidad relativa v' , o, de no ser así, que el tren de velocidad c , con respecto a la vía, conserva la misma velocidad c , con respecto a cualquiera de los trenes v , no admitiéndose ninguna diferencia en el valor observado de c , cualquiera que sea el tren

desde donde se la mida y el sentido del tren de velocidad empleado para dicha medición.

Claro es que esta paradoja no puede producirse tratando de trenes materiales como los que hemos supuesto tan sólo para deducir las fórmulas de transformación de las duraciones.

Pero si consideramos las ideas existentes en Física antes de la teoría de la relatividad, la vía que hemos supuesto se convierte en el éter inmóvil, es decir, en una vía inmaterial sobre la cual circulan los trenes de velocidad c y trayectoria rectilínea, constituidos por los rayos de luz. Sobre la misma vía inmóvil, es decir, sobre el éter, avanza la tierra con velocidad v con respecto al éter y trayectoria que puede considerarse como rectilínea, y otro astro distinto con velocidad v_1 y trayectoria también considerada como rectilínea. Los pares de flechas que antes hemos considerado se sustituyen por un destello luminoso que parte del punto M y se refleja en los puntos M_1 y M_2 volviendo al punto M . Las duraciones entre los disparos de pares de flechas se convierten en duraciones entre destellos emitidos desde M , que seguirán siendo dt . Las duraciones entre dos reflejos sucesivos en los puntos M_1 y M_2 serán dt_1 y dt_2 . El tiempo transcurrido entre la llegada de dos destellos sucesivos reflejados en M_1 al punto M será dt'_1 , y la de los reflejados en M_2 será dt'_2 . Los reflejos emitidos desde el punto medio de $(M_1 - M_2)$ lo serán con intervalos $d\theta$, que se reflejarán en los puntos M_1 y M_2 con intervalos dt_1 y dt_2 , como se reflejaban los emitidos desde el punto M .

En estas condiciones, si c es la velocidad de propagación de la luz con respecto al éter inmóvil, v la velocidad de un astro con respecto al mismo éter y v_1 la velocidad de otro astro medida con la misma referencia, si llamamos dt la duración elemental en el primer astro y $d\theta$ la duración elemental en el segundo, la relación que las enlaza es

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt = \sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}} d\theta$$

Durante mucho tiempo se ha buscado determinar la velocidad v de la tierra con respecto al éter inmóvil. El fracaso del experimento de Michelson, en que se trataba de determinarla, y la precisión de los aparatos empleados era extraordinaria, hizo que se pensase en explicar el por qué no se obtenía ningún resultado modificando las ideas clásicas de tiempo y espacio.

La teoría de la relatividad observando la paradoja que suponíamos producida en los trenes imaginados y que ocurre efectivamente con la luz, o sea, que se obtiene el mismo valor para su velocidad de propagación cualquiera que sea el movimiento relativo del foco luminoso y del observador, no tiene en cuenta el éter, sino solamente el rayo luminoso, o sea, hablando el lenguaje de los trenes, que habiendo observado que los trenes de velocidad constante c con respecto a la vía, trayectoria rectilínea y longitud infinita tienen también velocidad constante c con respecto a cualquier otro tren de los de velocidad v por virtud de una cualidad física que poseen los trenes de velocidad c , cuya cualidad ha sido comprobada experimentalmente, se sirve de esa cualidad para sustituir la vía de referencia por el tren de velocidad c . Así, pues, la velocidad de propagación de la luz

será una constante física cualquiera que sea el movimiento del sistema desde donde se la mida. No existe el éter o se le da de lado sustituyéndole por el rayo de luz. Se sustituye la vía por el tren de velocidad c .

Todo esto equivale a inmovilizar en el éter inmóvil el sistema desde donde se mida la velocidad c . Es decir, que cualquier sistema desde donde observemos le podemos considerar como inmóvil. Respecto a él la velocidad de propagación de la luz es una constante c y los otros trenes materiales tienen una velocidad relativa. Claro es que simultáneamente no podemos inmovilizar dos sistemas para evitar la paradoja ya explicada.

Siendo preciso considerar como inmóvil el sistema desde donde se observa su velocidad v , deberá ser nula y, por tanto, la fórmula [2] se convierte en la teoría de la relatividad en

$$dt = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} d\theta$$

siendo v la velocidad relativa de los dos sistemas en movimiento.

De esta fórmula se deduce la de transformación de Lorentz con sólo asignar una abscisa a partir de un origen determinado a la posición del móvil,

verificándose $dx = v d\theta$ y sustituyendo este valor en la fórmula anterior, resulta

$$dt = \frac{d\theta - \frac{v}{c^2} v d\theta}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad dt = \frac{d\theta - \frac{v dx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Integrando esta expresión, resulta

$$t = \frac{\theta - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + K$$

Si para $x = 0$ hacemos

$$t = 0$$

$$\theta = 0$$

la constante se anula, obteniéndose la fórmula de transformación de Lorentz

$$t = \frac{\theta - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Fermín ARTAZA
Ingeniero de Caminos

Firmes de hormigón

I

Hagamos, ante todo, un poco de historia de los firmes de hormigón. El empleo del hormigón en los firmes se remonta al año 1865; fué en Escocia donde se hizo el primer proyecto y donde se construyó en Inverness el camino de la Estación. Por esos años se hicieron, en Edimburgo, varios caminos de hormigón, algunos de ellos como el Liven Terrace, Glengyle Terrace y Gillespie Crescent, todavía están en servicio después de cincuenta y cinco años de tráfico. Más adelante, fué Francia la que construyó, en Grenoble, 35 calles, algunas de las cuales todavía se utilizan. Luego, en el año 1892, hacen los Estados Unidos su primer firme de esta clase en Bellefontaine, Estado de Ohio, y aunque en aquella época el hormigón no se trabajaba como actualmente, este firme presta todavía un buen servicio.

Al principio, la aplicación del hormigón para firmes se extendió muy lentamente. En el año 1909 solamente se construyeron 90 km, con un ancho de 6 m; al aumentar el número de vehículos de motor mecánico este firme fué alcanzando más popularidad, y al terminar el año 1920 se habían construido 31 375 km. En los seis años siguientes esta cantidad se triplicó, alcanzando la cifra de 111 021 km.

Tres son las formas en que se construyen caminos en los Estados Unidos: las carreteras de interés general, carreteras construídas por los Estados y carreteras hechas por los Ayuntamientos...

Las carreteras de interés general se construyen con la ayuda del Gobierno federal. Este prorratea el crédito que ha votado para caminos en la siguiente forma:

Una tercera parte de este crédito la reparte proporcionalmente al área de los Estados; otra tercera parte proporcionalmente a la población de cada Estado, y la última tercera parte proporcionalmente al número de millas que de caminos rurales para el correo tiene cada Estado.

Excepto en los Estados en que tenga más de un 5 por 100 de su área del dominio público, esta subvención no puede pasar del 50 por 100 de los presupuestos materiales; en los Estados exceptuados, este 50 por 100 puede ser incrementado en una cantidad igual a la unidad del porcentaje entre las áreas de dominio público y la total del Estado.

De esta forma ha llegado a pagar en Estados como Arizona el 72,34 por 100 del coste material, y en otros, como Wáshington, el 54,38 por 100 solamente.

Todos los proyectos de las carreteras que vayan a ser construídas con la ayuda federal tienen que ser presentados a la aprobación del secretario de Agricultura y requieren un mínimo de 6 m de ancho.

Si el secretario de Agricultura considerara deficiente alguno de estos proyectos, las modificaciones necesarias deberán hacerlas los ingenieros del Estado, antes de los sesenta días, y si así no lo hicieran lo harán los ingenieros del Gobierno, descontando todos los gastos de la subvención que al Estado le correspondía.

En el año 1923 el Gobierno federal aprobó la cantidad de 50 millones de dólares con este objeto, aumentándola en años sucesivos hasta llegar a 75 millones de dólares en el año de 1927, cantidad que, traducida a pesetas, al cambio de 6,50, son 487 millones de pesetas.