

En los años de 1914 y 1928 ha habido los sueldos y precios siguientes, que se consignan en pesetas y a continuación unos de otros para que se aprecie fácilmente su relación:

	AÑOS	
	1914	1928
Sobrestantes	3 547	7 500
Maquinista de rodillo.....	2 790	4 000
Capataces	1 048	2 980
Peón caminero	867	2 100
Peón auxiliar, por día	3	6
Piedra martillada, por metro cúbico.	7	14
Pareja de bueyes, al día.....	10	18
Carbón por tonelada	42	70

Unos valores se han duplicado, otros no han llegado a duplicarse y otros han excedido la duplicación, y si se observa que éstos son en su mayor cantidad, no parecerá exagerado tomar como coeficiente para comparar los presupuestos el número 2.

Se observa que las 912,30 pesetas, coste de conservación por kilómetro en 1914, se convertirían hoy en 1 824,60 pesetas, y como el coste actual es, como se ha dicho, 2 606,20 pesetas, hay una diferencia en más de 781,60 pesetas, lo que representa solamente un 42,84 por 100 de aumento con relación al coste equivalente del año 1914, a pesar de que la circulación actual es inmensamente mayor que en 1914, al-

rededor de diez veces más que entonces, como ya se ha indicado. Se añadirá que en 1914 las carreteras no estaban bien y hoy lo están.

La comparación, aun con las reservas que puedan hacerse, da un resultado extraordinario, que se adjudica casi íntegro al alquitranado. Este resultado, en cierto modo imprevisto, proviene, a mi juicio, de que en las comparaciones entre el coste de conservación del macadam ordinario y del macadam alquitranado no se han tenido presentes diversas circunstancias, a saber: que si bien hay carreteras que exigen alquitranado anual y hasta dos anuales, hay otras en las que basta un alquitranado alterno, y otras en las que con un alquitranado cada tres años se conservan en buen estado; que al realquitrano no se debe alquitrano todo el ancho de la carretera, por no ser necesario y por ser hasta perjudicial hacerlo así; ordinariamente se alquitrana la mitad del ancho porque las orillas se estropean poco. Por último, no debe olvidarse tampoco, al hacer la dicha comparación, que si un recargo sin alquitrano dura unos cinco años, ordinariamente en condiciones deficientes, el mismo recargo, alquitranado, dura de dos a tres veces más, y siempre en buen estado.

En resumen: Opino que procede regar superficialmente con alquitran o emulsiones que produzcan efecto semejante, muchos kilómetros de carretera, y esto cuanto antes, porque, aparte de otras ventajas, hay economía manifiesta con el empleo de tales riegos.

Víctor O. ALLENDE
Director de Caminos de la Diputación
provincial de Vizcaya.

Algo sobre el espesor de los arcos de fábrica

I

Al examinar el breve discurso de los precedentes históricos del cálculo *racional* de los arcos de fábrica (conceptuando como tal cálculo racional el conjunto de procedimientos analíticos, gráficos o mixtos para la determinación de las bóvedas, principal y esencialmente basados en la consideración de las garantías del orden mecánico exigidas por el equilibrio estático y elástico de dichas construcciones), resalta que primeramente imperó de un modo casi exclusivo la preocupación por el espesor de los arcos en la clave, preocupación que fué, indudablemente, origen de las numerosas y variadas fórmulas más o menos empíricas para la deducción de tal espesor, que aun perduran e ilustran copiosamente la extensa lista de los manuales y textos de Ingeniería y de Construcción más generalmente usados y conocidos.

Se compusieron por aquel entonces fórmulas para todos los gustos. Unas dan el espesor en la clave en función exclusivamente de la luz (Gaztelu), o de una raíz de la luz (la raíz cúbica, en la fórmula de Boix); otras hacen intervenir el rebajamiento además de la luz (las de Dupuit, que dan menos espesor para arcos rebajados que para los de medio punto, y otras que dan por resultado lo contrario). Algunos autores se han preocupado de las sobrecargas, como Croizette Desnoyers, que dió fórmulas para puentes de carretera y de ferrocarril, y otros parece que han tenido en cuenta la figura del arco, puesto que existen fór-

mulas para los de medio punto, para los escarzanos, elípticos, carpaneles y ojivales. Nunca figuró en las viejas fórmulas del espesor en la clave, de modo expreso, el peso propio del arco, ni pudo contarse en ellas con la acción de la temperatura, que tan importante papel desempeña hoy en el cálculo racional de los arcos.

Tan desacordes criterios como en la fijación del espesor en la clave son los que rigen en lo respectivo a la variación del espesor desde la clave a los arranques del arco. La mayoría estima que en los arranques el espesor debe ser mayor que en la clave, y para algunos, la relación de ambos espesores debe disminuir a medida que van siendo los rebajamientos más exagerados (es decir, que en arcos de medio punto el espesor en los arranques sea, por ejemplo, doble que en la clave, y en los rebajados al décimo, sensiblemente iguales ambos espesores). Y no faltaron partidarios de la invariabilidad del espesor, como puede verse en la página 235 del conocido *Estudio sobre los grandes viaductos*, cuando al calcular las dimensiones de una bóveda de 15 m se adopta el de 0,80 m en la clave y se da a toda la bóveda ese espesor constante, por creer, como el Sr. Boix, que es *completamente inútil* aumentar progresivamente de espesor desde la clave hacia los arranques.

Esa desorientación, por no decir anarquía, no fué cosa exclusiva de los albores del cálculo de los arcos. Voy a poner fin a este preámbulo citando un ejemplo, de reciente fecha, conocido de todos los lectores

de la REVISTA. Se han empleado, al calcular los modelos oficiales de puentes en arco de hormigón armado para carretera, las admirables fórmulas debidas a nuestro inolvidable maestro D. Juan M. de Zafra. Esas expresiones de las líneas de influencia a que me refiero las caluló Zafra para una ley de variación de espesores del arco precisa y determinada, cual es la que hace que el momento de inercia de la sección del arco en cada punto de su directriz tenga por valor el correspondiente a la sección de clave dividido por el coseno del ángulo con la horizontal de la tangente a la directriz en el punto que se considere. Ley de variación de espesores *que no es* la de los arcos de los modelos oficiales de puentes de hormigón armado para carreteras.

* * *

Pretendo en este artículo y otros que le seguirán hacer un análisis sencillo y modesto de la cuestión, estudiando varios arcos con espesores bastante diferentes. Mi modesto análisis pecará de harto incompleto, porque todos los arcos objeto de mi elemental estudio tendrán común la luz de cálculo de la directriz, que será 20 m. Si soy capaz de sacar alguna enseñanza provechosa del estudio de esos arcos de 20 m de luz (suponiendo que en mis manos puedan dar luz alguna para enfocar con acierto), me daré por muy satisfecho con la esperanza de que algún compañero de los muchos que pueden haga la generalización debida, llevando a su plenitud el intento que ha motivado mi pobre ensayo de bosquejo acerca del espesor de los arcos de fábrica.

Principiaré por estudiar cómo influye el espesor en las acciones debidas al peso propio del arco; después veremos esa misma influencia en los efectos debidos a las variaciones de temperatura, y, por último, consideraremos las sobrecargas. Todo ello se hará primeramente con una ley determinada de variación del espesor del arco, y después se elegirá otra ley de variación de dicho espesor, estudiando los mismos efectos de peso propio, temperatura y sobrecargas para examinar cómo pueda influir en comparación con la primera ley; finalmente se hará (si ha lugar a ello) una síntesis de los resultados de estos artículos, si dan ocasión a que la fortuna me haga tropezar con ellos.

La ley de variación de espesores con la que operaré primeramente es la que he citado ya al mencionar las expresiones de las líneas de influencia debidas a Zafra. Será, pues, la ley de variación, que hará que sea la de los momentos de inercia, la ley de variación representada por la expresión

$$I = \frac{I_c}{\cos \alpha} \tag{I}$$

en la que I_c es el momento de inercia en la sección del arco por la clave, I el momento de la sección en otro punto cualquiera de la directriz del arco y α el ángulo con la horizontal de la tangente a la directriz en el punto cualquiera considerado.

Todos los arcos que someteremos a nuestro estudio serán del mismo tipo: del tipo empleado en el puente Reina Victoria, de Madrid, adoptado acertadamente por su autor, el Sr. Ribera, para la colec-

ción oficial de modelos de arcos de hormigón armado para puentes de carretera. Nuestros arcos se compondrán, por ello, cada uno de dos bóvedas gemelas, con sus frentes verticales por ambas caras. Sobre estas bóvedas irán tabiques de 0,30 m de espesor y 0,40 m de longitud, en número de once para cada bóveda, a 2 m de distancia entre sus ejes verticales, coincidiendo el central con la vertical de la clave, y los extremos, con sus ejes en coincidencia, con las verticales que limitan los 20 m de la luz del cálculo común a la directriz de todos los arcos a estudiar. Dichos tabiques, de hormigón armado, como el tablero que soportarán, pesarán 288 kg por metro de altura. Y el tablero, juntamente con el firme, aceras y barandilla, pesará 6 041,32 kg por metro de longitud o de luz del arco; pero habiendo de ser objeto del cálculo sólo una de las bóvedas gemelas, tomaremos la mitad de la citada cantidad (3 020,66 kg) por metro de puente para cada uno de los que serán objeto de nuestro análisis.

Seguiremos el procedimiento de cálculo de las denominadas líneas de influencia, y hallaremos los valores de sus ordenadas (momentos flectores o esfuerzos normales unitarios) para las once abscisas (las mismas de las verticales de los ejes de los montantes) siguientes, o distancias en metros medidas según la luz de la directriz: 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 y 20. En dichas abscisas actuarán los pesos transmitidos por los montantes o tabiques (su peso propio y los tramos de tablero correspondientes), juntamente con las *dovelas* con centro en las verticales de los ejes de los tabiques en las que consideraremos divididos los arcos objeto de este estudio, y además, cuando proceda, las sobrecargas correspondientes.

Determinados así los elementos comunes a todos los arcos a examinar, réstame advertir que sólo versará el estudio sobre las secciones de arranque y de clave de cada bóveda. Las características de éstas se irán consignando al estudiar cada una.

En el presente artículo nos ocuparemos de cuatro, cuya directriz será la misma. Los cuatro arcos, *A*, *B*, *C* y *D*, cuyos demás detalles figuran en el cuadro que sigue, tendrán todos la misma fibra media parabólica de segundo grado definida por la ecuación

$$y = 0,8z - 0,04z^2 \tag{II}$$

que, como fácilmente puede comprobarse, corresponde a un arco de 20 m de luz y 4 m de flecha.

Elementos	Arco A	Arco B	Arco C	Arco D
Ancho de la bóveda.	1,20 m	0,90 m	0,60 m	0,40 m
Espesor en la clave.	0,30 m	0,40 m	0,60 m	0,90 m
Idem en los arranques.....	0,327 m	0,436 m	0,653 m	0,98 m
Sección en la clave..	0,36 m ² en los cuatro arcos.			
Idem en los arranques.....	0,392 m ² ídem íd.			

Éstos primeros cuatro arcos a examinar se han elegido, como del precedente estado se desprende, para que su peso propio sea exactamente el mismo, a pesar de la variación del espesor en la clave, y en las demás secciones, por consecuencia, de conformidad con la ley definida por la expresión [I].

Deduzcamos, para la carga permanente o peso propio del semipunte, la parte correspondiente a cada tabique, cuyos ejes serán las líneas de acción para esos pesos parciales en los que se considerará dividido el total del peso propio, común a los cuatro semiarcos *A*, *B*, *C* y *D*. Todos los montantes o tabiques, a excepción de los extremos, soportan y transmiten al arco (a una de las bóvedas gemelas que, como dijimos, es lo que estudiamos) un peso de 6 041,32 kg, por distar entre ejes verticales los tabiques 2 m y corresponder al metro de longitud o de luz del arco por el tablero, firme, aceras y barandilla, 3 020,66 kg, como precedentemente se dijo, y en los montantes extremos es dicho peso 3 926,86 kg, correspondiente a una longitud de 1,30 m. Tales pesos, y los de los tabiques y dovelas para cada abscisa de los ejes de los tabiques o montantes, están reunidos en el estado que sigue:

Descomposición de la carga permanente en los arcos *A*, *B*, *C* y *D*

Número de orden del montante	Abscisas (z) Metros	Tablero, etc. Kg	Tabiques Kg	Dovelas Kg	Peso total Kg
1 y 11	0 y 20	3 926,86	1 195,20	1 173,31	6 295,37
2 y 10	2 y 18	6 041,32	800,64	2 161,44	9 003,40
3 y 9	4 y 16	6 041,32	486,72	1 982,02	8 510,06
4 y 8	6 y 14	6 041,32	259,20	1 839,60	8 140,12
5 y 7	8 y 12	6 041,32	129,60	1 750,13	7 921,05
6	10	6 041,32	86,40	1 728	7 855,72

Conociendo los valores de las ordenadas de las líneas de influencia para las abscisas de los once montantes o tabiques (de las verticales de sus ejes, mejor dicho), nos bastará multiplicarlos por los pesos totales del precedente estado, para cada montante, y sumar los resultados, para obtener los esfuerzos normales debidos al peso propio, como los momentos flectores producidos por la misma acción en las secciones de arranque y clave, que dijimos iban a ser únicamente las que someteríamos a nuestro análisis.

Las ordenadas de esas líneas de influencia del esfuerzo normal y del momento flector, en las secciones de arranque y clave, han sido calculadas utilizando las expresiones que figuran en un artículo mío publicado hace años en la REVISTA (año 1925, página 104), casi rigurosamente exactas para los arcos rebajados al quinto, como nuestros arcos *A*, *B*, *C* y *D*. Damos sus valores en los estados que siguen:

Ordenadas de las líneas de influencia del esfuerzo normal en el arranque

Tabiques o montantes	Abscisas (z)	Arco A	Arco B	Arco C	Arco D
1	0	0,625	0,625	0,625	0,625
2	2	0,725	0,725	0,723	0,720
3	4	0,932	0,931	0,926	0,916
4	6	1,132	1,129	1,121	1,104
5	8	1,243	1,240	1,230	1,207
6	10	1,222	1,218	1,207	1,183
7	12	1,058	1,055	1,045	1,023
8	14	0,777	0,774	0,766	0,764
9	16	0,438	0,436	0,431	0,422
10	18	0,135	0,135	0,133	0,130
11	20	»	»	»	»

Ordenadas de las líneas de influencia del momento flector en el arranque

Tabiques o montantes	Abscisas (z)	Arco A	Arco B	Arco C	Arco D
1	0	»	»	»	»
2	2	-1,217	-1,219	-1,224	-1,234
3	4	-1,287	-1,293	-1,308	-1,342
4	6	-0,747	-0,757	-0,783	-0,841
5	8	-0,016	-0,028	-0,063	-0,139
6	10	+0,607	+0,594	+0,556	+0,474
7	12	+0,944	+0,931	+0,897	+0,821
8	14	+0,933	+0,923	+0,896	+0,839
9	16	+0,633	+0,627	+0,612	+0,578
10	18	+0,223	+0,221	+0,216	+0,205
11	20	»	»	»	»

Ordenadas de las líneas de influencia del esfuerzo normal en la clave

Tabiques o montantes	Abscisas (z)	Arco A	Arco B	Arco C	Arco D
1 y 11	0 y 20	»	»	»	»
2 y 10	2 y 18	0,151	0,150	0,148	0,145
3 y 9	4 y 16	0,477	0,475	0,469	0,457
4 y 8	6 y 14	0,822	0,819	0,809	0,787
5 y 7	8 y 12	1,074	1,069	1,056	1,028
6	10	1,165	1,160	1,146	1,115

Ordenadas de las líneas de influencia del momento flector en la clave

Tabiques o montantes	Abscisas (z)	Arco A	Arco B	Arco C	Arco D
1 y 11	0 y 20	»	»	»	»
2 y 10	2 y 18	-0,101	-0,100	-0,098	-0,093
3 y 9	4 y 16	-0,236	-0,234	-0,226	-0,209
4 y 8	6 y 14	-0,196	-0,192	-0,178	-0,149
5 y 7	8 y 12	+0,168	+0,174	+0,192	+0,229
6	10	+0,946	+0,953	+0,972	+1,013

En obsequio a la brevedad pudiera haberse prescindido de la inserción de los precedentes cuadros de valores de las ordenadas de las líneas de influencia o valores de los esfuerzos normales y momentos flectores en el arranque y en la clave de nuestros arcos *A*, *B*, *C* y *D*, debidos a la aplicación del peso de 1 kg en las verticales definidas por las abscisas o valores de *z* que en dichos cuadros figuran, que son, según ya manifestamos, las verticales de los ejes de los montantes o tabiques de los arcos que en el discurso de nuestro modesto análisis examinaremos; pero, aunque ello suponga incurrir un tanto en pesadez, se ha preferido el detalle de esos cuadros, porque ponen de relieve, de la manera más sencilla y clara, las pequeñas influencias de la variación del espesor (no obstante alcanzar en la clave de nuestros arcos desde 0,30 m al triplo de esta cantidad) en los valores de los momentos y de los esfuerzos normales. Además, dichos cuadros habrán de servirnos para cuando, más adelante, estudiemos los efectos del espesor en los derivados de la actuación de las sobrecargas, y por de pronto podrán servir para que el lector pueda, si así le place, comprobar los resultados obtenidos en los arcos *A*, *B*, *C* y *D* al calcular los efectos de la acción de su propio peso, que, con otros detalles, aparecen en el estado que sigue:

Resumen de los efectos debidos al peso propio en las secciones de arranque y clave de los arcos A, B, C y D

	Arco A	Arco B	Arco C	Arco D
<i>Sección de arranque:</i>				
Esfuerzos normales (kg).....	66 701,83	66 548,51	66 052,32	65 146,95
Momentos flectores (kg/m).....	881,75	1 482,82	3 104,66	6 656,71
Compresión en el intradós (kg/cm ²).....	21	22	24	27
Idem en el trasdós (kg/cm ²).....	13	12	10	6
<i>Sección de clave:</i>				
Esfuerzos normales.....	50 386,31	50 166,93	49 550,07	48 246,53
Momentos flectores.....	+ 1 066,65	+ 1 333,84	+ 2 168,36	+ 3 928,08
Compresiones en el intradós.....	8	8	7	6
Idem en el trasdós.....	20	20	20	21

Dedúcese, a la simple vista del cuadro-resumen, que al aumentar desde 0,30 m hasta el triplo (0,90 m es, como se dijo, el espesor del arco D) el espesor en la clave, en la ley de variación de los espesores que ahora estamos considerando aumenta la máxima compresión, debida al peso propio, en los arcos rebajados al quinto estudiados, de este modo: en el arranque, desde 21 a 27 kg/cm² (en un 30 por 100, próximamente), y en la clave, sección de *tendencias más conservadoras*, pasa la máxima compresión de 20 a 21 kg, aumentando, por tanto, en un 5 por 100 solamente. Vese también que la acción del peso propio no produce tracciones en la clave ni en el arranque de los cuatro arcos A, B, C y D.

Pudiera decirse que, al considerar las acciones debidas a la carga permanente o peso propio, el estudio

de nuestros arcos pone de relieve que el espesor en la clave es cosa secundaria respecto del *área de la sección por la clave*, que es lo importante y digno de tenerse en cuenta. Pero me parece prematuro sentar consecuencias, que reservaré para el próximo artículo, en el que terminaré lo que pensaba tratar acerca del peso propio, poniendo para ello otros ejemplos de arcos, que serán seis o siete en total, en los que la consideración del peso propio se complicará algo con la del rebajamiento y probablemente con la variación de la figura de la directriz o fibra media, que no ha de ser siempre la parábola de segundo grado tan agasajada y adulada de la generalidad, más que por otro motivo, por la facilidad con que se deja manejar para el cálculo analítico.

José LÓPEZ RODRÍGUEZ
Ingeniero de Caminos

Aprovechamientos hidráulicos industriales en el Oberhasli (Suiza)

Enviado por el Excmo. Ayuntamiento de Bilbao, y aprovechando una amable invitación hecha por la importante Casa suiza «Von Roll», he tenido ocasión de visitar, en unión de varios compañeros, las obras que la Sociedad *Forces Motrices Bernoises* está realizando para el aprovechamiento de los recursos hidráulicos del río Aar, en el Oberhasli (Suiza). Son estas obras, seguramente, por su importancia y por los procedimientos constructivos empleados, de las más interesantes actualmente en construcción en Europa, y aunque los problemas allí planteados y su resolución no son análogos a los que generalmente se presentan en nuestro país, quizá el conocimiento de ellos pueda ser de alguna utilidad a los lectores de la REVISTA, por cuya causa me he decidido a hacer una breve relación de lo que allí se está haciendo.

El aprovechamiento.

El consumo de energía eléctrica en las redes de la Sociedad anónima *Forces Motrices Bernoises*, aumenta cada año considerablemente. Desde 1923, la Sociedad se ve obligada a cubrir una gran parte de sus necesidades comprando la energía a otras empresas, hasta el punto que en 1924 pagó por este concepto

más de dos millones de francos, y su incremento es tal, que dentro de pocos años sería imposible cubrirlos aun comprando energía extraña.

Entre todos los proyectos que la Sociedad había estudiado para cubrir sus necesidades, solamente el aprovechamiento de las fuerzas hidráulicas del Oberhasli era capaz de conseguirlo. La construcción, pues, de este aprovechamiento era para la Sociedad una necesidad urgente, hasta el punto de que en el momento en que se ponga en servicio la Central de Handeck, toda su producción será inmediatamente absorbida por las necesidades de la empresa.

El aprovechamiento completo de los recursos del Aar en esta zona se proyecta en tres saltos escalonados, que comprenden desde el glaciar inferior del Aar hasta Innertkirchen (figuras 1.^a y 2.^a.)

El caudal anual medio suministrado por la cuenca de alimentación del primer salto, cuya superficie total alcanza 111,50 kilómetros cuadrados, es de 240 millones de metros cúbicos. Además del caudal del salto superior, las dos Centrales inferiores pueden utilizar las aguas suministradas por las cuencas de alimentación intermedias, que son anualmente 85 millones de metros cúbicos para cada toma de agua. Estas cifras indican que la cuenca superior del Aar es excepcionalmente rica en agua, puesto que la al-