# Perfiles transversales de los firmes de carreteras frecuentadas por vehículos automóviles

## Investigación de un perfil que satisfaga al desiderátum formulado por los usuarios en el IV Congreso Internacional de Carreteras

### I

### Preámbulo y objeto del presente estudio

En el programa del IV Congreso de Carreteras (Sevilla, 1923) figuraba, en la Sección segunda, el tema «Desarrollo de los transportes automóviles», y dentro del mismo, como subtítulo, «Desiderátum para la mejora del trazado y construcción de las carreteras con objeto de favorecer dicho desarrollo».

Don Blas Sorribas, ponente general, propuso, en nombre de los usuarios, la adopción, entre otras, de la conclusión siguiente:

«En las carreteras con firmes especiales para circulación de automóviles se reducirá el bombeo al mínimo compatible con la evacuación de las aguas de lluvia, siendo el desnivel máximo, entre el centro y los bordes del afirmado, de 2 por 100.»

En el curso de la discusión propuso la Delegación francesa una enmienda, consistente en reducir el texto al desiderátum siguiente, que fué adoptado. El bombeo será lo más reducido posible.

Conviene hacer constar que ni en las conclusiones relativas al primer tema, «Los afirmados de hormigón de cemento», ni en las referentes al segundo, «Los afirmados con betunes y asfaltos», existe indicación alguna referente al bombeo que debe emplearse.

Las conclusiones formuladas por D. Blas Sorribas no constituían, pues, ninguna repetición de las adoptadas en otras secciones, como pretendía la Delegación francesa, y resulta así que los Congresos, una vez más, se abstienen de formular precisiones de orden técnico sobre los bombeos deseables.

Por otra parte, en las conclusiones generales del Congreso de Sevilla se suprimió la de que los bombeos fueran lo más reducidos, adoptada en la Sección segunda. Resulta, por tanto, que quince años después de la reunión del primer Congreso de Carreteras se ha prescindido, una vez más, del estudio técnico de los bombeos, y los usuarios se ven privados de que se tengan en cuenta sus deseos, tantas veces expresados.

Nos proponemos, en la nota presente, apuntar algunas soluciones al problema de los perfiles más convenientes para el afirmado de las carreteras frecuentadas por vehículos automóviles, y podemos tener tal pretensión porque precisamente cuando el Congreso de Sevilla se estaba verificando, habíamos presentado una Memoria sobre los medios prácticos de estudiar con detalle los perfiles usuales de afirmados de carreteras a la Asociación Francesa para el Progreso de las Ciencias, que se reunió en Burdeos el año 1923. En la revista *Les Travaux Publics* (números de agosto y octubre de 1923) dimos a conocer las fórmulas que permiten dicho estudio y medios de aplicarlas.

En el capítulo II calcularemos, por otro procedimiento totalmente distinto, las fórmulas e indicaremos las propiedades de que disfrutan.

En el capítulo III estudiaremos, gracias a esas fórmulas y sus propiedades, ciertos tipos de perfiles transversales recomendados o aplicados en la actualidad, y mostraremos sus ventajas e inconvenientes en ciertos casos.

Por último, en el capítulo IV indicaremos el perfil que nos parece más apropiado para satisfacer los deseos de los usuarios al mismo tiempo que las necesidades de la conservación.

### II

### Propiedades de los perfiles transversales de los afirmados en arco de círculo o de parábola. Fórmulas que resultan

A) *Relaciones usuales en el arco de círculo. Sus inconvenientes.*—Consideremos un arco de círculo (figura 1.ª) $BMONC$ de radio $AB = R$, limitado en los puntos $B$ y $C$ de coordenadas $-Y$ y $+Y$.

El arco $BOC$ representa un afirmado de ancho

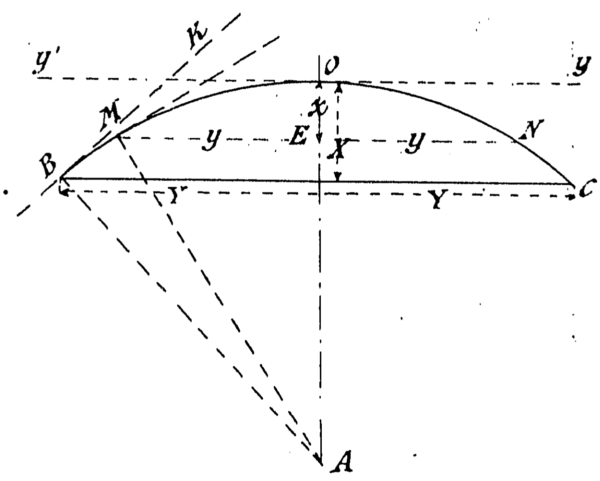


Fig. 1.ª

$2Y$ y flecha $X$. Llamaremos $T$ a la tangente trigonométrica del ángulo $\widehat{KBC}$, o sea a la pendiente tangencial transversal existente en el borde del afirmado.

El arco $MON$ será una zona central del afirmado de ancho $2y$, con flecha $x$ y con pendiente tangencial en $M$, $t$.

La ecuación de la curva es

$$y^2 = x(2R - x) \qquad [1]$$

de la que se deduce

$$x = R - \sqrt{R^2 - y^2} \qquad [2]$$

El ángulo $\widetilde{QMN}$, siendo igual al ángulo en el centro $\widetilde{MAO}$, su tangente trigonométrica $t$ es igual a

$$\frac{ME}{EA}$$

o sea a

$$\frac{y}{R - x}$$

y se tiene

$$t = \frac{y}{\sqrt{R^2 - y^2}} \qquad [3]$$

Los datos que definen el afirmado son $2Y$ y la flecha $X$; $R$ se obtiene resolviendo la ecuación [1] con relación a $R$ después de sustituir $x$ e $y$ por $X$ e $Y$

$$R = \frac{Y^2 + X^2}{2X} \qquad [4]$$

$$T = \frac{V}{\sqrt{R^2 - Y^2}} \qquad [5]$$

Las relaciones [2] y [3] permiten, pues, calcular los elementos característicos de una zona central, es decir, su flecha y su pendiente tangencial en el borde, cuando se conoce con el ancho de la zona $2y$ el ancho $2Y$ y la flecha $X$ del afirmado.

Pero esto resulta complicado; por una parte, por la presencia del radio $R$ y por la del radical

$$\sqrt{R^2 - y^2},$$

y por otra parte, porque no se ven bien las variaciones que sufren $x$ y $t$ cuando se hace variar los anchos $2y$ ni las zonas de dos afirmados diferentes cuando dejando $y$ constante se hacen variar $X$ e $Y$.

Seguramente la imposibilidad de la comparación es lo que ha impedido hasta el presente el estudio detallado del perfil transversal en arco de círculo de los afirmados.

B) *Determinación de fórmulas nuevas que permiten el estudio fácil y detallado de los perfiles en arco de círculo.* Consideremos en un afirmado en arco de círculo de radio $R$ (figura 2.ª), una zona central $MN$ de ancho $2d$ y flecha $f$.

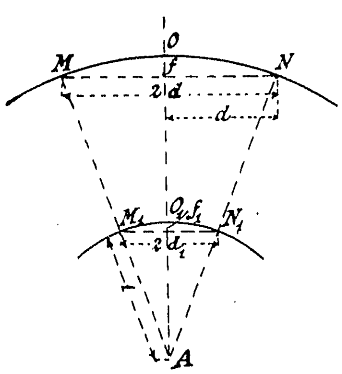


Fig. 2.ª

Tracemos un arco de círculo de radio unidad que será cortado en los puntos $M_1$, $N_1$ y $O_1$, por los radios correspondientes a los puntos $M$, $N$ y $O$ de la zona central.

Designando por $2d_1$ y $f_1$ la cuerda y la flecha en el nuevo arco, tendremos

$$\frac{d_1}{d} = \frac{f_1}{f} = \frac{1}{R} \qquad [6]$$

Si llamamos bombeo a la relación $\frac{f}{2d}$ y le representamos por la relación $\frac{1}{n}$,

$$\frac{1}{n} = \frac{f}{2d} \qquad [7]$$

$$\frac{1}{n} = \frac{f_1}{2d_1} \qquad [8]$$

Expresemos ahora $f_1$ y $t$ en el círculo de radio unidad en función de $n$ (que puede ser entero, fraccionario o inconmensurable).

En el círculo de radio unidad se puede escribir directamente

$$d_1 = \text{sen}\ \widetilde{M_1AO_1} \quad [9] \qquad f_1 = 1 - \cos \widetilde{M_1AO_1} \quad [10]$$

$$\cos \widetilde{M_1AO_1} = 1 - f_1 \qquad [11]$$

$$t = \text{tang}\ \widetilde{M_1AO_1} = \frac{\text{sen}\ \widetilde{M_1AO_1}}{\cos \widetilde{M_1AO_1}} = \frac{d_1}{1 - f_1} \qquad [12]$$

Por otra parte, reemplazando sen $M_1AO_1$ y cos $M_1AO_1$ por sus valores [9] y [11] en la relación

$$\text{sen}^2 \widetilde{M_1AO_1} + \cos^2 \widetilde{M_1AO_1} = 1$$

resulta

$$d_1^2 + (1 - f_1)^2 = 1;$$

y reemplazando $d_1$ por su valor

$$d_1 = \frac{nf_1}{2} \qquad [13]$$

se obtiene, sucesivamente,

$$1 = \frac{n^2 f_1^2}{4} + 1 - \ f_1 + f_1^2 \qquad o = f_1^2\left(\frac{n^2}{4} + 1\right) - \ f_1$$

y

$$f_1 = \frac{8}{n^2 + 4} \qquad [14]$$

y llevando este valor a la igualdad [13]

$$d_1 = \frac{4n}{n^2 + 4} \qquad [15]$$

Sustituyendo los valores [14] y [15] en la igualdad [12] se obtiene

$$t = \frac{4n}{n^2 + 4} \times \frac{1}{1 - \frac{8}{n^2 + 4}} = \frac{4n}{n^2 + 4} \times \frac{n^2 + 4}{n^2 - 4} = \frac{4n}{n^2 - 4} \qquad [16]$$

Pasando ahora al círculo de radio 1 la pendiente $t$ en $M$ y $N$ será la misma

$$t = \frac{4n}{n^2 - 4}$$

y las longitudes $d$ y $f$, que son iguales a $d_1 R$ y $f_1 R$, tendrán por valores

$$d = R \frac{4n}{n^2 + 4} \quad [17] \qquad f = R \times \frac{8}{n^2 + 4} \quad [18]$$

Llamemos $D$ (fig 3.ª) a la distancia horizontal del centro al borde del afirmado de radio $R$, $F$ a la flecha,

$$\frac{1}{N} = \frac{F}{2D}$$

al bombeo y $T$ a la pendiente tangencial en el borde; las relaciones son las mismas que en la zona y se puede escribir

$$D = R\frac{4N}{N^2+4} \quad [19] \qquad R = D\frac{N^2+4}{4N} \quad [20]$$

Por tanto, en un afirmado en el que se conozca su ancho $2D$ y el bombeo $\frac{1}{N}$, se calcula $R$ por la

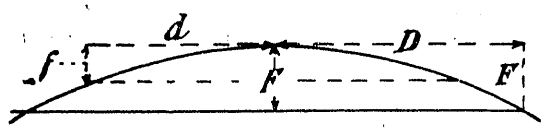


Fig. 3.ª

fórmula [20], y llevando este valor a las relaciones [17] y [18], se obtiene:

$$2d = 2D\frac{N^2+4}{4N} \times \frac{4n}{n^2+4} = 2D\frac{N^2+4}{N} \times \frac{n}{n^2+4} \quad [21]$$

$$f = D\frac{N^2+4}{4N} \times \frac{8}{n^2+4} = 2D\frac{N^2+4}{N} \times \frac{1}{n^2+4} \quad [22]$$

En cuanto a la pendiente tangencial en el borde de la zona no depende (relación [16]) más que del bombeo $\frac{1}{n}$.

Se han obtenido así relaciones en las que no intervienen los radicales ni el radio que tan incómodo hacen el uso de las relaciones [1] a [5].

Sin embargo, estas relaciones son aun complicadas para las aplicaciones, pero pueden simplificarse atendiendo a la consideración siguiente:

Si se tiene en cuenta que el bombeo usual de los firmes de macadam es de $\frac{1}{50}$ y el de los firmes especiales lisos se reduce frecuentemente a $\frac{1}{100}$, se ve que la supresión de la cifra 4 determina en las expresiones $N^2 + 4$ un error de

$$\frac{4}{2\,500} \text{ a } \frac{4}{10\,000},$$

y en las expresiones $n^2 + 4$ (en la que $n$ es como media doble de $N$) un error de

$$\frac{4}{10\,000} \text{ a } \frac{4}{40\,000}.$$

Suprimiendo, pues, la cifra 4, lo que puede hacerse sin grave error, las relaciones [16], [21] y [22] se convierten en

$$t = \frac{4}{n} \quad [23]$$

$$2d = 2D\frac{N}{n} \quad [24]$$

$$f = 2D\frac{N}{n^2} \quad [25]$$

Vamos a ver que estas relaciones son las que existen entre $t$, $d$, $f$, de una parte, y $nDN$, de otra, en la parábola.

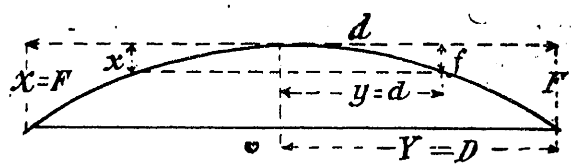


Fig. 4.ª

C) *Relaciones entre los elementos del arco de parábola.*—En la zona parabólica (fig. 4.ª) se tendrá

$$d^2 = 2pf \quad [26]$$

que se puede escribir

$$d = 2p\frac{f}{d} \quad [27]$$

y como

$$\frac{f}{d} = \frac{2}{n} \qquad d = 2p\frac{2}{n} \quad [28]$$

Si se pasa de la zona al ancho total del afirmado

$$D = 2p\frac{2}{N} \quad [29]$$

o sea

$$2p = \frac{DN}{2} \quad [30]$$

Llevando este valor a la relación [28] se obtiene

$$d = \frac{DN}{2} \times \frac{2}{n} = \frac{DN}{n} \quad [31]$$

que es igual a la relación [24]

$$2d = \frac{2DN}{n}.$$

Como

$$f = \frac{2d}{n}$$

se obtiene la relación [25]

$$f = 2D\frac{N}{n^2}$$

En cuanto a la pendiente tangencial $t$ se obtiene por la fórmula:

$$t = \frac{d(f)}{d(d)}$$

siendo $d(f)$ y $d(d)$ las derivadas de $f$ y $d$ con relación a la variable $n$. Se puede, pues, escribir sucesivamente

$$f = 2DNn^{-2};\ d(f) = -2 \times 2DN \times n^{-3}dn$$
$$d = DNn^{-1};\ d(d) = -1 \times DN \times n^{-2}dn \quad t = 4 \times n^{-1} = \frac{4}{n} \quad [23]$$

Conviene notar que la pendiente en el borde del afirmado es

$$T = \frac{4}{N} \quad [32]$$

y que se puede expresar en virtud de la relación [31] $\frac{1}{n}$ en función de $d$, $D$ y $N$

$$\frac{1}{n} = \frac{d}{DN} \quad [33]$$

de la que se deduce

$$t = \frac{4}{n} = \frac{4d}{DN} \quad [34] \qquad t = \frac{4d}{DN} = \frac{d}{D}\, T \quad [35]$$

Más adelante veremos las consecuencias de estas relaciones.

D) *Comparación del arco de círculo y del arco de parábola.* — El punto del arco de parábola que se compararía con el punto del arco de círculo considerando un mismo valor de $n$, no correspondería exactamente a puntos igualmente distantes del vértice, pues la distancia al vértice de la parábola tiene por expresión (fig. 5.ª) $\frac{DN}{n}$, en tanto que en el círculo es

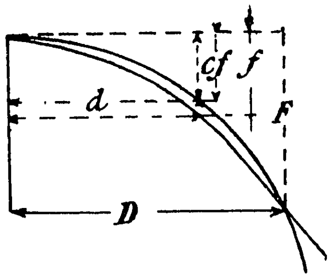


Fig. 5.ª

$$D \times \frac{N^2+4}{N} \times \frac{n}{n^2+4}$$

Pero se puede calcular fácilmente por la relación [33] el bombeo de la zona de parábola en la cual $d$ tiene por valor

$$D \times \frac{N^2+4}{N} \times \frac{n}{n^2+4};$$

conociendo este bombeo se calcularía la flecha y se podrían comparar entonces exactamente dos puntos situados uno en el arco de círculo y otro en el arco de parábola a la misma distancia del vértice. Las fórmulas que permiten esta comparación y que figuran en mi comunicación al Congreso de 1923 mencionado, son algo complicadas, aunque no exigen extracción de raíces.

Se puede tener fácilmente un valor aproximado del máximo de la diferencia de altura de dos puntos situados a igual distancia del vértice, uno en el arco de círculo y otro en el arco de parábola, que tengan el mismo ancho total $2D$, la misma flecha y el mismo bombeo $\frac{1}{N}$.

Igualemos el valor de $D^2$ en los dos arcos empleando en las relaciones [1] y [26] las notaciones anteriores

$$D^2 = 2FR - F^2 = 2pF \qquad [36]$$

De donde

$$(R) = (2p + F).$$

Consideremos los puntos situados a una distancia $d$ del vértice y llamemos $cf$ a la flecha correspondiente del arco de círculo para distinguirla de la flecha $f$ del arco de parábola

$$d^2 = 2cfR - cf^2 = 2pf = cf \times (2R) - cf^2 = 2pf$$

$$cf(2p + F) - cf^2 = 2pf$$

$$2p(f - cf) = cf(F - cf)$$

$$(f - cf) = \frac{1}{2p}\, cf(F - cf)$$

La diferencia de flecha $(f - cf)$ es máxima cuando es máximo el producto $cf(F - cf)$, factores cuya suma es constante; es decir, cuando sean iguales

$$cf = F - cf \qquad cf = \frac{F}{2}$$

El valor de la diferencia máxima es, pues,

$$\frac{1}{2p} \times \frac{F^2}{4}.$$

Reemplazando $\frac{1}{2p}$ por su valor $\frac{F}{D^2}$, y $\frac{F}{2D}$ por su valor $\frac{1}{n}$, se obtiene:

$$\frac{1}{2p}\,\frac{F^2}{4} = \frac{F}{D^2} \times \frac{F^2}{4} = \frac{F^3}{\overline{2D}^2} = \frac{2DF^3}{\overline{2D}^3} = 2D \times \left(\frac{1}{N}\right)^3$$

La diferencia máxima de altitud es, pues, igual al producto del ancho del afirmado por la tercera potencia del bombeo total.

En un afirmado con bombeo de $\frac{1}{100}$

$$\frac{1}{N^3} = \frac{1}{1\,000\,000}$$

la diferencia será 5, 6, 8 ó 10 mm, según que el ancho sea de 5, 6, 8 ó 10 metros.

Por tanto, con bombeos débiles, como reclaman los usuarios, se pueden aplicar al arco de círculo las relaciones calculadas para la parábola.

E) *Propiedades de los afirmados en arco de círculo o de parábola.*—La propiedad del arco de círculo sensiblemente realizada por la parábola es que su curvatura es constante.

Las propiedades de la parábola, realizadas prácticamente por el arco de círculo, son mucho más numerosas, y se deducen de las relaciones [23], [32], [35], [31], [7] y [26] en la forma siguiente:

1.° Las relaciones [23] y [32]

$$t = \frac{4}{n} \quad \text{y} \quad T = \frac{4}{N}$$

hacen ver que la *pendiente transversal en el borde de una zona o en el borde del afirmado es igual a cuatro veces el bombeo correspondiente.*

2.° La relación [35]

$$t = \frac{d}{D} \times T$$

indica que la pendiente transversal $t$ a una distancia $d$ del vértice es proporcional a esa distancia y a la pendiente transversal $T$ en el borde del afirmado.

Dando a esta relación la forma

$$\frac{t}{T} = \frac{d}{D} = \frac{K}{10}$$

se ve que para

$$\frac{d}{D} = \frac{K}{10} \qquad t = \frac{K}{10}\, T;$$

de modo que dando a $K$ valores enteros de 1 a 10 se obtienen para estos puntos, cuyas distancias al vértice sean

$$\frac{1}{10},\ \frac{2}{10} \ \ \frac{10}{10}$$

de la distancia del vértice al borde, pendientes transversales

$$\frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \text{etc.},$$

de la pendiente en el borde.

3.° *La pendiente que existe en el punto medio de otros dos es igual a la media de las pendientes que existen en dichos dos puntos.*

Esta pendiente media es el peralte de un vehículo cuyas ruedas reposan en los dos puntos.

4.° La relación [23]

$$i = 4 \times \frac{1}{n}$$

puede también enunciarse.

La pendiente transversal en un punto y el bombeo de la zona central que se refiere a ese punto, son proporcionales.

5.° La relación [7]

$$\frac{1}{n} = \frac{f}{2d}$$

puede escribirse así:

$$f = \frac{2d}{n} = \frac{1}{2} \times \frac{4d}{n} = \frac{1}{2}\, di \qquad [39]$$

Se puede, pues, conociendo la pendiente en el borde de una zona, calcular la flecha de la zona.

6.° Las ecuaciones [26]

$$d^2 = 2pf \quad \text{y} \quad D^2 = 2pF$$

pueden escribirse así:

$$\frac{1}{2p} = \frac{f}{d^2} = \frac{F}{D^2} \qquad [40]$$

de donde

$$f = F\left(\frac{d}{D}\right)^2 \qquad [41]$$

Por tanto, si se consideran zonas tales que la distancia del vértice a sus bordes sea

$$\frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \ldots, \text{etc.},$$

de la distancia del vértice al borde del afirmado las flechas de dichas zonas se obtendrán tomando

$$\frac{1}{100}, \frac{4}{100}, \frac{9}{100}, \text{etc.},$$

de la flecha del afirmado.

León MOISSENET
Ingeniero jefe de Puentes y Calzadas

# Concurso del puente de Toledo

La noticia que publicamos en nuestro número de 15 de marzo último sobre este interesante asunto la reproduce el periódico *El Castellano*, de Toledo, y la comenta su inteligente colaborador D. Ricardo S. Hidalgo.

Para calmar la alarma producida, empezaremos por reproducir, con la autorización superior, el notable informe de la Comisión formada por los Sres. Boix, Prieto, López Otero, Bellido y Vegue Goldoni, que dice así:

Ilustrísimo señor:

Al cumplir la orden de V. I. de 7 de diciembre de 1926, relativa al nuevo puente que en la ciudad de Toledo ha de sustituir al puente de Alcántara, en su servicio, los que suscriben se han sentido abrumados por la magnitud de la responsabilidad que, para el presente y para el futuro, habrán de contraer con este informe, y aún sube de punto este natural temor ante la consideración de que no se trata de un problema local ni nacional, sino que traspasa todas las fronteras y abarca la totalidad del mundo culto. Al expresar, pues, aquí nuestra humilde opinión, hemos tratado de elevarnos al máximo nivel que nos ha sido posible, con el fundado temor de no alcanzar el que el asunto merece.

Los proyectos presentados al concurso se ajustan a las bases fijadas para el mismo, y son tan precisas éstas, que los proyectos resultan fundamentalmente iguales entre sí: fijan, en efecto, las bases con precisión, la alineación del puente y, con muy poco margen, las rasantes y la luz del arco; al fijar después de la base 8.ª el concepto de que la obra *sea tan bella como sólida y esté en armonía con su situación,* resulta inútil añadir que los concursantes *quedan en libertad de proyectar el puente en la forma más adecuada,* puesto que esta forma ha quedado establecida en las bases anteriores.

Tratemos, pues, ante todo, de fijar la interpretación recta que pueden tener las bases citadas, para estudiar el modo como han sido cumplidas.

Una obra tan bella como sólida, sólo puede serlo cuando su estructura sea reflejo fiel de la necesidad a que satisface, ajustándose a ella por completo, y sea a su vez reflejada por su apariencia externa, sin engaño ni duda, de manera que, sin sobra ni falta, del aspecto externo se deduzca la estructura íntima y de ambos el objeto que se ha perseguido.

Cualquier discrepancia entre estos tres conceptos, aspecto externo, estructura y objeto, revela un defecto fundamental que no será posible rescatar sin que el esfuerzo que para ello se haga produzca a su vez un daño mayor.

Añaden las bases que la obra debe estar en armonía con su situación, cosa evidente, ya que ha de ser vista en aquel sitio y no en otro; pero añade *que ha de servir de entrada a una ciudad como Toledo,* y este concepto entraña una gravedad, porque estando el actual puente de Alcántara en armonía con su situación, siendo una obra bella y sólida, salvo los reparables desperfectos que, al parecer, padezca por el momento, y sirviendo de entrada a la ciudad de Toledo, el programa está hoy realizado, y, al repetirlo, se pone en parangón el nuevo puente con el viejo, creando una rivalidad funesta, pues si, como es lógico, queda vencedor el viejo, que no en balde llegó antes a escoger emplazamiento, ni en balde tampoco ha plasmado durante tantos siglos la estética de aquel lugar, el empeño resultaría un fracaso, puesto en la picota por los siglos de los siglos; el caso contrario es imposible por la fijeza de