

Anteproyecto de un plan general de electrificación de los ferrocarriles españoles

II

Desarrollo de la ecuación fundamental de mínima economía

En el artículo anterior (1) se expuso el modo más expedito y a la vez de las mayores garantías técnicas, en un estudio generalizado, para hallar qué líneas férreas deben ser electrificadas, desde el punto de vista económico, llegando a establecer la ecuación siguiente, que llamamos «Condición de mínima economía de una electrificación».

$$G_v - G_e - C_e = 0 \quad [1]$$

El desarrollo de la ecuación [1] es sumamente difícil al tratar de tener en cuenta todos los gastos de explotación de un ferrocarril. Sin embargo, haciendo la distinción de «gastos de explotación variables con el tráfico» y «gastos de explotación constantes con el tráfico», se obtiene una primera simplificación del problema, como, por ejemplo, los gastos de conservación de vías y estructuras, dentro de límites razonables y otros varios. De esta manera, los primeros vendrán expresados en función del tráfico, como variable independiente, y los segundos en función de otra variable, pendiente o longitud de la línea. Además, en la diferencia que se ejecuta de los gastos de explotación, desaparecen todos los que *no son afectados directamente por el cambio de sistema de tracción*. Esto constituye otra gran simplificación. Si dentro de esto las reducciones indicadas se efectúan procurando siempre ponerse del lado de la tracción por vapor, en perjuicio de la eléctrica, los resultados que obtenemos serán dignos de mayor crédito. Así llegamos a la consecuencia de que la «ecuación de mínima economía», queda transformada y compuesta de cuatro términos:

$$\dots [F_v(iT) - F_e(iT)] + kT - (mC_l + nC_s) - a_e A_e = 0 \quad [3]$$

$$\begin{aligned} \text{Consumo de energía para } \left\{ \begin{array}{l} I < r \dots IV = 0,012 rT \text{ kg. de carbón anuales.} \\ \text{la tracción por vapor} \dots \left\{ \begin{array}{l} I > r \dots IV = 0,003 (I + r)T \text{ kg. de carbón anuales.} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad [4] \end{aligned}$$

siendo ambas expresiones equivalentes para $I = r$, como debía ser.

Del mismo modo, para la tracción por electricidad, distinguiendo los casos en que puede y no puede haber recuperación ($I > r, I < r$) de energía y sien-

El primer término expresa la diferencia entre el consumo de combustible en la tracción por vapor y el de la energía en la tracción eléctrica, y que está en función de dos variables: Tráfico y pendiente de la línea. El segundo, forma la economía en los gastos de tracción, donde T es el tráfico en toneladas-kilómetros anuales y λ la economía que la electrificación introduce en los gastos de tracción, distintos del combustible por tonelada-kilómetro. El tercero expresa los gastos de conservación de las instalaciones eléctricas, fijas, donde m y n son coeficientes numéricos y $C_L C_S$ los costes de establecimiento de dichas instalaciones. Por último, $a_e A_e$ nos expresa el importe de las cargas procedentes del capital necesario para la electrificación, siendo A_e dicho capital y a_e la suma del tanto por ciento de intereses y amortización correspondientes. Y reducidas todas las expresiones de los términos a las mismas unidades, se tiene la condición de mínima economía buscada.

La determinación de los coeficientes de la ecuación [3] es muy prolija, y nos llevó a estas consideraciones:

Primer término

Tomando la pendiente característica (1) como al pendiente única, ficticia, que reemplaza todas las de la línea considerada. Suponiendo que el tráfico anual, T , se reparte por igual en ambos sentidos; que los kilogramos de carbón quemados en el hogar de la locomotora que sustituyen a 1 CV-hora en las llantas de la misma son 2,5; calculando los componentes del esfuerzo de tracción y tomando como valor de la resistencia media del tren en horizontal, rectas y curvas la constante r (6 ó 7); en fin, viendo que hay necesidad de distinguir en valores de la pendiente I menores y mayores que r , se obtiene:

$$\begin{aligned} \text{Consumo de energía para } \left\{ \begin{array}{l} I < r \dots 0,002725 \cdot r \cdot \frac{1}{\rho\beta} \cdot T \dots \text{kWh anuales.} \\ \text{la tracción eléctrica} \dots \left\{ \begin{array}{l} I = r \dots \frac{9,81}{7 \cdot 200} \left[(I + r) \frac{1}{\rho} - (I - r)\rho' \right] \frac{1}{\beta} \cdot T \dots \text{kWh anuales.} \\ I > r \dots \frac{9,81}{7 \cdot 200} (I + r) \frac{1}{\rho\beta} \cdot T \dots \text{kWh anuales, sin recuperación.} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad [5] \end{aligned}$$

La diferencia de las expresiones [4] y [5], término a término, nos da la de $F_v(i \cdot T) - F_e(i \cdot T)$ buscada. Los valores medios, en corriente continua a alta ten-

sión, que podemos indicar para los coeficientes anteriores, son

$$\rho = 0,85, \quad \rho' = 0,70, \quad \beta = 0,60.$$

(1) REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS, núm. 2471, pág. 70.

(1) Véase el estudio del Sr. Lucia sobre electrificación de ferrocarriles, editado por la S. I. C. E.

Si q y q' , representan los precios en pesetas del kilogramo de carbón sobre ténider y del kilovatio-hora en alta tensión, las expresiones anteriores vienen en pesetas anuales.

Segundo término

El conjunto de los gastos de material y tracción, distintos del de combustible, que es preciso considerar aquí, viene dado por la suma de estos conceptos: $\mu = a + b + c + d + e$, en que

$$\left. \begin{array}{l} a = \text{gastos de conservación de las locomotoras.} \dots \\ b = \text{coste del personal de las locomotoras.} \dots\dots\dots \\ c = \text{Idem id. depósitos y otros gastos de los mismos.} \dots\dots\dots \\ d = \text{alimentación de agua.} \dots\dots\dots \\ e = \text{coste del engrase de las locomotoras.} \dots\dots\dots \end{array} \right\} = \mu$$

Si a' , b' , c' , d' y e' representan el por ciento de los gastos de vapor que se traduce en economía por la

implantación de la tracción eléctrica, el conjunto vendrá reducido de esta manera:

$$\mu = (aa' + bb' + cc' + dd' + ee') \frac{1}{100}$$

La deducción de a' , b' , c' , d' y e' ha de ser forzosamente a base de estadísticas, que por desgracia no son aun lo numerosas y detalladas que desearíamos, debido al poco tiempo de experimentación con que se cuenta. Sin embargo, analizando las más dignas de crédito (1), recopiladas en todos los países, hallando su promedio y corrigiendo sus resultados con un coeficiente de adaptación a nuestro país, hemos encontrado:

$$a' = 50b' = 25c' = 45d' = 100e' = 35$$

De este modo, la expresión del segundo término viene a ser

$$\frac{1}{100} (aa' + bb' + cc' + dd' + ee')T = (0,5a + 0,25b + 0,45c + d + 0,35e)T \text{ pesetas anuales.} \quad [6]$$

Tercer término: $(mC_L + nC_S)$.

Del mismo modo, utilizando numerosas estadísticas, hemos encontrado:

$$m = 0,025 \quad [2] \quad n = 0,0075 \quad [2]$$

Con lo que la expresión del tercer término de la ecuación [3] viene a ser

$$0,025 C_L + 0,0075 C_S \text{ pesetas anuales.} \quad [7]$$

Cuarto término: $a_e A_e$.

Un valor medio del porcentaje, interés y amortización reunidos, para el capital A_e de electrificación, puede ser 10, con lo cual el último término de la ecuación [3] es ahora

$$\dots 10 A_e$$

Por tanto, las expresiones [4], [5], [6], [7] y [8] nos dan la expresión general de la condición de mínima economía, en los tres casos considerados:

$$[9] \quad \dots I < r \dots \text{Líneas de débil inclinación. Factor importante el tráfico. Sin recuperación.}$$

$$0,012 r q T - 0,002725 r \frac{1}{\rho \beta} q' \cdot T + (0,5a + 0,25b + 0,45c + d + 0,35e)T - [0,025C_L + 0,0075C_S] - 0,10A_e = 0.$$

$$[10] \quad I \approx r \dots \text{Líneas de fuerte inclinación. Factor importante, la pendiente. Recuperación.}$$

$$0,006(I + r)qT - \frac{0,81}{7 \times 100} \left[(I + r) \frac{1}{\rho} - (I - r)\rho' \right] \frac{1}{\beta} \times q'T + (0,5a + 0,25b + 0,45c + d + 0,35e)T - (0,025C_L + 0,0075C_S) - 0,10A_e = 0.$$

$$[11] \quad I \gg r \dots \text{Líneas de fuerte inclinación. Factor importante, la pendiente. Sin recuperación.}$$

$$0,006(I + r)qT - \frac{0,81}{7 \times 100} (I + r) \frac{1}{\rho \beta} \times q'T + 0,5a + 0,25b + 0,45c + d + 0,35e \times T - (0,025C_L + 0,0075C_S) - 0,10A_e = 0$$

Ahora bien, en todo ferrocarril cuya contabilidad se lleve debidamente, se conocerán los valores de T , a , b , c , d y e . Y del mismo modo, su pendiente característica, I ; el precio del kilogramo de carbón sobre ténider, q , y en cuanto a r , puede tomarse 7, como valor medio. Conocidos estos coeficientes, los valores correspondientes a la parte eléctrica, $\rho\rho'\beta$, q' , C_L , C_S y A_e , deben también serlo, puesto que los cuatro primeros son los rendimientos (cuyos valores medios hemos dado antes), y q' , el precio del kilovatio-hora en la entrada de las subestaciones. C_L , C_S y A_e , son obtenidos del proyecto de electrificación correspondiente, que las diversas casas especialistas que existen en España lo proporcionan con toda exactitud.

Sin embargo, se desprende de lo anterior que es necesario conocer el presupuesto de electrificación, y además los valores de a , b , c , d y e , que son el combustible, integran los gastos de material y tracción

subsistentes después de efectuar la diferencia entre los de ambos sistemas, como se dijo en su lugar respectivo. De este modo, aunque las fórmulas obtenidas [9], [10] y [11] son de carácter general, no forman aun un modo expedito, propio para la formación de un anteproyecto general de electrificación de los ferrocarriles españoles de interés general.

* * *

Guiado del deseo expuesto repetidamente, he generalizado todavía más las anteriores fórmulas, hasta reducir todos sus elementos a las tres variables fun-

(1) Entre otras citaremos: Ferrocarril del Chicago, M. St. Paul, Pennsylvania, New-Haven, Filadelfia, Butte, Anaconda; ferrocarriles ingleses, suizos, italianos, españoles (rampa de Pajares), Brasil (ferrocarril Paulista), etc., etc.

damentales de un ferrocarril: tráfico, pendiente y longitud, de esta manera:

a) *Presupuesto de electrificación A_e y componentes C_L y C_S*

El presupuesto de electrificación de un ferrocarril cualquiera, se compondrá de los siguientes elementos:

1.º *Línea de transporte*, desde la producción de energía (centrales hidroeléctricas o térmicas) hasta las subestaciones. Aunque no es ocasión de razonar aquí, es importantísimo fijar (como lo hago en mi trabajo, base del presente) que se debe adoptar un *sistema de electrificación único*, y hoy día es la corriente continua a 1 500 voltios-3 000 voltios (especialmente 1 500 voltios), el que se debe preferir. Pues bien: la energía eléctrica a alta tensión puede suponerse en el sitio—aproximado—de utilización por el ferrocarril, sobre todo si es un hecho la proyectada Red Nacional de Energía Eléctrica, porque la condición primera de tal proyecto es que sus líneas sigan preferentemente las cuencas utilizadoras, y ninguna más importante que los ferrocarriles, ante la perspectiva de su utilización. Tenemos, pues, que este primer elemento no debe acumularse—dentro de la relativa exactitud de nuestros cálculos—al proyecto de electrificación.

2.º *Línea de transporte*, paralela próximamente al ferrocarril, para alimentación de las subestaciones de la línea. Podemos suponer su coste en función de la longitud del ferrocarril, de esta forma:

$$\text{Coste} = \begin{cases} 1,10 \times \frac{I_m + r}{50\,000 f} pT. & \text{Pesetas electrificación a 3 000 voltios.} \\ 1,10 \times \frac{I_m + r}{50\,000 f} p'T. & \text{Pesetas electrificación a 1 500 voltios.} \end{cases}$$

donde p y p' , son los precios respectivos de cada kilogrado de locomotora a 3 000 y 1 500 voltios.

b) *Gastos de tracción = a, b, c, d y e*

Analizando las Memorias de las principales Compañías de ferrocarriles españolas, y sobre todo Norte y M. Z. A., tomando los promedios de sus distintos gastos anuales de material y tracción, hemos encontrado, como cifras aproximadas (a regir en el presente año, y que deben variarse con arreglo a los datos de los años posteriores), las siguientes:

$a = 0,00140$	Pesetas por t-km
$b = 0,001145$	"
$c = 0,000781$	"
$d = 0,000133$	"
$e = 0,000207$	"

que multiplicados, respectivamente, por 0,3, 0,25, 0,45, 1 y 0,35 nos da el valor de μ en la ecuación [3].

$$\begin{aligned} \text{Simple vía} \dots \begin{cases} 0,00362Q - 0,000116QI_m - 7\,821 = 0 & \dots \dots \dots 3\,000 \text{ voltios.} \\ 0,00375Q - 0,000096QI_m - 7\,337,50 = 0 & \dots \dots \dots 1\,500 \text{ "} \end{cases} & [12] \\ \text{Doble vía} \dots \begin{cases} 0,00362Q - 0,000116QI_m - 11\,446,25 = 0 & \dots \dots \dots 3\,000 \text{ "} \\ 0,00375Q - 0,000096QI_m - 10\,962,50 = 0 & \dots \dots \dots 1\,500 \text{ "} \end{cases} & [13] \end{aligned}$$

Coste total = KL -pesetas, donde K es el precio por kilómetro de una línea tal, cuyas características las fijo en el estudio aludido.

3.º *Línea de contacto*.—Se puede efectuar su coste del mismo modo, y si K' y K'_1 son los costes kilométricos en simple y doble vía, se tendrá

$$\text{Coste} = \begin{cases} K'L \dots \text{Pesetas simple vía.} \\ K'_1L \dots \text{Pesetas doble vía.} \end{cases}$$

4.º *Subestaciones*.—Previas algunas consideraciones sobre los tipos «Standard» de estas subcentrales, usados en electrificaciones a 1 500 voltios y 3 000 voltios, y especialmente de su capacidad y de la longitud del ferrocarril que cada uno cubre, se tiene

$$\text{Coste} = \begin{cases} \frac{K''}{50} L \dots \text{Pesetas electrificación a 3 000 voltios} \\ \frac{K''_1}{50} L \dots \text{Pesetas electrificación a 1 500 voltios.} \end{cases}$$

donde K'' y K''_1 son los costes unitarios de los tipos de subestaciones correspondientes.

5.º *Locomotoras*.—Entre los varios procedimientos que pueden seguirse para determinar los *kilogramos* de locomotoras necesarios a la explotación de un ferrocarril electrificado, puede adoptarse el indicado por el Sr. Lucia en su folleto citado, que vienen dados en función de la pendiente máxima I_m de la línea, de r , T y f = coeficiente de adherencia. Se tiene así:

Las casas especialistas me han suministrado amablemente los valores de K , K' , K'' , K'_1 , p y p' , y especialmente la S. I. C. E., habiendo tomado como valores medios:

$K = 6\,500$	pesetas..	Electrificación a 3 000 voltios
$K'_1 = 6\,500$	" ..	" a 1 500 "
$K' = 35\,000$	" ..	simple vía.... = 3 000 "
$K'_1 = 64\,500$	" ..	doble vía.... = 1 500 "
$K'' = 1\,225\,000$	" ..	Electrificación a 3 000 "
$K''_1 = 600\,000$	" ..	" a 1 500 "
$p = 8,50$	" ..	" a 3 000 "
$p' = 7$	" ..	" a 1 500 "

Pues bien: sustituyendo todos estos precios en las fórmulas correspondientes, y al fin en las [9], [10] y [11], y dividiendo por la longitud del ferrocarril, lo que nos convertirá el tráfico en tonelada-kilómetro por kilómetro de línea = Q , se obtienen las

Condiciones de mínima economía

1.º *Líneas de débil inclinación. Factor importante, el tráfico $I \leq r$*

(*) Estos valores, según la Memoria de la Compañía del Norte sobre la electrificación de la rampa de Pajares,

recientemente publicada, son: $m = 0,021$, $n = 0,0080$, ligeramente superiores.

Estas fórmulas nos permiten, dadas las características de la línea, por ejemplo, la pendiente máxima I_m , determinar su *tráfico mínimo* para que la electrifica-

ción sea conveniente, económicamente considerada. Así, por ejemplo, para valores de I_m varios, se tiene un caso de simple vía:

$$3\ 000\ \text{voltios...} \left\{ \begin{array}{l} I_m = 0 \dots\dots Q_m = 2\ 160\ 000\ \text{ton-km/km.} \\ I_m = 5 \dots\dots Q_m = 2\ 500\ 000\ \text{''} \\ I_m = 10 \dots\dots Q_m = 3\ 100\ 000\ \text{''} \end{array} \right. \quad 1\ 500\ \text{voltios...} \left\{ \begin{array}{l} \dots 1\ 950\ 000\ \text{ton-km/km.} \\ \dots 2\ 200\ 000\ \text{''} \\ \dots 2\ 600\ 000\ \text{''} \end{array} \right.$$

Además se obtienen otras dos interesatísimas expresiones, que dan los valores de los *costes kilométri-*

cos de electrificación y economías brutas kilométricas anuales:

$$\begin{array}{ll} \text{Costes kilométricos...} \left\{ \begin{array}{l} 66\ 000 + 0,00117(I_m + 7)Q \dots\dots 3\ 000\ \text{voltios.} \\ 61\ 500 + 0,00096(I_m + 7)Q \dots\dots 1\ 500\ \text{''} \end{array} \right\} \text{ Simple vía.} & [14] \\ \text{Costes kilométricos...} \left\{ \begin{array}{l} 95\ 000 + 0,00117(I_m + 7)Q \dots\dots 3\ 000\ \text{''} \\ 90\ 500 + 0,00096(I_m + 7)Q \dots\dots 1\ 500\ \text{''} \end{array} \right\} \text{ Doble vía.} & [15] \\ \text{Economías brutas...} \left\{ \begin{array}{l} 0,00443Q - 1\ 221 \dots\dots 3\ 000\ \text{voltios.} \\ 0,00443Q - 1\ 187 \dots\dots 1\ 500\ \text{''} \end{array} \right\} \text{ Simple vía.} & [16] \\ \text{Economías brutas...} \left\{ \begin{array}{l} 0,00443Q - 1\ 946 \dots\dots 3\ 000\ \text{voltios.} \\ 0,00443Q - 1\ 912 \dots\dots 1\ 500\ \text{''} \end{array} \right\} \text{ Doble vía.} & [17] \end{array}$$

Y estas fórmulas son ya realmente expeditas para calcular los elementos de un Programa de Electrificación de los Ferrocarriles Españoles (1).

2.º Líneas de fuerte inclinación. Factor importante, la pendiente $I \geq r$. Recuperación

Se obtiene del mismo modo, para las fórmulas que dan los tráficos mínimos-económicos:

$$\begin{array}{ll} 0,00130Q + 0,000335IQ - 0,000116I_mQ - 7\ 821,20 = 0 \dots\dots 3\ 000\ \text{voltios.} & \left\{ \text{ Simple vía.} \right. & [18] \\ 0,00145Q + 0,000335IQ - 0,000096I_mQ - 7\ 337,50 = 0 \dots\dots 1\ 500\ \text{''} & \left. \right\} \\ 0,00130Q + 0,000335IQ - 0,000116I_mQ - 11\ 446,50 = 0 \dots\dots 3\ 000\ \text{''} & \left\{ \text{ Doble vía.} \right. & [19] \\ 0,00145Q + 0,000335IQ - 0,000096I_mQ - 10\ 962,50 = 0 \dots\dots 1\ 500\ \text{''} & \left. \right\} \end{array}$$

Las fórmulas que dan el coste kilométrico, quedan invariables: [14] y [15].
Las que dan las economías brutas son ahora:

$$\begin{array}{ll} 0,00212Q + 0,000335QI - 1\ 221 \dots\dots 3\ 000\ \text{voltios.} & \left\{ \text{ Simple vía.} \right. & [20] \\ 0,00212Q + 0,000335QI - 1\ 187 \dots\dots 1\ 500\ \text{''} & \left. \right\} \\ 0,00212Q + 0,000335QI - 1\ 946,25 \dots\dots 3\ 000\ \text{''} & \left\{ \text{ Doble vía.} \right. & [21] \\ 0,00212Q + 0,000335QI - 1\ 912,50 \dots\dots 1\ 500\ \text{''} & \left. \right\} \end{array}$$

3.º Líneas de fuerte inclinación. No hay recuperación

Las fórmulas que dan los tráficos mínimos-económicos son en este caso:

$$\begin{array}{ll} 0,00218 \cdot Q + 0,0002087 \cdot QI - 0,000116 \cdot Q \cdot I_m - 7\ 821 = 0 & \left\{ \text{ Simple vía.} \right. & [22] \\ 0,00232 \cdot Q + 0,0002087 \cdot QI - 0,000096 \cdot Q \cdot I_m - 7\ 337 = 0 & \left. \right\} \\ 0,00218 \cdot Q + 0,0002087 \cdot QI - 0,000116 \cdot Q \cdot I_m - 11\ 446 = 0 & \left\{ \text{ Doble vía.} \right. & [23] \\ 0,00232 \cdot Q + 0,0002087 \cdot QI - 0,000096 \cdot Q \cdot I_m - 10\ 962,50 = 0 & \left. \right\} \end{array}$$

Las fórmulas que dan los costes kilométricos son las mismas: [14] y [15].
Las que dan las economías brutas son:

$$\begin{array}{ll} 0,0002087 \cdot QI + 0,003 \cdot Q - 1\ 946,25 \dots\dots 3\ 000\ \text{voltios.} & \left\{ \text{ Doble vía.} \right. & [24] \\ 0,0002087 \cdot QI + 0,003 \cdot Q - 1\ 912,50 \dots\dots 1\ 500\ \text{''} & \left. \right\} \\ 0,0002087 \cdot QI + 0,003 \cdot Q - 1\ 221,20 \dots\dots 3\ 000\ \text{''} & \left\{ \text{ Simple vía.} \right. & [25] \\ 0,0002087 \cdot QI + 0,003 \cdot Q - 1\ 187,50 \dots\dots 1\ 500\ \text{''} & \left. \right\} \end{array}$$

Por medio de estas fórmulas, en cada caso la correspondiente, podemos pasar a la determinación del programa de electrificación que buscamos. Otro cualquier procedimiento distinto del presente, o por lo menos de un grado menos de generalización, exigiría una labor intensa, que forzosamente debería ser ejecutada por una Comisión de técnicos, objeto distinto del que debe ser el fin de todo anteproyecto. Es evi-

dente, por la fuerza misma de las hipótesis hechas en el curso de este trabajo, que la exactitud de los resultados finales sólo será aproximado, aunque más adelante se comprobará hasta qué grado, al compararlos con los de las más importantes electrificaciones mundiales. Su valor, pues, será incalculable, al lado de esos arbitrarios programas de electrificación, que con frecuencia han amenizado nuestras lecturas.

(1) En mi trabajo citado construyo además numerosos gráficos, que dan las leyes de variación de los elementos de estas fórmulas y facilitan la deducción de consecuencias importantes.