Hizo más. Sus lecciones de Puentes fueron dadas a la publicidad en un libro que intituló *Práctica usual de los cálculos de estabilidad de los puentes,* y que ha sido y aún sigue siendo el *Vademécum* de nuestros ingenieros, figurando en las bibliotecas de todos los servicios de obras públicas como verdadero formulario para la redacción de proyectos.

Esta obra, de la que se han hecho tres ediciones, mereció de la Real Academia de Ciencias encomiástico informe, en el que, después de examinarla en toda su extensión y detalle, propone que le sea concedida con espíritu amplio y generoso la protección que solicitaba, dado su mérito notorio y su originalidad y utilidad.

El éxito obtenido con aquel libro alentó a Gaztelu en esta labor de dar a la estampa el resultado de su extensa cultura científica y técnica, y a continuación vieron la luz pública diversos trabajos, entre los cuales merecen ser citados sus *Apuntes de puentes de fábrica y metálicos, Cimientos, Apuntes de señales marítimas, La enseñanza matemática en las Escuelas técnicas de Inglaterra, Las Matemáticas del ingeniero y su enseñanza* (conferencia dada en el Instituto de Ingenieros civiles) y varias traducciones, entre ellas las *Matemáticas prácticas,* de Perry, que ilustró con numerosas notas y aclaraciones. También intervino, dándole su sello personal, en la redacción de las *Instrucciones oficiales para el cálculo de los puentes metálicos.*

Vacante la Dirección de la Escuela, por elevación a la presidencia del Consejo de Obras públicas de D. Mariano Carderera, el Claustro de Profesores solicitó del Poder público el nombramiento de Gaztelu para aquel cargo. Es la primera vez que, tomando la Escuela la iniciativa, se haya cubierto dicha vacante. Esta circunstancia produjo en Gaztelu tan íntima satisfacción, que a ella principalmente se debe su aceptación para el cargo, pues, dentro de su modestia, nunca se consideró merecedor de tan alto puesto.

Pero que lo merecía y poseía excelentes cualidades para desempeñarlo, bien pronto lo demostró. Convencido de que las enseñanzas de laboratorio en todo, *hasta en Matemáticas,* según sus mismas frases, son las más fecundas, emprendió con decisión y entusiasmo esta nueva forma de estudio y explicación en las clases, dando principio con una fe y optimismo extraordinarios a la construcción del laboratorio de Electromecánica, hoy día la instalación más importante de la Escuela, y en cuyos muros, forjada en hierro, aparece una inscripción que recordará eternamente la gratitud de la Escuela de Caminos a su ilustre director, D. Luis Gaztelu.

Por motivos de salud renunció al cargo de director en octubre de 1922, y, recluído en su hogar, ha vivido estos últimos años dedicado al cuido de sus personales intereses; pero, siempre laborioso, no abandonó por completo sus aficiones y estudios. Hoy día se ocupaba en cuestiones de Filología, por las cuales siempre mostró gran interés.

Quien esto escribe convivió con él varios años. Sabe como nadie la bondad que atesoró su corazón y el exquisito trato de su educación selecta.

Carlos de ORDUÑA

Teoría y determinación de las constantes de los molinetes hidrométricos

Con el título que antecede ha publicado recientemente el ingeniero Dr. Ott un trabajo en el que se estudia, como todos los problemas de hidráulica aplicada, o sea apoyándose en la experimentación, la teoría del molinete y la aproximación de los datos que suministra.

Lo difundido del empleo del molinete en los aforos da interés a esta materia, ya que al que maneja un aparato le conviene conocer su teoría y exactitud, sobre todo cuando aquélla aparece desarrollada con la elegancia que acompaña al estudio acabado que reseñamos, y del que vamos a dar un ligero resumen.

El empleo del molinete se funda en la dependencia que existe entre la velocidad de la corriente flúida en que se sumerge el molinete y la de giro de su rodete. Esta relación, deducida de ensayos, se traduce en una ecuación cuya ley de formación ha sido estudiada por diversos autores sin llegar a un resultado concordante con los ensayos.

Si v representa la velocidad de la corriente y n el número de revoluciones del molinete en la unidad de tiempo, la ecuación de un molinete ideal, sumergido en un flúido ideal, sería

$$v = kn$$

en la que k sería el paso geométrico si las paletas tuviesen forma de hélice, y si fuesen planas sería su paso medio correspondiente, sin que hubiese juego de fuerzas ni trabajo consumido.

Pero en la práctica el número de revoluciones es algo menor, puesto que el molinete ha de tomar de la corriente la energía necesaria para su movimiento. La acción de la corriente sobre las paletas es proporcional a la masa por unidad de tiempo y a la reducción de velocidad; por tanto, llamando A un coeficiente dependiente de la forma del molinete y del peso específico del flúido, la expresión del momento de giro solicitante vendrá dada por la expresión

$$Av(v - kn)$$

Las fuerzas que se oponen al giro pueden clasificarse en hidráulicas y mecánicas. Las resistencias hidráulicas son debidas al rozamiento del flúido con las paletas, a los remolinos formados en los bordes de éstas y en los radios y nervios, cuando los tiene, y al remanso producido por el armazón del molinete, y en especial de la barra de sustentación.

Estas influencias puede admitirse que en su mayoría son proporcionales al cuadrado de la velocidad, siéndolo a la primera aquella parte de los rozamientos en que entra en juego la viscosidad del flúido.

El efecto total puede expresarse en la forma

$$v\Sigma B + v^2\Sigma C$$

indicándose con las sumas que se trata de causas diferentes.

Se presentan otras resistencias hidráulicas en el interior del molinete, a causa del rozamiento del flúido con las partes móviles, que hay que suponer que serán proporcionales al número n de revoluciones.

Las resistencias mecánicas son las nacidas de los rozamientos de ejes y engranajes, así como del contacto eléctrico.

Los experimentos del autor le han llevado a la comprobación de que estas resistencias y las internas hidráulicas pueden condensarse con suficiente exactitud en la expresión

$$D\frac{v}{v-a'-k'n}$$

siendo D, a' y k' constantes que pueden determinarse mediante ensayos.

Expresando el equilibrio entre el momento de giro de las fuerzas solicitantes y el de las resistentes, se tiene la ecuación

$$Av(v-kn) = v\Sigma B + v^2\Sigma C - D\frac{v}{v-a'-k'n}$$

en la que dividiendo por v y haciendo

$$\frac{\Sigma B}{A-\Sigma C} = a; \qquad \frac{A}{A-\Sigma C} = k; \qquad \frac{D}{A-\Sigma C} = c^2;$$

resulta

$$v = a + kn + \frac{c^2}{v-a'-k'n} \qquad [1]$$

o bien

$$(v-a-kn)(v-a'-k'n) = c^2$$

que es la ecuación general del molinete.

Tomando sobre un sistema de ejes coordenados los

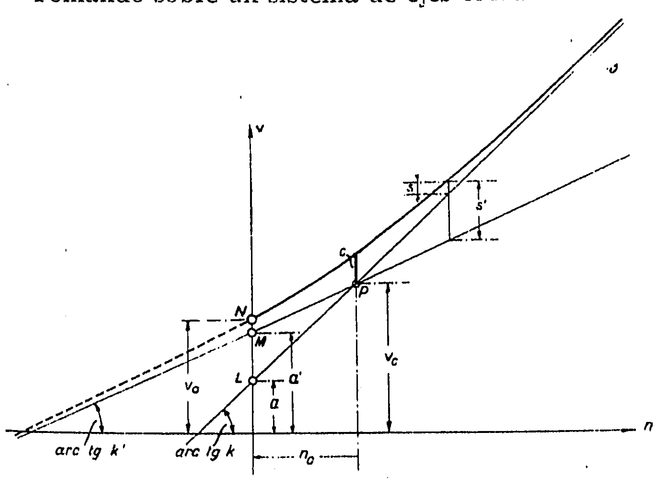

Fig. 1.ª

valores de n como abscisas y los de v como ordenadas, la ecuación anterior es la de una hipérbola cuyas asíntotas son (fig. 1.ª):

$$v = a + kn \quad \text{y} \quad v = a' + k'n$$

Conocidas las constantes de la curva, será muy fácil dibujarla y hallar la expresión de c, diferencia entre la ordenada de la hipérbola y la del punto de intersección de las asíntotas, que es

$$c^2 = (v_0 - a)(v_0 - a')$$

Pero para tarar los molinetes se procede a ensayos en los que se averigua el número n de revoluciones correspondiente a distintas velocidades v con que es arrastrado el molinete a lo largo de un canal de laboratorio, y uniendo los puntos obtenidos se tiene la curva que los promedia y de la que se deducen las constantes a, a', k y k' y c.

Para el estudio de la curva es más importante (figura 2.ª) la tangente en el punto de velocidad

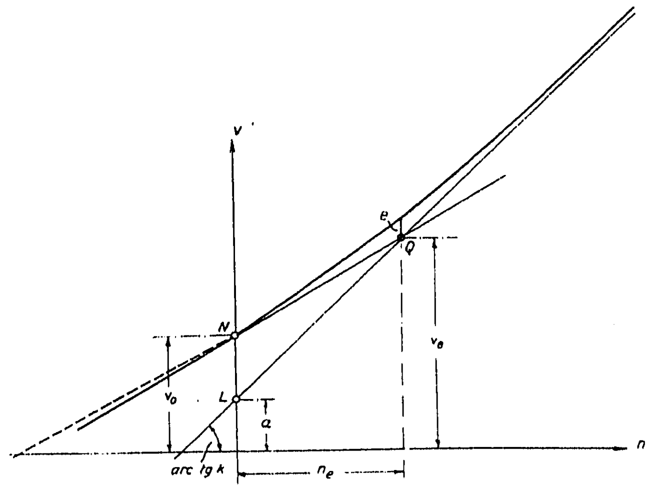

Fig. 2.ª

teóricamente inicial, o sea de coordenadas $n = 0$ $v = v_0$, y en vez del segmento c el e, cuyas coordenadas son

$$n_e = \frac{2v_0 - a' - a}{k - k'} \qquad \text{y} \qquad v_e = \frac{2v_0k - a'k - ak'}{k - k'}$$

Para determinar gráficamente las constantes, se traza a sentimiento la curva de enlace de los puntos obtenidos, su tangente inicial y la correspondiente al mayor valor de n ensayado; esta última se tomará como asíntota principal, y la ordenada de Q nos dará el valor de e y de n_0, y con éstos y los de v_0 y a se

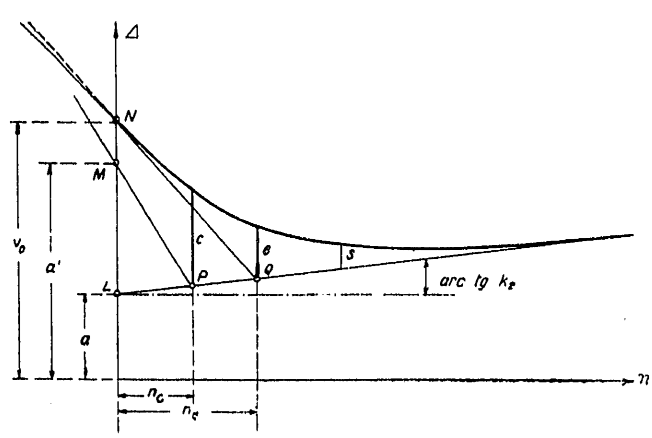

Fig. 3.ª

podrán deducir las constantes a, k y c mediante las expresiones

$$a' = v_0 - \frac{e^2}{v_0 - a - 2e}; \qquad c = \sqrt{(v_0 - a)(v_0 - a')}$$

$$k' = k - \frac{2v_0 - a' - a}{n_e}$$

Pero al llevar a la práctica esta marcha se tropieza con la dificultad de que la curva resulta demasiado abierta y, para evitar este inconveniente, el autor ha ideado el artificio de sustituir la curva $v - n$ por la $\Delta - n$, en la que $\Delta = v - k_1 n$, y k_1, un coeficiente que conviene se aproxime a k.

La curva así obtenida (fig. 3.ª) es también una hipérbola, pero de mucha más curvatura, con lo que

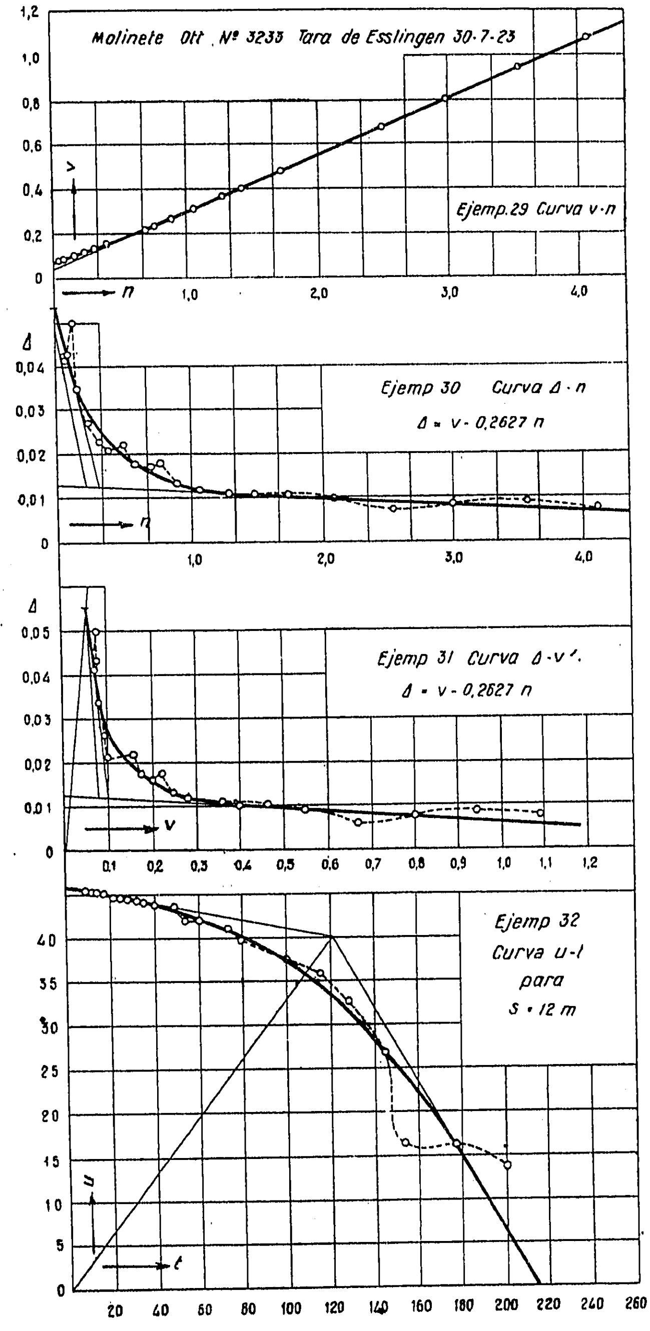

Fig. 4.ª

los puntos que dan los ensayos resultan claramente separados.

Las ecuaciones de sus asíntotas son

$$\Delta = a + (k - k_1)n = a + k_2 n$$

$$\Delta' = a' + (k' - k_1)n = a' + (k' - k + k_2)n$$

El semieje c y los valores de e, n_c y n_e son exactamente los mismos que los de la curva $v - n$.

Para deducir las constantes del molinete empleando esta curva, se procede análogamente a lo hecho para la curva $v - n$, o sea: una vez construída por puntos la curva $\Delta - n$, la tangente en el punto de mayor n da la inclinación de la asíntota k_2 y del dibujo se obtienen directamente a, v_0, e y n_e; y conocido k, puesto que $k = k_1 + k_2$, se pueden deducir los valores de a, c y k' mediante las fórmulas dadas anteriormente.

En algunos casos conviene dibujar la curva $\Delta - v$, siendo $\Delta = v - k_1 n$; la curva $\Delta - kn$, o la $u - t$, siendo u el número de revoluciones que da el molinete durante el tiempo t que invierte en recorrer una longitud determinada s.

La figura 4.ª muestra la forma de estas curvas para un mismo ensayo.

Pero de la misma manera que la hipérbola se reduce en algunos casos a sus asíntotas o a una recta, también la ecuación del molinete puede sustituirse en muchos casos por la de dos rectas concurrentes; de manera que para pequeñas velocidades se tendrá

$$v = a' + k'n$$

y para grandes velocidades

$$v = a + kn,$$

siendo k un poco más pequeño y a, a' y k' algo mayores que los valores correspondientes en la solución exacta, a fin de que sea mínima la discrepancia con el conjunto de puntos obtenido.

Puede conseguirse una aproximación mayor partiendo de la ecuación [1] y fijándose que el tercer término es siempre pequeño, y, por tanto, un pequeño error en él influirá poco en el resultado total. Es, pues, admisible sustituir v por un valor aproximado en el denominador de dicho término. Tomaremos para ello una función lineal de n, o sea una recta paralela a una u otra asíntota de la hipérbola, según que se trate de puntos situados a la derecha o a la izquierda del de intersección de ellas.

Sustituyendo, pues, v por $a + kn + c$ en un caso y por $a' + k'n + c$ en el otro, se tendrá

$$n < \frac{a' - a}{k - k'}; \quad v = a' + k'n + \frac{c^2}{c - (a - a') - (k - k')n},$$

$$n > \frac{a' - a}{k - k'}; \quad v = a + kn + \frac{c^2}{c + (a - a') + (k - k')n}.$$

Estas fórmulas coinciden de tal modo con la curva del molinete, que frente a la solución exacta sólo presentan el inconveniente de carecer de un fundamento teórico.

El valor máximo del tercer término es 0,12 c, y como c en ninguno de los casos ensayados ha sido mayor de 0,048 m, el error de la ecuación aproximada es a lo sumo de 0,0058 m : s. El valor de c es ordinariamente de 0,015 y, por tanto, el error es solamente de 0,0014 m : s. Esta discrepancia queda comprendida completamente dentro de los límites de los inevitables errores de observación, y, por tanto, la ecuación aproximada es tan aceptable como la exacta.

Según sea el valor de c será factible o no la sustitución de la curva del molinete por dos rectas, y aun por una, como en el ensayo efectuado en el laboratorio de la Escuela de Construcción de Máquinas de Esslingen, que se representa en la figura 5.ª. En esta operación de tara no se pudieron alcanzar

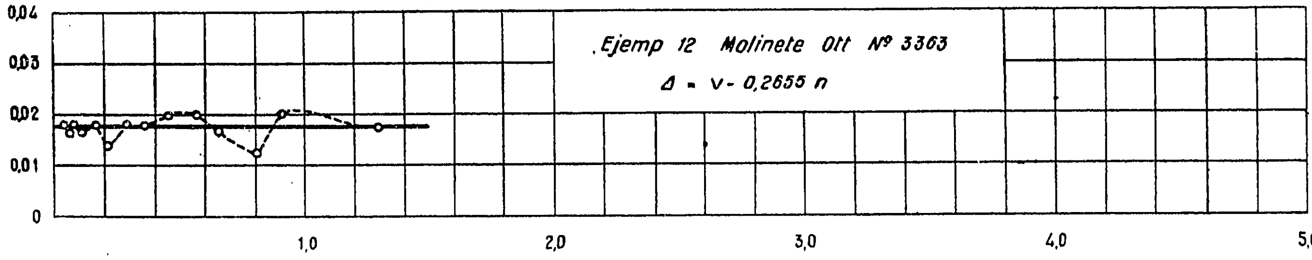

Fig. 5.ª

velocidades mayores de 1,3 m : s, a causa de la pequeña longitud del canal, 15 m. La ecuación del molinete resultó ser

$$v = 0{,}017 + 0{,}2655n$$

con un error medio de $\pm$ 0,002 m : s.

La figura 6.ª muestra un ejemplo de tara en el

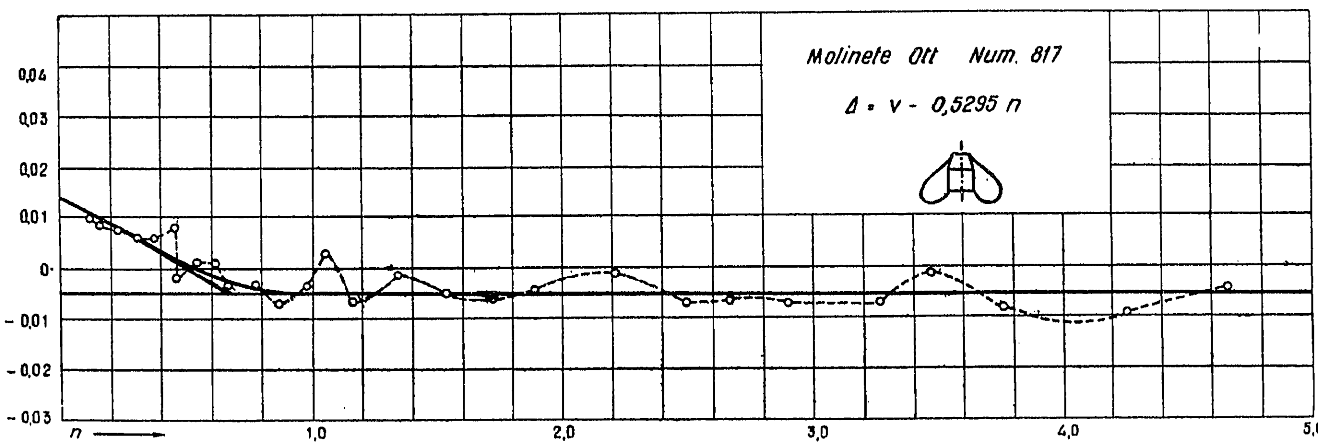

Fig. 6.ª

que se puede sustituir la curva del molinete por dos rectas. En este caso, el valor que resultó para c fué de 0,0020 m : s.

La tara de molinetes requiere una realización cuidadosa, a fin de reducir las causas de error. Así, por ejemplo, la figura 7.ª presenta los resultados de una

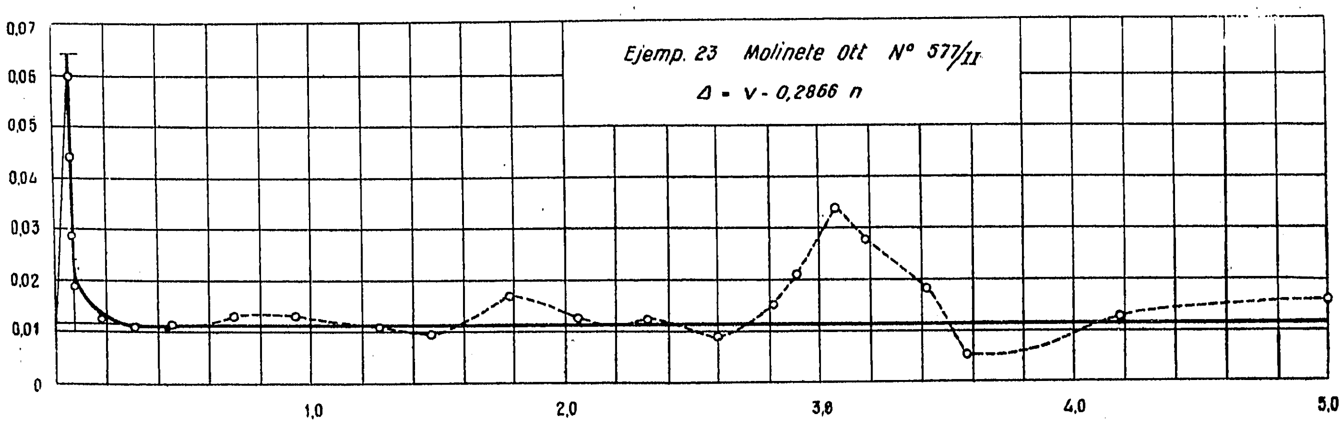

Fig. 7.ª

tara cuya curva ofrece una protuberancia que se separa mucho de la recta que la promedia sin que esto reste exactitud, ya que este entumecimiento de la curva es debido a la onda perturbadora que se forma en el canal cuando el molinete se traslada con velocidades próximas a la crítica del canal ($\sqrt{gh}$), por lo que los puntos correspondientes no deben tenerse en consideración.

También es de notar que la discrepancia sinusoidal, de apariencia regular, que presentan los puntos obtenidos con respecto a la curva media, hay que buscarla, más que en el molinete, en los errores cometidos en el ensayo. Uno de ellos es el de no dejar completamente en reposo el agua entre cada dos excursiones del molinete, a causa de que el movimiento remanente no es perceptible a la vista. Otro puede provenir de las oscilaciones de la barra de suspensión del molinete o de las del carretón.

Termina el autor su trabajo mostrando la superioridad de la teoría por él desarrollada sobre las emitidas por los diversos autores que infructuosamente intentaron antes encontrar una fórmula general del molinete, y describe la variada clase de molinetes que le han servido para comprobar su teoría.

José BURGUERA
ngeniero de Caminos.