

hidroeléctrica, que no la consume y crea mucha riqueza.

Como ejemplo tipo, entre muchos, citaré el de riegos de Levante.

Es innegable que esta obra es una de las de mayor empuje e importancia últimamente realizadas en nuestra Nación. Mediante la elevación de 8 000 litros por segundo de aguas del Segura, recogidas en su desembocadura, y que antes se confundían con las del mar, se fertilizan unas 30 000 hectáreas de terrenos hasta hace poco casi yermos, pues se hallan en las estepas y saladares sitios entre Alicante y las salinas de Torrevieja.

Ahora bien, ese aprovechamiento, que ha creado riqueza tan considerable, habría sido imposible sin el disfrute del salto de los Almadenes, que ha proporcionado la energía económica indispensable para la elevación antedicha.

Ya se ve por ello que ese y otros muchos saltos son más beneficiosos para la creación de riqueza pa-

tria que ciertos riegos (entre los cuales los hay de dudosos resultados) a los que el Estado otorga ampliamente la perpetuidad, subvenciones y beneficios que no discutimos, pero sí pedimos que no se regateen los necesarios y convenientes cuando se trate de los buenos aprovechamientos hidráulicos.

No se trata de reclamar la protección pecuniaria que se otorga, no sólo a los regadíos, sino a las Empresas de ferrocarriles (incluso los en explotación), a los mineros de carbón, etc., etc.; pero no es mucho el suplicar que no se postergue ni trate mal a los interesados en aprovechamientos hidroeléctricos.

Muy acertadamente desea nuestro querido compañero, el Excmo. Sr. Conde de Guadalhorce, que se articulen las distintas fuentes de producción, y lo primero que se impone es que el Estado haga desaparecer desigualdades enojosas que la Ley de aguas no permite y que al redundar en detrimento de la segunda industria del país originan gravísimos perjuicios al patrimonio nacional.

Pedro GARCÍA FARIA
Inspector general de C., C. y P.

Las longitudes virtuales de los ferrocarriles con tracción por vapor y de los ferrocarriles con tracción eléctrica ⁽¹⁾

V

Influencia de la recuperación de energía en la longitud virtual de los ferrocarriles de tracción eléctrica

Hasta ahora, siempre que $\omega_s + c_s - s$ era menor que cero, se ha tomado como igual a cero. Esto es lo que debe hacerse en la tracción por vapor, y en la tracción eléctrica, cuando no hay recuperación de energía, pues en ninguno de los dos casos se aprovecha la energía sobrante en las pendientes. No así cuando existe el frenado por recuperación de energía en la tracción eléctrica. Entonces, parte de la energía del tren en las bajadas se devuelve a la línea aérea para que otros trenes la aprovechen, o vuelve a las subestaciones y a través de ellas al sistema alimentador del ferrocarril. En estos casos, cabe considerar valores negativos de $\omega_s + c_s - s$. Veamos la modificación que sufren entonces las fórmulas anteriores.

Sea un tren que está recuperando, en el viaje de vuelta, por ejemplo, en la alineación c con la pendiente $-s$ (los razonamientos son idénticos si la recuperación tiene lugar en una pendiente en el viaje de ida). La energía recuperada en llantas de la locomotora eléctrica vale, en kilogrametros,

$$E_{rc} = (s - c_s - \omega_s) (M_t + Q_2) L_c$$

De esta energía, una parte, E'_{rcs} , irá a las locomotoras que están consumiendo en la línea, y otra parte, E''_{rcs} , retornará al sistema alimentador a alta tensión, a través de las subestaciones,

$$E_{rc} = E'_{rc} + E''_{rc}$$

Sean:

- η_{mr} = rendimiento medio de las locomotoras eléctricas, durante la marcha en recuperación.
- η_n = rendimiento medio de las locomotoras eléctricas, durante la marcha normal, en tracción.
- η_l = rendimiento medio de la línea aérea, entre locomotora recuperando y locomotora trabajando o entre locomotora recuperando y subestación.
- η_s = rendimiento medio de la subestación, alimentando o recuperando.

Veamos, de la energía recuperada en llantas, E_{rcs} , qué es lo que realmente se utiliza, también en llantas, en las locomotoras que marchan en tracción.

Sea una o varias locomotoras marchando en tracción, que consumen la energía E_m en llantas, mientras recupera la locomotora antes considerada. De esta energía E_m , una parte será tomada a la E'_{rcs} que se ha recuperado; es decir, una parte de E_m será

$$E'_{rcs} \times \eta_{s,r} \eta_l \eta_n$$

La diferencia, o sea

$$E_m - E'_{rcs} \eta_{s,r} \eta_l \eta_n$$

ha de venir de la alimentación de energía, por medio de las subestaciones. En la alta tensión de éstas, corriente alterna trifásica, esto supone un consumo.

$$\frac{E_m - E'_{rcs} \eta_{s,r} \eta_l \eta_n}{\eta_{s,m} \eta_l \eta_s}$$

Este no es el consumo real hecho al sistema alimentador, pues de él hay que deducir lo que ha devuelto a éste, en recuperación, la locomotora considerada primero. Por tanto, el consumo efectivo de

(1) Véase REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS, número 2 446, página 75, y número 2 447, pag. 102.

energía, en la alta tensión, corriente alterna trifásica, es:

$$\frac{E_m - E'_{rcs} \eta_{mr} \eta_l \eta_m}{\eta_m \eta_l \eta_s} - E''_{rcs} \eta_{mr} \eta_l \eta_s \quad [41]$$

Este valor puede ponerse en la siguiente forma:

$$\frac{E_m - E'_{rcs} \eta_{mr} \eta_l \eta_m \left[1 + \frac{E''_{rcs}}{E'_{rcs}} \eta_s^2 \eta_l \right]}{\eta_m \eta_l \eta_s} \quad [42]$$

En esta expresión del consumo neto de energía en la alimentación, siendo el denominador el rendimiento total, de la alta tensión a llantas, el numerador puede ser considerado como el verdadero consumo *efectivo* en llantas de las locomotoras que marchan en tracción, mientras se recupera en la alineación de longitud L_{cs} de la rasante s ; el término sustractivo en el numerador es, pues, el valor del ahorro producido por la recuperación de energía.

Dicho término sustractivo, haciendo $a = \frac{E'_{rcs}}{E_{rcs}}$, resulta ser

$$\begin{aligned} E'_{rcs} \eta_{mr} \eta_l \eta_m \left[1 + \frac{E''_{rcs}}{E'_{rcs}} \eta_s^2 \eta_l \right] &= E_{rcs} a \eta_{mr} \eta_l \eta_m \times \\ &\times \left[1 + \frac{1-a}{a} \eta_s^2 \eta_l \right] \end{aligned} \quad [43]$$

o sea, igual a

$$E_{rcs} \eta_r$$

haciendo

$$\eta_r = a \eta_{mr} \eta_l \eta_m \left[1 + \frac{1-a}{a} \eta_s^2 \eta_l \right] \quad [44]$$

En definitiva: de toda la energía recuperada en llantas, E_{rcs} , la que se aprovecha, también en llantas, viene dada por un *rendimiento efectivo de la recuperación*, η_r , que vale

$$\eta_r = a \eta_{mr} \eta_l \eta_m \left[1 + \frac{1-a}{a} \eta_s^2 \eta_l \right] \quad [44]$$

Habiendo definido las longitudes virtuales por la igualdad de consumos en llantas, han sido precisos estos razonamientos, en el caso de la recuperación,

para poder apreciar su influencia reductora en estos consumos, y, por tanto, en las longitudes virtuales.

Como valores numéricos medios, pueden aceptarse:

$$a = 0,80; \quad \eta_{mr} = 0,80; \quad \eta_l = 0,90; \quad \eta_m = 0,85; \quad \eta_s = 0,85$$

Resulta, para valor medio de η_r :

$$\eta_r = 0,80 \times 0,80 \times 0,90 \times 0,85 \left[1 + \frac{0,20}{0,80} \times 0,85^2 \times 0,90 \right] = 0,57$$

Conocido el valor de este rendimiento efectivo de la recuperación η_r , podemos ya volver a las consideraciones iniciales del primer capítulo, para la deducción de las fórmulas fundamentales.

Las energías consumidas en llantas de la locomotora real, en la línea real, para recorrer la alineación c en la rasante s , considerada, en la que se recupera, serán, en kilográmetros:

Viaje de ida. $(ws + c + s) (M_l + Q_1) L_{cs}$

Viaje de vlt. $\eta_r (ws + c - s) (M_l + Q_2) L_{cs}; (ws + c - s) < 0$

En la línea virtual se tendrá análogamente como energías en llantas de la locomotora virtual, para recorrer las longitudes L_{csv1} y L_{csv2} :

Viaje de ida. $\omega h (M_{lv} + Q_1) L_{csv1}$

Viaje de vuelta. $\omega h (M_{lv} + Q_2) L_{csv2}$

De acuerdo con la definición de la línea virtual, se ha de tener:

$$\begin{aligned} (ws + c + s) (M_l + Q_1) L_{cs} &= \omega h (M_{lv} + Q_1) L_{csv1} \\ \eta_r (ws + c - s) (M_l + Q_2) L_{cs} &= \omega h (M_{lv} + Q_2) L_{csv2} \end{aligned}$$

Ya se ve que en este caso L_{csv2} resulta *negativo*. Al descender la rasante, con recuperación, se *acorta* la longitud virtual de la línea.

Procediendo ahora ya de idéntico modo a como se hizo anteriormente, se encuentra:

$$\begin{aligned} L_{csv1} &= A_1 (ws + c + s) L_{cs} \\ L_{csv2} &= A_2 \eta_r (ws + c - s) L_{cs} \dots \quad (ws + c - s) < 0 \end{aligned}$$

teniendo A_1 y A_2 , coeficientes característicos, los mismos valores constantes ya hallados.

Repitiendo estas consideraciones en todas las alineaciones y rasantes, y sumando los diversos valores de L_{csv1} y L_{csv2} así encontrados, resulta para la *longitud virtual total*, en el viaje de *ida* y en el de *vuelta*:

$$L_{v1} = \Sigma L_{csv1} = A_1 \Sigma (ws + c \pm s) L_{cs} \cdot \begin{cases} 1 - \text{si } ws + c \pm s > 0 \\ \eta_r - \text{si } ws + c - s < 0 \end{cases} \quad [45]$$

$$L_{v2} = \Sigma L_{csv2} = A_2 \Sigma (ws + c \mp s) L_{cs} \cdot \begin{cases} 1 - \text{si } ws + c \mp s > 0 \\ \eta_r - \text{si } ws + c - s < 0 \end{cases} \quad [46]$$

Las sumas Σ han de extenderse ahora, sin limitación ninguna, a todas las alineaciones c en todas las rasantes s de la línea real (en las rectas, será $c_s = 0$; en las horizontales, $s = 0$).

Lo mismo que antes, se tiene ahora:

$$\Sigma (ws + c \pm s) L_{cs} \cdot \begin{cases} 1 - \text{si } ws + c \pm s > 0 \\ \eta_r - \text{si } ws + c - s < 0 \end{cases} = T_1 = \text{Trabajo en llantas, por tonelada de tren, para realizar el viaje completo de ida, en la línea real, en kgm/t}$$

$$\Sigma (ws + c \mp s) L_{cs} \cdot \begin{cases} 1 - \text{si } ws + c \mp s > 0 \\ \eta_r - \text{si } ws + c - s < 0 \end{cases} = T_2 = \text{Trabajo en llantas, por tonelada de tren, para realizar el viaje completo de vuelta, en la línea real, en kgm/t}$$

Estos trabajos por tonelada, T_1 o T_2 , pueden tomar en este caso valores negativos, uno de ellos, no los dos a la vez, naturalmente.

Las longitudes virtuales, en m, vendrán expresadas, como siempre, en la forma sencilla:

$$L_{v1} = A_1 T_1 \quad [17]$$

$$L_{v2} = A_2 T_2 \quad [18]$$

con las significaciones indicadas para T_1 y T_2 , y siendo A_1 y A_2 coeficientes característicos para cada

línea real, dados por las fórmulas generales [19] y [20], que se convierten en las [23] y [24], [25] y [26], [27] y [28], en los tres casos diversos que pueden presentarse ($Q = Q_1 = Q_2$; $Q = Q_1 > Q_2$; $Q = Q_2 < Q_1$).

Los coeficientes virtuales, α_1 y α_2 , serán, lo mismo que antes:

$$\alpha_1 = \frac{L_{v1}}{L} = A_1 \frac{\sum (\omega_s + c_s \pm s) L_{cs} \cdot \begin{cases} 1 - \text{si } (\omega_s + c_s \pm s) > 0 \\ \eta_r - \text{si } (\omega_s + c_s - s) < 0 \end{cases}}{\sum L_{cs}} = A_1 \frac{T_1}{L} \quad [47]$$

$$\alpha_2 = \frac{L_{v2}}{L} = A_2 \frac{\sum (\omega_s + c_s \mp s) L_{cs} \cdot \begin{cases} 1 - \text{si } (\omega_s + c_s \mp s) > 0 \\ \eta_r - \text{si } (\omega_s + c_s - s) < 0 \end{cases}}{\sum L_{cs}} = A_2 \frac{T_2}{L} \quad [48]$$

Al aplicar numéricamente estas fórmulas, pueden tomarse, para d , f y ω_h los valores ya dados anteriormente, en el caso de la tracción eléctrica sin recuperación, con las mismas expresiones de ω_s y de c_s . Los coeficientes característicos A_1 y A_2 vendrán, pues, dados, con esos valores numéricos de d , f , y ω_h , tanto para la vía normal española como para la vía de un metro, por las fórmulas [35] y [36], o [37] y [38], o [39] y [40].

Con objeto de hacer ver la disminución de las longitudes virtuales obtenida en la tracción eléctrica con la recuperación de energía, a continuación se incluyen unas tablas en las que se dan los resultados del cálculo de los coeficientes virtuales, tomando $\eta_r = 0,57$, en líneas constituidas por una sola alineación recta y una sola rasante, en función de las diversas inclinaciones, para el caso de existir la recuperación, y suponiendo, como siempre, el caso 1.º, $Q_1 = Q_2$. Las velocidades en cada rasante, rampa o pendiente te, se toman iguales a las adoptadas para el cálculo de las tablas análogas en la tracción eléctrica sin recuperación.

Tabla de coeficientes virtuales en la tracción eléctrica con recuperación de energía

VIAJE EN RAMPA (IDA)

Rampa constante + s ‰	Velocidad V km/h	Resistencia ($\omega_s + s$) kg/t ($c_s = 0$)	Coficiente virtual α_1
0,0	45	3,51	1,00
1,0	45	4,51	1,29
2,0	45	5,51	1,59
3,0	45	6,51	1,89
3,51	45	7,02	2,05
4,0	45	7,51	2,20
5,0	45	8,51	2,50
10,0	40	13,30	4,05
15,0	36	18,15	5,71
20,0	33	23,04	7,51
25,0	31	27,98	9,44
30,0	30	32,95	11,57

Tabla de coeficientes virtuales en la tracción eléctrica con recuperación de energía

VIAJE EN PENDIENTE (VUELTA)

Pendiente constante — s ‰	Velocidad V km/h	Resistencia ($\omega_s + s$) kg/t ($c_s = 0$)	Coficiente virtual α_2
0,0	45	3,51	1,00
1,0	45	2,51	0,72
2,0	45	1,51	0,43
3,0	45	0,51	0,15
3,51	45	0	0
4,0	45	— 0,49	— 0,08
5,0	45	— 1,49	— 0,25
10,0	40	— 6,70	— 1,16
15,0	36	— 11,85	— 2,13
20,0	33	— 16,96	— 3,14
25,0	31	— 22,02	— 4,24
30,0	30	— 27,05	— 5,40

Tabla de coeficientes virtuales en la tracción eléctrica con recuperación de energía

VIAJE COMPLETO (IDA Y VUELTA)

Rasante constante s ‰	Coficiente virtual Viaje de ida α_1	Coficiente virtual Viaje de vuelta α_2	Coficiente virtual Viaje completo $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$
0,0	1,00	1,00	2,00
1,0	1,29	0,72	2,01
2,0	1,59	0,43	2,02
3,0	1,89	0,15	2,04
3,51	2,05	0	2,05
4,0	2,20	— 0,08	2,12
5,0	2,50	— 0,25	2,25
10,0	4,05	— 1,16	2,89
15,0	5,71	— 2,13	3,58
20,0	7,51	— 3,14	4,37
25,0	9,44	— 4,24	5,20
30,0	11,57	— 5,40	6,17

En las dos tablas adjuntas se comparan estos coeficientes virtuales para el viaje completo (ida y vuelta)

en la tracción eléctrica con recuperación, con los antes hallados para la tracción eléctrica sin recuperación y para la tracción por vapor.

Del examen de estas tablas comparativas se deducen las siguientes interesantes consecuencias (no ha de olvidarse que se trata de la hipótesis $Q_1 = Q_2$, caso 1.º, y de líneas teóricas en recta, con una sola rasante):

a) Ventajas obtenidas con la recuperación en la tracción eléctrica:

1) A partir de la pendiente para la cual puede existir recuperación (en el caso presente, la pendiente 3,51 por 1000), ésta produce una disminución en la longitud virtual de las líneas electrificadas.

2) La disminución es tanto mayor cuanto mayor es la inclinación media de la línea.

3) A partir de 5 por 1000 de inclinación, la reducción del coeficiente virtual es muy importante, llegando a ser de un 46,7 por 100 en líneas de 30 por 1000 de pendiente.

4) Para una inclinación media entre 10 y 20 por 1000, el acortamiento de las longitudes virtuales, por la recuperación, oscila entre un 28,6 por 100 y un 41,8 por 100.

b) Ventajas obtenidas con la tracción eléctrica con recuperación respecto a la tracción por vapor:

1) En todos los casos, la tracción eléctrica con frenado por recuperación produce una disminución en la longitud virtual de las líneas, respecto a la que existe con la tracción por vapor; disminución que se acentúa en las líneas de suficiente inclinación para que en ellas pueda aplicarse la recuperación (más de 3,51 por 1000 en el presente caso).

2) Este acortamiento de la longitud virtual crece con la inclinación media de la línea.

3) A partir de 5 por 1000 de inclinación, la disminución del coeficiente virtual es muy importante, llegando a ser de un 56,0 por 100 en rasantes constantes de 20 por 1000, y de un 66,0 por 100 en rasantes constantes de 30 por 1000.

4) Para líneas de una inclinación media entre 10 y 20 por 1000, la reducción de las longitudes virtuales oscila entre un 38,5 por 100 y un 56,0 por 100.

Coeficientes virtuales en la tracción eléctrica sin y con recuperación

VIAJE DE IDA Y VUELTA

Rasante constante $s \text{ ‰}$	COEFICIENTES VIRTUALES		DISMINUCIÓN	
	Tracción eléctrica sin recuperación	Tracción eléctrica con recuperación	En valor absoluto	En ‰
0,0	2,00	2,00	0	0
1,0	2,01	2,01	0	0
2,0	2,02	2,02	0	0
3,0	2,04	2,04	0	0
4,0	2,20	2,12	0,08	3,6
5,0	2,50	2,25	0,25	10,0
10,0	4,05	2,89	1,16	28,6
15,0	5,71	3,58	2,13	37,3
20,0	7,51	4,37	3,14	41,8
25,0	9,44	5,20	4,24	45,0
30,0	11,57	6,17	5,40	46,7

Coeficientes virtuales en la tracción por vapor y en la tracción eléctrica con recuperación

VIAJE DE IDA Y VUELTA

Rasante constante $s \text{ ‰}$	COEFICIENTES VIRTUALES		DISMINUCIÓN	
	Tracción por vapor	Tracción eléctrica con recuperación	En valor absoluto	En ‰
0,0	2,00	2,00	0	0
1,0	2,03	2,01	0,02	1,0
2,0	2,06	2,02	0,04	1,9
3,0	2,09	2,04	0,05	2,4
4,0	2,38	2,12	0,26	10,9
5,0	2,76	2,25	0,51	18,5
10,0	4,70	2,89	1,81	38,5
15,0	7,06	3,58	3,48	49,3
20,0	9,95	4,37	5,58	56,0
25,0	13,55	5,20	8,35	61,6
30,0	18,15	6,17	11,98	66,0

VI

Aplicación de las longitudes virtuales al estudio económico de las electrificaciones

Sean Lv_1 y Lv_2 las longitudes virtuales, ida y vuelta, calculadas para una cierta línea dada.

Según la definición de las longitudes virtuales, los consumos de energía en llantas de la locomotora real en la línea real, para el viaje completo de ida y vuelta, son iguales a:

$$\omega_h(M_{lv} + Q_1)Lv_1 + \omega_h(M_{lv} + Q_2)Lv_2 \quad \text{kgmt} \quad [49]$$

cumpliéndose al mismo tiempo la condición de buen aprovechamiento de la adherencia,

$$fM_{av} = \omega_h(M_{lv} + Q_1)$$

De esta ecuación se deduce

$$M_{lv} = \frac{\omega_h Q_1}{f \times \frac{1}{d} - \omega_h}$$

Sustituyendo este valor en la expresión [49] del consumo total de energía, y simplificando, resulta:

$$\begin{aligned} \text{Consumo de energía en llantas} &= \frac{\omega_h f Q_1}{f - d\omega_h} Lv_1 + \\ &+ \frac{\omega_h^2(r-1)Q_2d + \omega_h f Q_2}{f - d\omega_h} Lv_2 \quad \text{kgmt} \quad [50] \end{aligned}$$

TRACCIÓN POR VAPOR.

Sean:

C = kg de carbón necesarios para tener un kgmt en llantas de las locomotoras de vapor.

p_c = precio del kg de carbón, puesto en el tender, en pesetas.

El coste de la tracción por vapor (energía), para un viaje de ida y vuelta será, en pesetas:

$$G_v = Cp_c \left[\frac{\omega_h f Q_1}{f - d\omega_h} Lv_1 + \frac{\omega_h^2(r-1)Q_2d + \omega_h f Q_2}{f - d\omega_h} Lv_2 \right] \quad [51]$$

Si en el año hay n viajes completos, el gasto anual será, en pesetas:

$$nG_v = nCp_c \left[\frac{\omega_h f Q_1}{f - d\omega_h} L_{v1} + \frac{\omega_h^2 (r-1) Q_2 d + \omega_h f Q_2}{f - d\omega_h} L_{v2} \right] \quad [52]$$

TRACCIÓN ELÉCTRICA

Sean:

k = kw-h en la alimentación de las subestaciones, corriente alterna trifásica a alta tensión, necesarios para tener un kgmt en llantas de las locomotoras eléctricas.

p_k = precio del kw-h en la alimentación, en pesetas.

El coste de la tracción eléctrica (energía), para un viaje de ida y vuelta será, en pesetas:

$$G_e = Kp_k \left[\frac{\omega_h f Q_1}{f - d\omega_h} \times L_{v1} + \frac{\omega_h^2 (r-1) Q_2 d + \omega_h f Q_2}{f - d\omega_h} L_{v2} \right] \quad [53]$$

Si en el año hay n viajes completos, el gasto anual será, en pesetas:

$$nG_e = nKp_k \left[\frac{\omega_h f Q_1}{f - d\omega_h} \times L_{v1} + \frac{\omega_h^2 (r-1) Q_2 d + \omega_h f Q_2}{f - d\omega_h} L_{v2} \right] \quad [54]$$

COMPARACIÓN ENTRE LA TRACCIÓN POR VAPOR Y LA TRACCIÓN ELÉCTRICA

Ha de tenerse muy en cuenta que los valores de ω_h , f , d , L_{v1} y L_{v2} , no son los mismos en las fórmulas [51], [52] (tracción por vapor) que en las [53], [54] (tracción eléctrica).

Calculando, para una línea real dada, el valor [52], y el [54], y restando el segundo del primero, se obtiene una cifra aproximada del ahorro producido por la electrificación de la línea, por lo que se refiere al coste de la energía para la tracción, en los trenes de mercancías, únicos aquí considerados.

VALORES NUMÉRICOS

Tracción por vapor. — Ya vimos anteriormente que puede tomarse

$$d = 2; \quad f = 140 \text{ kg/t}; \quad \omega_h = 3,22 \text{ kg/t}$$

En cuanto a C , vale por término medio, en las modernas locomotoras de vapor, teniendo presente los consumos improductivos de carbón (puesta en presión, paradas, etc.):

$$C = 1,11 \times 10^{-5} \text{ kg/kgmt} \quad (3 \text{ kg/caballo-hora})$$

El precio del carbón, p_c , oscila actualmente entre

$$p_c = 0,050 \div 0,070 \text{ ptas/kg}$$

Tracción eléctrica. — Como anteriormente se indicó, puede hacerse

$$d = 1 \quad f = 160 \text{ kg/t} \quad \omega_h = 3,51 \text{ kg/t}$$

Para valor de K , habida cuenta de todos los rendimientos, puede tomarse, aproximadamente,

$$K = \frac{1}{0,85 \times 0,90 \times 0,85} \times \frac{1}{3,67 \times 10^5} = 0,42 \times 10^{-5} \text{ kw-h/kgmt}$$

El precio del kw-h, en corriente alterna trifásica, alta tensión, es corrientemente una función del factor de carga. En la actualidad, y para el factor de carga medio de las electrificaciones, este precio oscila entre

$$p_k = 0,07 \div 0,12 \text{ ptas/kwh}$$

VII

Ejemplo concreto de utilización de las fórmulas obtenidas

Vamos a aplicar numéricamente las fórmulas deducidas al caso concreto de la Rampa de Pajares (Ujo-Busdongo), de 62,040 km de longitud, cuya electrificación ha quedado terminada en el verano del año 1924.

Consideraremos separadamente los tres casos siguientes: a), tracción por vapor; b), tracción eléctrica sin recuperación; c), tracción eléctrica con recuperación. Para cada uno se calcularán las longitudes virtuales y el coste de la energía empleada en la tracción de los trenes de mercancías.

TRACCIÓN POR VAPOR

Las velocidades de los trenes de mercancías en la explotación por vapor de la Rampa de Pajares no eran muy diferentes a las supuestas anteriormente, en general, para la tracción por vapor de los trenes de mercancías. El valor de ω_h será, pues, aproximadamente, el ya calculado. Las cifras $d = 2$ y $f = 140$ kilogramos por tonelada pueden también emplearse en el presente caso. Por tanto, los coeficientes característicos A_1 y A_2 vendrán dados por las fórmulas [29] y [30], o [31] y [32], o [33] y [34].

En la Rampa de Pajares, el mayor esfuerzo tractor en llantas,

$$(\omega_{sm} + c_{sm} \pm s_m) (M_t + Q)$$

tiene lugar para los trenes ascendentes, de Ujo a Busdongo, que son también los de mayor peso remolcado. Es decir, en este caso, $Q = Q_1$, y el viaje de «ida» (Q_1) corresponde al viaje ascendente, en rampa, y el de «vuelta» (Q_2) al viaje descendente, en pendiente. Los tráficos no son iguales, como se acaba de decir, sino que se está en el caso más general de ser $Q_1 > Q_2$.

Puesto que $Q = Q_1 > Q_2$, han de aplicarse las fórmulas [25] y [26] del caso 2.º para los coeficientes característicos A_1 y A_2 , que con los valores numéricos de d , f y ω_h son las [31] y [32].

Los pesos remolcados Q_1 , Q_2 , valen, por término medio,

$$Q_1 = 330 \text{ t} \quad Q_2 = 200 \text{ t}$$

$$r = \frac{Q_1}{Q_2} = 1,65$$

Q_1 corresponde a dos locomotoras, pues se empleaba la doble tracción en la explotación por vapor; y Q_2 se refiere también a dos locomotoras descendentes, aunque una de ellas bajase aislada. (Recuérdense las observaciones hechas al definir Q_1 y Q_2 .)

La resistencia $\omega_s + c_s$, podemos tomarla para simplificar el presente cálculo—cuyo objeto es sólo mostrar la aplicación de las fórmulas obtenidas—, con

un valor medio constante para todas las alineaciones, rectas y curvas, igual a

$$4,7 \text{ kg/t}$$

Este valor tiene ya en cuenta el importante porcentaje de curvas de pequeño radio, y comprende para ω_s una cantidad función de la velocidad media V que existía en la explotación por vapor.

La resistencia por tonelada será, pues, en general,

$$4,7 \pm s \text{ kg/t}$$

El mayor esfuerzo total de tracción en llantas de las locomotoras se presenta en la rampa

de 20 por 1 000, con las 330 toneladas remolcadas;

$$\omega_{sm} + c_{sm} \pm s_m = 4,7 + 10 = 24,7 \text{ kg/t}$$

Sustituyendo en [31] y [32], se obtiene:

$$A_1 = \frac{20,739}{70 - 24,7} = 0,456 \text{ t/kg}$$

$$A_2 = \frac{20,739}{70 - 24,7} \times \frac{24,7(1,65 - 1) + 70}{3,22(1,65 - 1) + 70} = 0,545 \text{ t/kg}$$

Los trabajos por tonelada para el recorrido de ida (Ujo-Busdongo) y el de vuelta (Busdongo-Ujo), valen, teniendo presente el perfil:

$$T_1 = \Sigma(4,7 \pm s) L_{cs} \cdot \begin{cases} 1 - \text{si } (4,7 \pm s) > 0 \\ 0 - \text{si } (4,7 - s) < 0 \end{cases} = 1303870 \text{ kgmt/t}$$

$$T_2 = \Sigma(4,7 \mp s) L_{cs} \cdot \begin{cases} 1 - \text{si } (4,7 \mp s) > 0 \\ 0 - \text{si } (4,7 - s) < 0 \end{cases} = 69950 \text{ kgmt/t}$$

Las longitudes virtuales son, por tanto:

$$(\text{Ujo-Busdongo}) L_{v_1} = A_1 T_1 = 595\,000 \text{ m} = 595 \text{ km}; \quad (\text{Busdongo-Ujo}) L_{v_2} = A_2 T_2 = 38\,100 \text{ m} = 38,1 \text{ km}$$

$$L_v = L_{v_1} + L_{v_2} = 633\,100 \text{ m} = 633,1 \text{ km}$$

y los coeficientes virtuales:

$$\alpha_1 = \frac{L_{v_1}}{L} = \frac{595\,000}{62\,640} = 9,58$$

$$\alpha_2 = \frac{L_{v_2}}{L} = \frac{38\,100}{62\,640} = 0,61$$

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = 10,19$$

Admitiendo una media de 9 trenes de mercancías diarios ascendentes y descendentes (3 285 al año), de la composición indicada, el gasto anual para la energía resulta ser, con los valores

$$C = 1,11 \times 10^{-5} \text{ kg/kgmt y } p_c = 0,055 \text{ ptas/kg}$$

$$nG_v = 3\,285 \times 1,11 \times 10^{-5} \times 0,055 \left[\frac{3,22 \times 140 \times 330}{140 - 2 \times 3,22} \times 595\,000 + \frac{3,22^2 \times 0,65 \times 100 \times 2 + 3,22 \times 140 \times 200}{140 - 2 \times 3,22} \times 38\,100 \right]$$

Haciendo operaciones se obtiene:

$$nG_v = 1\,380\,000 \text{ ptas.}$$

El mayor esfuerzo tractor total en llantas de la locomotora se presenta en la rampa de 20 por 1 000, con $Q_1 = 330 \text{ t}$;

$$\omega_{sm} + c_{sm} \pm s_m = 5 + 20 = 25 \text{ kg/t}$$

TRACCIÓN ELÉCTRICA SIN RECUPERACIÓN

Con la tracción eléctrica sin recuperación, se tiene, del mismo modo

$$Q = Q_1 = 330 \text{ t (Ujo-Busdongo)}$$

$$Q_2 = 200 \text{ t (Busdongo-Ujo)}$$

$$r = \frac{Q_1}{Q_2} = 1,65$$

La resistencia $\omega_s + c_s$, la tomamos, aproximadamente, con un valor medio constante para todas las alineaciones, rectas y curvas, igual a

$$5 \text{ kg/t}$$

Este valor tiene ya en cuenta el porcentaje de curvas, y es algo mayor al adoptado antes, por las mayores velocidades existentes en la tracción eléctrica, lo cual influye en la cuantía de ω_s .

Las fórmulas que han de emplearse para A_1 y A_2 son, en este caso, las [25] y [26] (caso 2.º, $Q = Q_1 > Q_2$), con los valores numéricos $d = 1$, $i = 160$ kilogramos/tonelada, $\omega_h = 3,51 \text{ kg/t}$, correspondientes a la tracción eléctrica; por tanto, los coeficientes característicos A_1 y A_2 vienen dados por las fórmulas numéricas [37] y [38], resultando, con los valores de $(\omega_{sm} + c_{sm} \pm s_m)$ y r :

$$A_1 = \frac{44\,584}{160 - 25} = 0,330 \text{ t/kg}$$

$$A_2 = \frac{44,584}{160 - 25} \times \frac{25(1,65 - 1) + 160}{3,51(1,65 - 1) + 160} = 0,358 \text{ t/kg}$$

Los trabajos por tonelada para el recorrido de ida (Ujo-Busdongo) y el de vuelta (Busdongo-Ujo), valen:

$$T_1 = \Sigma(5 \pm s) L_{cs} \cdot \begin{cases} 1 - \text{si } (5 \pm s) > 0 \\ 0 - \text{si } (5 - s) < 0 \end{cases} = 1\,321\,930 \text{ kgmt/t}$$

$$T_2 = \Sigma(5 \mp s) L_{cs} \cdot \begin{cases} 1 - \text{si } (5 \mp s) > 0 \\ 0 - \text{si } (5 - s) < 0 \end{cases} = 72\,250 \text{ kgmt/t}$$

Las longitudes virtuales son.

$$\begin{aligned} \text{(Ujo-Busdongo)} L_{v1} &= A_1 T_1 = 436\,000 \text{ m} = 436 \text{ km}; & \text{(Busdongo-Ujo)} L_{v2} &= A_2 T_2 = 25\,900 \text{ m} = 25,9 \text{ km} \\ L_v &= L_{v1} + L_{v2} = 461\,900 \text{ m} = 461,9 \text{ km} \end{aligned}$$

y los coeficientes virtuales:

$$a_1 = \frac{L_{v1}}{L} = \frac{436\,000}{62\,040} = 7,04 \quad a_2 = \frac{L_{v2}}{L} = \frac{25\,900}{62\,040} = 0,42 \quad a = a_1 + a_2 = 7,48$$

El gasto anual para la energía con la tracción eléctrica, para el mismo número de trenes de mercancías supuesto (9 diarios en cada sentido), y con los valores

$$K = 0,42 \times 10^{-5} \text{ kw-h/kgmt}; \quad p_k = 0,10 \text{ ptas/kw-h}$$

resulta ser:

$$nG_e = 3\,285 \times 0,42 \times 10^{-5} \times 0,10 \left[\frac{3,51 \times 160 \times 330}{160 - 3,51} \times 436\,000 + \frac{3,51^2 \times 0,65 \times 200 + 3,51 \times 160 \times 200}{160 - 3,51} \times 25\,900 \right]$$

Haciendo operaciones, se encuentra:

$$nG_e = 740\,000 \text{ ptas}$$

TRACCIÓN ELÉCTRICA CON RECUPERACIÓN

Este es el caso que verdaderamente se presenta en la explotación eléctrica de Pajares, puesto que las locomotoras llevan frenado eléctrico por recuperación de energía, que se emplea constantemente en las pendientes.

Para valores numéricos tendremos, igual que en la tracción eléctrica sin recuperación,

$$Q = Q_1 = 330 \text{ t}; \quad Q_2 = 200 \text{ t}; \quad r = \frac{Q_1}{Q_2} = 1,65$$

$$\omega_s + c_s \pm s = 5 \pm s \quad \text{kg/t}$$

$$\omega_{sm} + c_{sm} \pm s_m = 25 \quad \text{kg/t}$$

$$A_1 = \frac{44,584}{160 - 25} = 0,330 \quad \text{t/kg}$$

$$A_2 = \frac{44,584}{160 - 25} \times \frac{25(1,65 - 1) + 160}{3,51(1,65 - 1) + 160} = 0,358 \quad \text{t/kg}$$

Al calcular los trabajos por tonelada para el recorrido de ida (Ujo-Busdongo), y el de vuelta (Bus-

dongo-Ujo), hay ahora que tener presente la recuperación; con el valor $\eta_r = 0,57$, que viene a ser, aproximadamente el que existe en Pajares, se obtiene:

$$T_1 = \Sigma(5 \pm s) L_{cs} \cdot \begin{cases} 1 & \text{si } (5 \pm s) > 0 \\ 0,57 - \text{si } (5 - s) < 0 \end{cases} = 1\,306\,130 \text{ kgmt/t}$$

$$T_2 = \Sigma(5 \mp s) L_{cs} \cdot \begin{cases} 1 & \text{si } (5 \mp s) > 0 \\ 0,57 - \text{si } (5 - s) < 0 \end{cases} = -353\,250 \text{ kgmt/t}$$

Las longitudes virtuales son:

$$\begin{aligned} \text{(Ujo-Busdongo)} L_{v1} &= A_1 T_1 = 431\,000 \text{ m} = 431 \text{ km} \\ \text{(Busdongo-Ujo)} L_{v2} &= A_2 T_2 = -126\,000 \text{ m} = -126 \text{ km} \\ L &= L_{v1} + L_{v2} = 305\,000 \text{ m} = 305 \text{ km} \end{aligned}$$

y los coeficientes virtuales:

$$a_1 = \frac{L_{v1}}{L} = \frac{431\,000}{62\,040} = 6,95$$

$$a_2 = \frac{L_{v2}}{L} = -\frac{126\,000}{62\,040} = -2,03$$

$$a = a_1 + a_2 = 4,92$$

El gasto anual para la energía con la tracción eléctrica con recuperación, resulta ser:

$$nG_e = 3\,285 \times 0,42 \times 10^{-5} \times 0,10 \left[\frac{3,51 \times 160 \times 330}{160 - 3,51} \times 431\,000 - \frac{3,51^2 \times 0,65 \times 200 + 3,51 \times 160 \times 200}{160 - 3,51} \times 126\,000 \right]$$

o sea $nG_e = 580\,000 \text{ ptas.}$

Comparando la tracción por vapor con la tracción eléctrica con recuperación, se encuentran los siguientes resultados:

	Tracción por vapor	Tracción eléctrica con recuperación	Diferencia %
Viaje de ida (Ujo-Busdongo) L_{v1}	595 000 m	431 000 m	27,6
Viaje de vuelta (Busdongo-Ujo) L_{v2}	38 100 m	-126 000 m	—
Viaje completo. L_v	633 100 m	305 000 m	51,8
Gasto anual para la energía.	1 380 000 pts	580 000 pts	58,0

El ahorro anual en la energía para la tracción en la Rampa de Pajares resulta ser, según estos cálculos, de unas 800 000 pesetas (58 por 100); en realidad, debe ser, y es, algo mayor, pues no se ha contado aquí con los trenes de viajeros, y además, la cifra $C \text{ kg/kgmt}$ era más fuerte en la tracción por vapor de la Rampa de Pajares de la que hemos supuesto.

Pedro José LUCIA
Ingeniero de Caminos