

tica de la Ingeniería; sus explicaciones son completamente teóricas.

La impresión que produce la visita a las Escuelas italianas, contrastada con la lectura de sus planes de estudio y de los programas de las diferentes materias, es que en ellas se da una gran cantidad de conocimientos generales, para que luego personalmente cada alumno se especialice en aquello que cumple a sus aficiones o que la suerte le ofrece, y así se comprende que, comparando nuestros planes de estudio con los que tienen las Escuelas de Milán y Turín, que son las más semejantes a la nuestra, resulta que ellos dan en cinco años lo que en nosotros requiere por lo menos siete, pues no hay que olvidar que lo allí exigido en el año preparatorio o de ciencias físico-matemáticas; es decir, dentro de la Escuela, se pide aquí en los ejercicios de ingreso, y, aunque se tenga en cuenta la diferencia que pueda haber entre lo que se necesita para entrar en sus Universidades o en sus Escuelas y nuestro Bachillerato, es lo cierto que un ingeniero necesita en España ocho años para terminar su estudio, y ellos pueden hacerlo muy bien en seis.

No es de extrañar que para nutrir los Cuerpos del Estado, por ejemplo, para ingresar en el Real Cuerpo de Ingenieros Civiles, los que tienen a su cargo todas las Obras públicas de Italia, hay que

triunfar en concursos (nosotros lo llamaríamos oposiciones), y así, después de grandes y difíciles ejercicios, se consigue reclutar lo más escogido de los laureados de las Escuelas citadas, y que hasta han considerado necesario crear el *Examen del Estado* como medio de asegurarse de la capacidad de aquellos a quienes han de encargar de las obras importantes y de la dirección de las grandes industrias.

Mucho más podríamos decir de la instrucción técnica en Italia (sobre nuestra mesa están los programas, planes de estudio, horarios, anuarios y hasta los grandes carteles oficiales en donde se recuerda a los alumnos sus obligaciones y derechos); no ha sido lo expuesto más que una rápida reseña de lo que también muy rápidamente hemos visto y que, a pesar de haber sido muy atentamente informados por los directores, profesores y por todo el personal de las seis más importantes Escuelas, recibiendo atenciones que nunca agradeceremos bastante, no puede considerarse más que como una impresión, eso sí, muy favorable, de la gran altura a que hoy se encuentran, que seguramente ha de aumentar, sobre todo si la autonomía les proporciona mayores recursos, para mayor prosperidad de la nación hermana, a la que tanto contribuyen los numerosos técnicos que sus Escuelas de Ingenieros educan.

Enrique COLÁS
Profesor de la Escuela de C., C. y P.

Insuficiencia del funicular del peso propio, considerado como la forma más adecuada de los arcos de fábrica

Casi a un tiempo me han llegado estos dos libros excelentes: *Ponts en maçonnerie*, de Gay, y *Mecánica elástica*, de Peña.

Ocúpanse ambos autores de la figura de los arcos, por la definición de su directriz o fibra media, como funicular o antifunicular (va en gustos el decirlo de uno u otro modo) de las cargas.

En dos sencillos artículos, publicados en nuestra REVISTA, en los años 1923 y 1924, intenté, siguiendo a Freyssinet, justificar también que la figura más adecuada de los arcos de fábrica se obtenía dando a la fibra media la del funicular del peso propio de los mismos.

Un hallazgo, casi por completo casual, me permite afirmar hoy que no hay tal cosa, y puedo asegurar que en ningún caso cabe decir de un modo concluyente que la forma más adecuada de los arcos sea la figura del funicular indicado.

Tal consecuencia, capaz de liberar al proyectista, de catenarias, logarítmicas y otras rarezas menudas o portentosas de la elucubración, creo que merece ser sacada a luz. Por lo que se ha compuesto el presente artículo, en el que, de la más fácil manera, trátase de probar las manifestaciones precedentemente hechas, mediante la predicación con el ejemplo o con los sencillos ejemplos que siguen.

* * *

Comencemos por suponer tres puentes de fábrica diferentes y, por ello, con diferentes leyes de varia-

ción de su peso propio. Circunstancia esta última que no obsta para que los tres puentes consten de un solo arco y que los tres arcos a considerar sean de la misma luz.

Puente I.—Tiene su peso propio variable, aumentando, desde 10 000 kg por metro de luz en la clave, hasta 22 000 kg en los arranques del arco, siendo la variación conforme a la ley

$$p_I = 22\,000 - 48\,000(X - X^2) \quad [1]$$

(X es la abscisa unitaria—véase para ello, como para ejes y demás notaciones y expresiones, etc., de este artículo, el titulado «Aplicaciones del ejercicio décimoséptimo de Zafra», en el número 2 424 de la REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS.)

Puente II.—Su peso propio es una carga uniforme de 14,000 kg por metro de luz, o sea

$$p_{II} = 14\,000 \quad [2]$$

Puente III.—Su peso propio disminuye desde 14,500 kg por metro de luz, en la clave, hasta 13,000 kilogramos en los arranques, conforme a la ley

$$p_{III} = 13\,000 + 6\,000(X - X^2) \quad [3]$$

Hágase en las expresiones que preceden $X = 0$ y $X = 1,00$ y se obtendrá el peso unitario correspondiente a los arranques; hágase $X = 0,50$ (que es la abscisa unitaria correspondiente a la clave) y se ob-

tendrán los respectivos pesos por metro de puente en clave, detallados en cada uno de ellos.

* * *

Los arcos empotrados de esos tres puentes de fábrica diferentes que vamos a considerar, son exactamente iguales, y los elementos que los determinan son estos:

Luz (L) y flecha (f) de la fibra media, 40 m y 7 m, respectivamente.

Figura de la fibra media, arco parabólico de segundo grado que tiene por ecuación

$$y = 28 (X - X^2) \quad [4]$$

Espesor del arco en la clave, 1 m.

Ley de variación de los espesores, es la que da esta ley de variación de los momentos de inercia

$$I = \frac{I_c}{\cos \alpha};$$

La fuerza vertical o peso P , produce los siguientes esfuerzos y momentos, según las abscisas unitarias (X) de su punto de aplicación (véase el número 2424 de la REVISTA).

Momento flector en la sección de arranque

$$M_a = 40PX(1 - 2,45X)(1 - X)^2 \quad [5]$$

Esfuerzo normal en la sección de arranque

$$N_a = 0,5735P(30X^2 + 2X + 1)(1 - X)^2 \quad [6]$$

Momento flector en la sección de clave:
Para $0 < X < 0,50$

$$M_c = 20P[2,45(X(1 - X))^2 - X^2] \quad [7]$$

Para $0,50 < X < 1$

$$M_c = 20P[2,45(X(1 - X))^2 - (1 - X)^2] \quad [8]$$

Esfuerzo normal (empuje) en la sección de clave

$$N_c = 21P(X(1 - X))^2 \quad [9]$$

* * *

¿Qué pesan, en totalidad, los puentes I, II y III de nuestros ejemplos? Las expresiones [1], [2] y [3] son casos particulares de esta otra

$$p = A - 4(A - C)(X - X^2) \quad [10]$$

Sustitúyanse por A los pesos del metro de tramo, en los arranques, y por C los del metro de puente, en la clave, dados para cada uno de los puentes I, II y III, y se obtendrán las expresiones [1], [2] y [3] de las leyes de variación del peso propio de cada puente.

El puente II pesa 14.000 kg por metro de luz; siendo ésta 40 m, el peso total es

$$14\,000L = 14\,000 \times 40 = 560\,000 \text{ kgs.}$$

Siendo el peso de un tramo o puente variable, según la expresión [10], se obtiene el peso total por sencilla integración, teniendo presente que el peso correspondiente al elemento de luz LdX es $pLdX$.

La integración, aplicada a la expresión [10], da este peso total

$$T = \frac{L}{3} (A + 2C) \quad [11]$$

Y sustituyendo A y C por sus valores en los puentes I y III, se obtienen estos pesos totales:

Puente I:

$$T_I = \frac{40}{3} [22\,000 + 2 \cdot 10\,000] = 560\,000 \text{ kgs.}$$

Puente III:

$$T_{III} = \frac{40}{3} [13\,000 + 2 \cdot 14\,500] = 530\,000 \text{ kgs.}$$

Sobra la explicación, al lector, de que, al fijar los datos para los tres puentes que constituyen los ejemplos de este artículo, se procuró que los tres tramos fueran de igual peso total.

* * *

Las expresiones [5] a [9] dan las reacciones debidas al peso P ; sustituyendo por P los pesos elementales $pLdX$ ó $40pdX$, y sustituyendo por p el valor que da la expresión [10], y haciendo las integraciones entre los límites cero y +1, obtendremos los valores de momentos y esfuerzos normales debidos al peso propio en los arcos en que se verifique que este peso propio varíe según ley parabólica, como la que representa la expresión [10], desde C por metro en la clave hasta A por metro de luz en los arranques.

Los resultados de la integración, en el arco de nuestros ejemplos, son:

Momento flector en la sección de arranque

$$8A - 5,333C \quad [12]$$

Esfuerzo normal en la sección de arranque

$$7,100A + 27,307C \quad [13]$$

Momento flector en la sección de clave

$$2,666A - 4C \quad [14]$$

Esfuerzo normal en la sección de clave

$$4A + 24C \quad [15]$$

Variando, conforme a la ley que representa la expresión [10], el peso propio de los arcos de los tres puentes de nuestros ejemplos, por esas expresiones [12] a [15], pueden calcularse los esfuerzos en clave y arranques de nuestros puentes I, II y III sin más que sustituir C y A por los valores correspondientes a cada puente. Así se ha hecho, y en el cuadro que sigue aparece la recopilación de datos y resultados:

	Puente I	Puente II	Puente III
Valores de C	10 000	14 000	14 500
Valores de A	22 000	14 000	13 000
Momentos flectores debidos al peso propio, en los arranques	+ 122 667	+ 37 333	+ 26 667
Esfuerzos normales debidos al peso propio, en los arranques	429 270	481 698	488 251
Momentos flectores debidos al peso propio, en la clave	+ 18 667	— 18 667	— 24 333
Esfuerzos normales debidos al peso propio, en la clave	328 000	392 000	400 000
Excentricidades en los arranques	+ 0,286	+ 0,077	+ 0,055
Excentricidades en las claves	+ 0,057	— 0,048	— 0,061

Como se dijo, el peso propio en el puente II es una carga uniformemente repartida por metro de luz. Según los conocimientos más elementales de Estática, el funicular correspondiente al peso propio es un arco de parábola de segundo grado. Esa parábola de segundo grado, según el cuadro precedente, no coincide, no es igual que la parábola de la fibra media elegida para los arcos de los puentes de nuestros ejemplos. La funicular, la curva de las presiones mejor dicho, en la clave, está 0,048 m por encima de la fibra media adoptada, y, en los arranques o en las secciones de arranque, esa fibra media es la que está por encima de la curva de las presiones, distando de ella 0,077 m.

Lógico es que esas dos parábolas sean diferentes. El polígono funicular de estática se materializa, como la forma de equilibrio de un sistema flexible, para una serie de cargas, sometiendo a tracción el hilo. Este hilo, que ha de ser absolutamente flexible e inextensible, en nada se parece a los arcos de puentes, sometidos a compresiones y por compresión deformables, y resistentes a los momentos de flexión.

Asimilar los cuerpos reales a los sólidos ideales de la Mecánica, en ocasiones conduce a las más disparatadas consecuencias. Tal el caso del mal llamado arco de *igual resistencia*. Calculan los autores este desdichado arco por un procedimiento que no convence a nadie, y llegan a obtener, para su directriz o fibra media, una logarítmica. Yo invito al lector a que, sometiendo ese arco infeliz a la ley de variación del peso propio que crea más adecuada, sea el arco solo o sea con sus tímpanos, etc., haga la deducción de los momentos flectores en la clave y en los arranques de ese arco, por el procedimiento analítico o gráfico que más le guste. Aseguro al operador que obtendrá para esos momentos valores diferentes de cero; y, si hay momentos en los arranques o en la clave, ¿se puede saber qué es lo que resta de la *igual resistencia*?

* * *

Comparemos los resultados del cuadro precedente, para los puentes I y II. El funicular del peso propio del puente I dista bastante de la parábola de la fibra media elegida para nuestros ejemplos. Se observa, por ello, gran diferencia en los mayores valores del momento flector (en relación con los cuales están, como es sabido, las cargas unitarias de trabajo del

material) con ventaja notable en el puente II sobre el puente I.

Puede decirse, con Freyssinet, con Gay, con Peña, con todos los autores, que es ventajoso el funicular del peso propio para figura de la fibra media o directriz de los arcos de fábrica; pero no es el funicular más que una primera aproximación, como se desprende de la comparación de los puentes II y III, que paso a hacer.

La ecuación del funicular del peso propio en el puente II puede ser la

$$y = 28 (X - X^2) \quad [4]$$

que anteriormente se dijo.

La ecuación del funicular del peso propio para el puente III, correspondiente a la anterior, o sea para los mismos polo y polígono de fuerzas, es

$$y = \frac{112}{57} [14X - 13X^2 - 2X^3 + X^4] \quad [16]$$

Si se representan las curvas de las expresiones [4] y [16], se observará que coinciden sensiblemente, lo cual evidencia, a la vista de los resultados del cuadro precedente, la importancia de la consideración de la figura de la fibra media de los arcos.

El peso propio en el puente III, que tiene una funicular de cuarto grado, como la curva de la expresión [16], aplicado a un arco parabólico de segundo, da *menores separaciones* entre la fibra media y la curva de las presiones, que el peso uniforme por metro de luz, que es el caso que se da en nuestro puente II.

Ello es aplastante prueba de que existe figura de arco más ventajosa que el funicular del peso propio. Lo que hay que buscar es la menor excentricidad o separación entre la curva de las presiones y la fibra media. Hay que hacer el interesante estudio de la figura de los arcos, con la mira de aproximarse todo lo posible a la coincidencia de ambas líneas, que entraña la mayor reducción de los momentos flectores, ya que éstos *no pueden* anularse ni, por tanto, ambas líneas coincidir, como no sea en el engendro fantástico y sin realidad alguna, en ningún caso, del mal llamado arco de *igual resistencia*, que tiene la *exclusiva* de resistir sólo a *simple* compresión (¡y tan simple!).

Calculemos las cargas unitarias de trabajo del arco por la acción del peso propio en nuestros arcos de los puentes II y III, cosa bien sencilla, disponiendo de los elementos consignados en el cuadro precedente, y sabiendo que el espesor varía desde 1 m, en la clave, hasta 1,07 m, en los arranques, según la ley de variación de espesores adoptada, y que cada arco se compone, a la manera de los de nuestros modelos oficiales, de dos bóvedas iguales, que dan en total 1,60 m de longitud de cañón. Hecho el cálculo, se obtiene para el puente II la máxima carga de compresión de 40,29 kg por cm², y para el III, la de 37,30 kg por cm², no obstante ser mayores los esfuerzos normales en el puente III que en el puente II, como en el cuadro que precede aparece.

* * *

El peso propio en el puente I tiene por funicular muy diferente curva de la parábola de segundo gra-

do adoptada para fibra media de los arcos de nuestros ejemplos; por ello, en el puente I, para la excentricidad en los arranques, resultante del cálculo, consignada en el cuadro precedente, hay esfuerzos de tracción y mayores compresiones que en los otros dos arcos de los puentes II y III. Este resultado en la luz de 40 m, concuerda con el referido por Peña (*Mecánica elástica*, página 57); no obstante, el peralte importante de la sección de clave de los arcos de su notable proyecto de puente de Lisboa, encontró que con el arco parabólico adoptado primeramente no podía salvar vanos mayores de 150 m de luz, siéndole preciso el estudio del antifunicular de pesos propios, para hacer posible el trabajo del material, al forzar la luz hasta 200 m.

Los números de nuestro citado cuadro dan la confirmación de que existe algo más ventajoso aún que el funicular del peso propio. El puente II tiene por funicular del peso propio una parábola de segundo grado, como la fibra media elegida para nuestros sencillos ejemplos, cosa que en el puente III no se verifica, y, no obstante, la curva de las presiones llega a distar de la fibra media algo más en el puente II (0,077 m) que en el puente III (0,061 m).

Es verdad que las diferencias son pequeñas, lo mismo en separación que en cargas de trabajo por centímetro, en esos puentes II y III; pero hay ventaja para el segundo caso, que cabe aprovechar, por lo que sigue: cita Gay (*Ponts en maçonnerie*, páginas 106 y 107), la marcha seguida por Freyssinet en el proyecto para el puente del Bernand (arco de hormigón armado de 165 m), para llegar a fijar una parábola de décimo grado como funicular del peso propio.

Las consideraciones de nuestros ejemplos, ¿no permiten asegurar que, con parábola de grado menor, podía haberse conseguido menores separaciones entre la fibra media y la curva de las presiones, des-

echando la obsesión de la funicular, que no supone más que una primera y muy valiosa aproximación?

* * *

Quiero terminar con una aclaración, que estimo importante, dada la observación hecha anteriormente acerca del peso total de los tramos o arcos de mis ejemplos. Las separaciones entre fibra media y curva de presiones, que son la parte más sustanciosa del cuadro precedente, pudiera sospecharse que venían influidas por la igualdad de los pesos o por los valores de A y C , cosa que no sucede.

Esas excentricidades o separaciones vienen dadas en el arranque por el cociente de las expresiones [12] y [13], que vale

$$\frac{8A - 5,333C}{7,100A + 27,307C} = \frac{8 \frac{A}{C} - 5,333}{7,100 \frac{A}{C} + 27,307}$$

y en la clave, por el cociente de las expresiones [14] y [15], que es

$$\frac{2,666A - 4C}{4A + 21C} = \frac{2,666 \frac{A}{C} - 4}{4 \frac{A}{C} + 21}$$

Como se ve, esas excentricidades en claves y arranques no dependen de los valores particulares de A y C .

Están esencialmente influidas por la relación $\frac{A}{C}$, cualesquiera que sean los valores particulares de C y A .

Consecuencia que robustece las deducciones de los sencillos ejemplos de este modesto artículo.

José LÓPEZ RODRÍGUEZ
Ingeniero de Caminos

Algunas consideraciones sobre nuestro régimen administrativo

Por si alguno de los males que aquejan a nuestra colectividad de un modo permanente tuviera su origen en las deficiencias del régimen administrativo en que se desenvuelve nuestra vida de funcionarios públicos y su remedio en una modificación del mismo, tal vez fuese oportuno ahora, y desde luego siempre conveniente, proceder a una meditada revisión de aquél, que nos permitiese deducir qué reformas podrían asegurarnos una enmienda inmediata de sus defectos. En el orden práctico y para muchos, es muy posible que esto suene a quimera irrealizable, y tal vez tengan razón; desgraciadamente, el diálogo sobre cualquier problema de la vida real se entabla entre nosotros con dolorosa frecuencia entre la utopía y la rutina, y por eso es dificultosa toda inteligencia sobre cuestiones no amparadas por una fórmula matemática.

No obstante, y sin esperanzas de que ello trascienda

al orden práctico, voy a atreverme a romper una modesta e inofensiva lanza en pro de tal revisión y de tal reforma.

En nuestra vida profesional se revelan al más somero análisis dos elementos integrantes: el técnico y el administrativo. Somos funcionarios encargados de un *Servicio público* que exige una cierta *técnica*. Lo sustantivo es el Servicio, lo accidental es la técnica auxiliar que aquél precisa, y, por tanto, el concepto de grupo se deriva de la razón de servicio o función común y no de la técnica común, si bien ésta y aquél aparecen a veces, en la práctica, confundidos.

La organización general de funciones que integran la vida de una nación parece lógico que haya de obedecer a ciertos principios fundamentales de criterio en lo que atañe a su clasificación o diferenciación; a la asignación de las mismas a los grupos de ciudadanos