

Nota sobre el cálculo de nervios de hormigón armado

Aun corriendo el riesgo de caer en el abismo de la pesadez, remachando demasiado las ideas expuestas en los dos artículos precedentes (1), no quiero tampoco que quede ningún concepto suelto, pues la condición, a mi juicio, indispensable para que un método llegue a ser útil, es la de que reúna condiciones de absoluta generalidad, que es la que me propongo establecer en los párrafos siguientes.

El único caso que no se ha tratado, y que es el que se va a desarrollar en el presente trabajo, es el muy usual en los proyectos de obras de hormigón armado en que se consideran los forjados como empujados o semiempotrados en las secciones que coinciden con los ejes de los nervios por ellos enlazados.

Constitución del tablero

Se considera formado, según se ve en la figura 1.^a, por nervios separados b cm entre ejes y enlazados superiormente por forjados de espesor e cm. Se admite además que estos forjados colaboran íntegramente con el nervio en su trabajo de flexión longitudi-

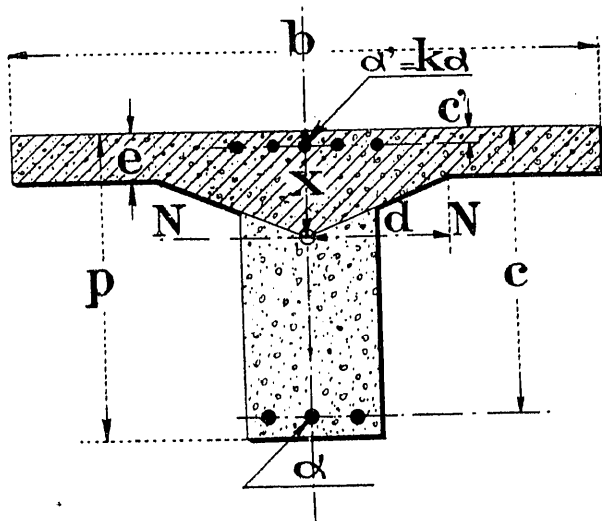


Fig. 1.^a

dinal, aparte de absorber la flexión transversal que de hecho les corresponde. De la hipótesis inicialmente sentada se desprende claramente que la luz teórica de cálculo de los forjados es la misma b , separación entre ejes de los nervios adyacentes.

Los forjados se unen con los nervios que los sustentan por medio de fuertes cartelas, que comprenden en su masa a las propias de aquéllos, por cuya razón ahora no se ha citado su espesor e' de arranques que intervenía en los casos tratados en los artículos precedentes. Se representa por d cm la longitud horizontal de estas cartelas, que convendrá siempre sea mayor que la dimensión análoga a de las piezas semejantes de los forjados.

Se tratará el problema en su aspecto más general de una sección con armadura disimétrica de sección inferior a cm² y canto c cm y sección superior $a' = ka$ cm² con canto c' cm, estando ambos ligados por la relación bastante práctica y adaptada a la realidad:

$$c' = 0,05c$$

Condiciones e hipótesis preliminares

Siguiendo el criterio general sentado ya en los casos anteriores, se parte de la hipótesis más extendida de que el hormigón no trabaja a esfuerzos de tensión, siendo éstos absorbidos por la armadura inferior. También se pone el pie forzado de que, tanto el hormigón como la armadura, estén sometidos a sus máximas cargas, previamente fijadas, de H kgs : cm² y A kgs : cm² para obtener el máximo aprovechamiento de ambos materiales componentes.

Idea fundamental del sistema

La esencia del método que se está exponiendo radica en definir las cartelas de enlace de los forjados con los nervios, de tal modo que sus dos líneas de contorno inferior, concurran en el punto de intersección del eje del nervio con el eje neutro de la sección virtual equivalente a la real formada por la zona comprimida de hormigón, más dos secciones del mismo material y de áreas r veces las de las armaduras, concentradas en los centros de gravedad de éstas, siendo r la relación de los coeficientes de elasticidad de ambas materias constituyentes del conjunto heterogéneo.

Se prescindirá en el cálculo de los pequeños triángulos definidos por el contorno inferior de las cartelas, el eje neutro de la sección virtual y el alma del nervio, con lo cual el error cometido es muy pequeño, e insignificante si se le compara con los admitidos en los métodos generales de tanteo que preconizan los autores de tratados de hormigón armado.

Así se fijará *a posteriori* el ancho del alma del nervio, cuando ya se conozca la armadura que ha de cubrir.

Marcha del cálculo seguido

Siendo el momento solicitante M , expresado en cmkg y designado por I cm⁴ el momento de inercia de la sección virtual del nervio, con relación a su eje neutro, la condición de que tanto el hormigón como la armadura inferior soporten sus cargas prácticas de trabajo, traducida al lenguaje matemático, se simboliza por las dos ecuaciones:

$$H = \frac{Mx}{I} \quad [1]$$

$$A = \frac{Mr(c-x)}{I} \quad [2]$$

(1) REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS, números 2 425 y 2 426, páginas 119 y 135.

que divididas miembro a miembro dan:

$$\frac{A}{H} = \frac{r(c-x)}{x}$$

Por sencillas transformaciones, de esta expresión se deducen las siguientes:

$$c-x = \frac{Ax}{Hr} \quad [3]$$

$$c = \frac{A + Hr}{Hr} x \quad [4]$$

$$x = \frac{Hrc}{A + Hr} \quad [5]$$

así como también:

$$x-c = 0,05 \frac{19Hr-A}{Hr} x \quad [6]$$

Solamente necesitamos otra ecuación para llegar a la solución del problema propuesto, y ésta se deduce igualando los momentos estáticos, tomados

con relación al eje neutro del nervio, de la zona comprimida y la sometida a esfuerzos de tensión, teniendo en cuenta que las armaduras se considerarán compuestas por secciones de hormigón r veces mayores que las suyas reales y concentradas en sus centros de gravedad respectivos. La ecuación así deducida es:

$$b \frac{x^2}{2} - (b-2d) \frac{(x-e)^2}{2} - d \frac{(x-e)^2}{3} + ra'(x-c') = \\ = ra(c-x)$$

Sustituyendo todas las cantidades desconocidas que en ella intervienen por sus valores en función de x , k y α y simplificando, se llega a deducir la expresión:

$$H[3b(2ex-e^2) + 4d(x^2-2ex+e^2)] = \\ = 6ax[A - 0,05k(19Hr-A)] \quad [7]$$

En función de las mismas incógnitas acabadas de mencionar, el momento de inercia del sólido heterogéneo con relación a su eje neutro, es:

$$I = b \frac{x^3}{3} - (b-2d) \frac{(x-e)^3}{3} - \frac{1}{6} d(x-e)^3 + ra'(x-c')^2 + ra(c-x)^2 = \\ = \frac{1}{6} [2b(3ex^2-3e^2x+e^3) + 3d(x^3-3ex^2+3e^2x-e^3)] + \frac{ax^2}{Hr} [A^2 + 0,0025k(19Hr-A)^2]$$

Esta expresión, reemplazada en la ecuación [1], la transforma como a continuación puede verse:

$$H^2r[2b(3ex^2-3e^2x+e^3) + 3d(x^3-3ex^2+3e^2x-e^3)] - 6HrMx + 6ax^2[A^2 + 0,0025k(19Hr-A)^2] = 0 \quad [8]$$

Finalmente, eliminando α entre las dos ecuaciones anteriormente deducidas [7] y [8] se obtiene una ecuación en x y k que resuelve la cuestión propuesta con toda generalidad, en los tres casos que se analizan a continuación: la ecuación de referencia es:

$$[3Hr[A - 0,05k(19Hr-A)] + 4[A^2 + 0,0025k(19Hr-A)^2]] dx^3 + \\ + [3Hr(2b-3d)[A - 0,05k(19Hr-A)] + 2(3b-4d)[A^2 + 0,0025k(19Hr-A)^2]] ex^2 - \\ - [3r[e^2H(2b-3d) + 2M][A - 0,05k(19Hr-A)] + e^2(3b-4d)[A^2 + 0,0025k(19Hr-A)^2]] x + \\ + e^3Hr(2b-3d)[A - 0,05k(19Hr-A)] = 0 \quad [9]$$

Primer caso.—Armadura asimétrica

Cuando las condiciones de la construcción no pongan límite a la altura del nervio, se dispondrá éste con armadura asimétrica, por razones bien conocidas de todos. La ecuación [9] para $k=0$ es:

$$[3Hr + 4A] dx^3 + [3Hr(2b-3d) + 2A(3b-4d)] ex^2 - \\ - [3r[He^2(2b-3d) + 2M] + e^2A(3b-4d)] x + \\ + e^3Hr(2b-3d) = 0 \quad [10]$$

Esta ecuación de tercer grado tiene sus tres raíces reales: una negativa y dos positivas, de las cuales, en general, una solamente es solución del problema.

El valor de x así deducido da ya la forma de la cabeza del nervio, y la expresión [7] proporciona la sección de acero α necesaria para la armadura. El ancho del alma es consecuencia de las dimensiones de las barras adoptadas y de las necesidades generales de la construcción, pudiendo decir lo mismo respecto al recubrimiento. El canto se calcula por la relación [4] y el peralte, sumando a aquél el recubrimiento ya hallado.

Segundo caso.—Armadura simétrica

Si las necesidades de la obra aconsejan dar al nervio la menor altura posible, se armará éste simétricamente, en cuyo caso, haciendo $k=1$ en la ecuación [9], ésta se convierte en la que a continuación escribimos:

$$[3Hr[A - 0,05(19Hr-A)] + 4[A^2 + 0,0025(19Hr-A)^2]] dx^3 + \\ + [3Hr(2b-3d)[A - 0,05(19Hr-A)] + 2(3b-4d)[A^2 + 0,0025(19Hr-A)^2]] ex^2 - \\ - [3r[e^2H(2b-3d) + 2M][A - 0,05(19Hr-A)] + e^2(3b-4d)[A^2 + 0,0025(19Hr-A)^2]] x + \\ + e^3Hr(2b-3d)[A - 0,05(19Hr-A)] = 0 \quad [11]$$

Esta ecuación, también de tercer grado, tiene caracteres análogos a los indicados para la referente al primer caso.

Deducido x , las demás dimensiones se fijan siguiendo la misma marcha que hemos indicado para el caso precedente.

Tercer caso.—Armadura disimétrica

Un último caso que puede presentarse en la práctica es que las condiciones de la construcción impongan un peralte determinado p al nervio, com-

prendido, como es natural, entre los dos que corresponden a los casos anteriores. El canto útil puede definirse por la relación práctica generalmente aceptada.

$$c = 0,92p$$

[12]

La relación [5] define claramente la profundidad x del eje neutro, y por eliminación de α entre las ecuaciones [7] y [8] se llega, por sencillas operaciones, a deducir el valor de la incógnita k , cuya expresión es:

$$k = \frac{A}{0,05(19Hr - A)} \left[\frac{r \left[H \left[2b[x^3 - (x - e)^3] + 3d(x - e)^3 \right] - 6Mx \right] + Ax \left[3b[x^3 - (x - e)^3] + 4d(x - e)^3 \right]}{r \left[H \left[2b[x^3 - (x - e)^3] + 3d(x - e)^3 \right] - 6Mx \right] - 0,05(19Hr - A) \left[3b[x^3 - (x - e)^3] + 4d(x - e)^3 \right] x} \right] \quad [13]$$

Llevado este valor a la ecuación [7], de ella se obtiene α y, por consiguiente, ya se conoce también $\alpha' = k\alpha$. Como x es conocida, así como c y c' , sólo queda por fijar el ancho del alma, que saldrá como conse-

cuencia del diámetro fijado para las barras de la armadura inferior, así como de su distribución.

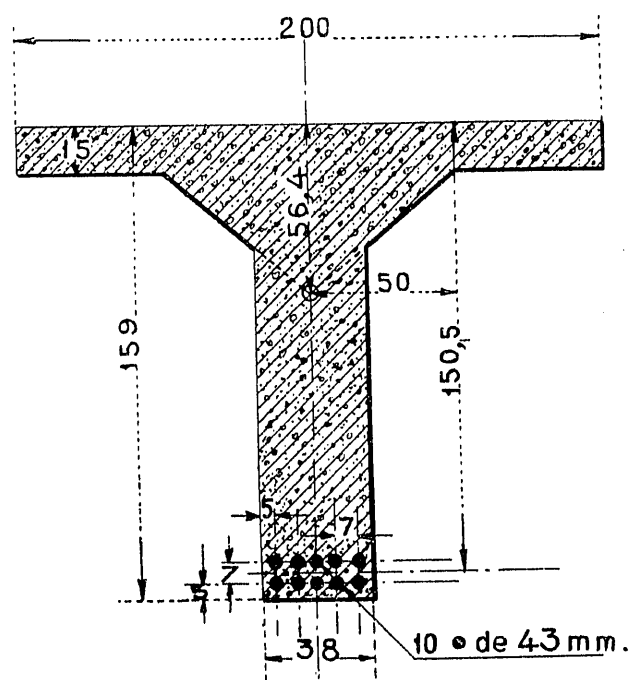


Fig. 2.a

cuencia del diámetro fijado para las barras de la armadura inferior, así como de su distribución.

Nada decimos de las ventajas del método expuesto, pues son las mismas ya citadas y repetidas en los artículos precedentes.

Aplicación en la práctica

Vamos a sustituir las letras de los cálculos por cifras de un caso real, para ver cuán sencilla es la aplicación del sistema de cálculo enunciado. Sea un nervio definido por las dimensiones iniciales siguientes: $b = 200$ cm; $d = 50$ cm; $e = 15$ cm, y sometido a un momento: $M = 200\,000$ mkg = $20\,000\,000$ cmkg. Aceptemos para valores de las cargas límites del hormigón y la armadura: $H = 40$ kg/cm²; A

tro. El recubrimiento, tanto lateral como inferior, se ha fijado en 5 cm, con lo cual resulta el nervio con una anchura de 38 cm y un peralte de 159 cm.

Primera solución.—Armadura asimétrica

La ecuación [10], después de simplificada, para los valores propuestos, es:

$$29x^3 + 1\,875x^2 - 199\,125x + 50\,625 = 0$$

cuya raíz aproximada $x = 56,4$ cm, llevada a [4], nos da por valor del canto: $c = 150,4$ cm. El adoptado, por razones de facilitar la ejecución material de la colocación de las armaduras en obra es: $c = 150,5$ cm (fig. 2.a).

La armadura necesita una sección, que deducida de [7], es: $\alpha = 144,56$ cm², y que hemos compuesto, por exceso, con 10 redondos de 43 mm de diámetro ($145,22$ cm²) dispuestos en dos filas y separados entre ejes 7 cm, que es sensiblemente vez y media su diáme-

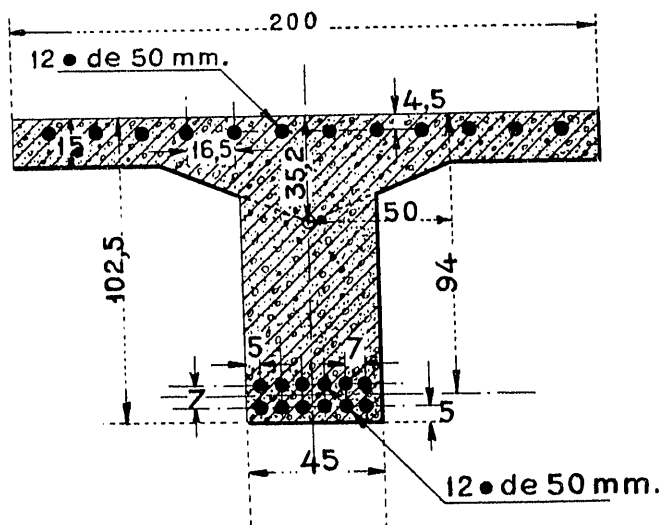


Fig. 3.a

(1) Conferencia en el Ateneo de Madrid, sobre el tema: «Economía política aplicada al ferrocarril de Dax a Algeciras, con ocasión del Primer Congreso Nacional de Ingeniería.