

ciente será más fuerte, según los ejes estén menos alejados.

La carga que se debe hacer entrar en cálculos será, por carril, $0,50 \times 8\,000 \text{ kg} = 4\,000 \text{ kg}$, puesto que los ejes más pesados actuales no pasan de $16\,000 \text{ kg}$ de peso.

Para estos cálculos, y procediendo en orden inverso, deduciré la longitud mínima que debe tener una traviesa para poder resistir sin inconveniente el peso de las cargas reales.

Adopto como zona máxima de bateado útil de las traviesas la de unos $0,50 \text{ m}$ a cada lado del eje de carril, y, conocidas estas premisas, vamos a deducir la longitud mínima de traviesa, para que no hagan trabajar al balasto más de $2 \text{ kg} : \text{cm}^2$.

Ancho entre bordes interiores de carriles de la vía española, $1,674 \text{ m}$.

Separación entre ejes de carriles (vía de 45 kg por metro lineal), $1,740 \text{ m}$.

Realizaré el cálculo con los tres tipos de anchos de traviesa antes señalados:

Traviesas números 1 y 4. Ancho, $0,24 \text{ m}$ (la más desfavorable).

$$\frac{4\,000 \text{ kg}}{0,24 \times x} = 2 \text{ kg} : \text{cm}^2 x = 0,82 \text{ m}$$

Longitud mínima de traviesa

$$1,740 \text{ m} + 0,82 \text{ m} = 2,56 \text{ m} < 2,60 \text{ m}$$

Traviesas números 2 y 5. Ancho, $0,26 \text{ m}$.

$$\frac{4\,000 \text{ kg}}{0,26 \times x} = 2 \text{ kg} : \text{cm}^2 x = 0,76 \text{ m}$$

Longitud mínima de traviesa

$$1,740 \text{ m} + 0,76 \text{ m} = 2,500 \text{ m} < 2,60 \text{ m}$$

Traviesa número 3. Ancho, $0,28 \text{ m}$.

$$\frac{4\,000 \text{ kg}}{0,28 \times x} = 2 \text{ kg} : \text{cm}^2 x = 0,71 \text{ m}$$

Longitud mínima de traviesa

$$1,740 \text{ m} + 0,71 \text{ m} = 2,450 \text{ m} < 2,60 \text{ m}$$

Resumen

De todos estos estudios y acopio de opiniones deduje no se encontraban inconvenientes técnicos para la adopción para la vía española de la longitud de traviesa de $2,60 \text{ m}$.

Se han hecho las oportunas indicaciones, en justificación de la situación verdaderamente angustiosa por la cual no se encontraban otras traviesas que las de longitud europea, o sea $2,60 \text{ m}$.

Por todo ello propuse, y fué aceptada mi propuesta, para el empleo, si no definitivo, sí como ensayo en grande de dichas traviesas, y desde el año 1922 al presente se han colocado en las diversas líneas de M. Z. A. más de un millón de traviesas, sin que hasta ahora se hayan observado inconvenientes por ello, ni en lo que se refiere a la conservación de la vía, muy cuidada y atendida en dicha Compañía, ni por lo que a su conservación especial, esperando confiadamente no habrá inconveniente en adoptar como definitiva dicha longitud.

Aparte de las consideraciones expuestas, reportaría la adopción de esta nueva longitud una economía anual en el consumo de madera de unos $11\,000 \text{ m}^3$, o sea el 6 por 100 aproximadamente del consumo actual.

Domingo MENDIZÁBAL
Profesor de la Escuela de C., C. y P.

Nota sobre el cálculo de nervios de hormigón armado

II

Cumpliendo la promesa que formulé en los primeros renglones de mi artículo anterior (I), detallaré a continuación el cálculo de secciones en T de hormigón armado, cuando se admita que los forjados adyacentes al nervio colaboran íntegramente con éste en su trabajo; es decir, que ahora se considera la flexión longitudinal del tablero, soportada por el conjunto de forjados y nervios que le constituyen.

Forma y dimensiones del tablero

Consideremos el tablero constituido por nervios que distan entre sus ejes $b \text{ cm}$ (dimensión previamente fijada) y que se enlazan superiormente por forjados cuya luz de cálculo o distancia entre los arranques de las fuertes cartelas que los unen con aquéllos sea de $l \text{ cm}$ (fig. 1.^a).

Calculados previamente los forjados, se determinará para ellos un espesor en el centro de $e \text{ cm}$, en los arranques de $e' \text{ cm}$ y una longitud para sus propias cartelas de $a \text{ cm}$. El expuesto es el caso de máxima complicación que puede ofrecerse en el cálculo de que se trata, pues en él se considera el contorno de perfil más complejo que se puede presentar en la práctica.

Se supone el nervio armado disimétricamente con una armadura inferior de sección $a \text{ cm}^2$ y canto $c \text{ cm}$ y una armadura superior de sección $a' = ka \text{ cm}^2$ y un canto de $c' \text{ cm}$, estando ambos cantos ligados por la relación $c' = 0,05c$, que se adapta bastante bien a las necesidades de la construcción en este género de obras.

Hipótesis y condiciones impuestas

Se admite la hipótesis generalmente aceptada de que el hormigón no trabaja a tracción, siendo recogidos estos esfuerzos por la armadura inferior en su

(1) Número 2 425, página 119 de la «Revista».

totalidad. Además se impone la condición de que el hormigón que soporte mayor esfuerzo reciba una carga determinada de H kg : cm², y la armadura infe-

neutra, permite fijar el ancho del nervio después de conocer las dimensiones de la armadura que ha de envolver.

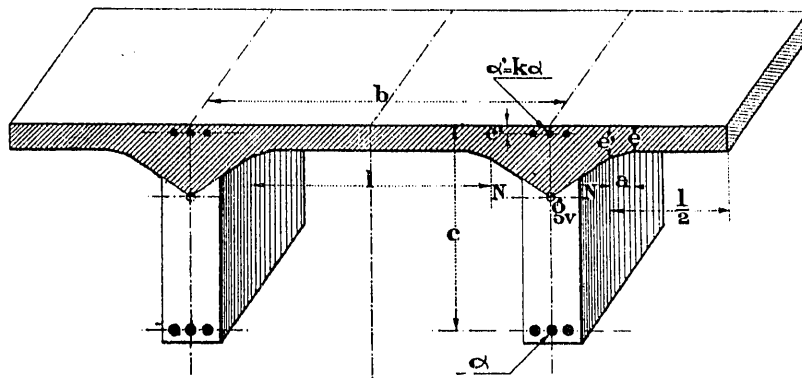


Fig. 1.a

rior soporte otra acción unitaria, también, previamente fijada, de A kg : cm². Estas cargas definidas de antemano, en las aplicaciones, serán las cargas prácticas límites de ambos materiales componentes: hormigón y armadura.

Fundamento del método

La forma áspera y dura de la T que consideran la mayoría de los tratados de hormigón, la reemplazamos en este método por una figura de contorno más suave (que es la realmente generalizada en la práctica) y definido como muestra la figura 1.a; superiormente por la línea continua de los forjados contiguos al nervio y en su parte inferior por los contornos de los mismos complementados con dos rectas, que, partiendo de las secciones extremas de éstos, concurren en el punto de intersección del eje neutro de la sección virtual total con el eje de simetría de la figura.

Así se obtiene la cabeza del nervio enlazada con su alma, por unas cartelas que se deducirán por el cálculo y no caprichosamente dispuestas, como es norma general en las construcciones de esta naturaleza.

El error que se cometerá consiste en despreciar en la zona de hormigón comprimida los pequeños triángulos limitados por el alma del nervio, el eje neutro del mismo y las líneas constitutivas del contorno inferior anteriormente definido. Este error, muy inferior a los admitidos en los métodos usuales de tanteo, que prescinden de las cartelas de enlace de la cabeza con el alma del nervio y aun de esta misma alma en la zona comprendida entre la cabeza y el eje

Deducción de las fórmulas necesarias

Designando por M en kg el momento flector que ha de resistir el nervio, y por I cm⁴ el momento de inercia de su sección virtual con relación al eje neutro de la misma, la condición de que el hormigón y la armadura inferior trabajen a sus máximas cargas moleculares, da las dos ecuaciones siguientes

$$H = \frac{Mx}{I} \quad [1] \quad A = \frac{Mr(c-x)}{I} \quad [2]$$

De ellas se obtiene, dividiéndolas miembro a miembro, una relación entre las cargas límites, el canto de la armadura inferior y la profundidad de la fibra neutra

$$\frac{A}{H} = \frac{r(c-x)}{x}$$

de la cual se deducen las siguientes

$$c-x = \frac{Ax}{Hr} \quad [3] \quad c = \frac{A+Hr}{Hr} x \quad [4] \quad x = \frac{Hrc}{A+Hr} \quad [5]$$

$$c'-x = 0,05 \frac{A-19Hr}{Hr} x \quad [6]$$

Otra ecuación resulta de igualar los momentos estáticos tomados con relación al eje neutro, de la zona comprimida y la sometida a esfuerzos de tensión, considerando la armadura como formada por una sección de hormigón r veces mayor que la suya real y concentrada en su centro de gravedad. La ecuación de referencia es

$$b \frac{x^2}{2} - \left[\frac{l}{2} (x-e)^2 - a(e'-e) \left(x-e - \frac{c'-e}{3} \right) + \frac{1}{6} (b-l) (x-e')^2 \right] + ra'(x-c') = ra(c-x)$$

o bien, simplificada

$$b(2x^2 + 2e'x - e'^2) - l[2x^2 - 2(3e - e')x + 3e^2 - e'^2] + 2a(e' - e)(3x - 2e - e') = 6ra[c - x - k(x - c')]$$

Poniendo todas las cantidades desconocidas en función de x , k y α , se convierte en

$$H[b(2x^2 + 2e'x - e'^2) - l[2x^2 - 2(3e - e')x + 3e^2 - e'^2] + 2a(e' - e)(3x - 2e - e')] = 6\alpha a[A - 0,05k(19Hr - A)] \quad [7]$$

El momento de inercia del sólido heterogéneo, con relación al eje neutro, en función de las mismas cantidades, es

$$I = b \frac{x^3}{3} - \left[\frac{l}{3} (x-e)^3 - \frac{2}{36} a(e'-e)^3 - a(e'-e) \left(x - e - \frac{e'-e}{3} \right)^2 + \frac{1}{12} (b-l) (x-e')^3 \right] + r e' (x-e')^2 + r a (e'-x)^2 =$$

$$= \frac{1}{12} \left[b(3x^3 + 3e'x^2 - 3e'^2x + e'^3) - l[3x^3 - 3(4e-e')x^2 + 3(4e^2 - e'^2)x - 4e^3 + e'^3] + 2a(e'-e)[6x^2 - 4(2e+e')x + e'^2 + 3e^2 + 2ee'] \right] + \frac{ax^2}{H^2r} [A^2 + 0,0025k(19Hr-A)^2]$$

Llevando esta expresión a la ecuación [1] se reduce a la siguiente

$$Hr \left[H[b(3x^3 + 3e'x^2 - 3e'^2x + e'^3) - l[3x^3 - 3(4e-e')x^2 + 3(4e^2 - e'^2)x - 4e^3 + e'^3] + 2a(e'-e)[6x^2 - 4(2e+e')x + e'^2 + 3e^2 + 2ee']] - 12Mx \right] + 12ax^2[A^2 + 0,0025k(19Hr-A)^2] = 0 \quad [8]$$

Finalmente, eliminando a entre las ecuaciones [7] y [8] anteriormente deducidas, queda una ecuación en x y k

$$(b-l) [3rH[A - 0,05k(19Hr-A)] + 4[A^2 + 0,0025k(19Hr-A)^2]]x^3 +$$

$$+ [3rH[A - 0,05k(19Hr-A)][be' + l(4e-e') + 4a(e'-e)] + 4[A^2 + 0,0025k(19Hr-A)^2][be' + l(3e-e') + 3a(e'-e)]]x^2 -$$

$$- [rH[A - 0,05k(19Hr-A)][3be'^2 + 3l(4e^2 - e'^2) + 8a(e'-e)(2e+e')] + 12Mr[A - 0,05k(19Hr-A)] +$$

$$+ 2[A^2 + 0,0025k(19Hr-A)^2][be'^2 + l(3e^2 - e'^2) + 2a(e'-e)(2e+e')]]x + rH[A - 0,05k(19Hr-A)][be'^3 + l(4e^3 - e'^3) +$$

$$+ 2a(e'-e)(3e^2 + e'^2 + 2ee')] = 0 \quad [9]$$

que resuelve el problema propuesto en los tres casos que a continuación se analizan:

Primer caso. Sección con armadura asimétrica:

Consideremos primeramente el caso en que se tenga libertad absoluta para elegir la altura del nervio,

lo que permite adoptar la sección armada asimétricamente; la más ventajosa, según se sabe, pues la armadura superior trabaja de un modo débil y es poco económico su empleo. La ecuación [9], haciendo en ella $k = 0$, da

$$(b-l)(3rH + 4A)x^3 + [3rH[be' + l(4e-e') + 4a(e'-e)] + 4A[be' + l(3e-e') + 3a(e'-e)]]x^2 -$$

$$- [rH[3be'^2 + 3l(4e^2 - e'^2) + 8a(e'-e)(2e+e')] + 12Mr + 2A[be'^2 + l(3e^2 - e'^2) + 2a(e'-e)(2e+e')]]x +$$

$$+ rH[be'^3 + l(4e^3 - e'^3) + 2a(e'-e)(3e^2 + e'^2 + 2ee')] = 0 \quad [10]$$

ecuación de tercer grado que tiene siempre sus tres raíces reales: una negativa y dos positivas, de las cuales, en general, una solamente es solución del problema. Aquí podrá hacerse un estudio de la ecuación análogo al que se indicó en el artículo precedente, pero, en realidad, no tiene fin práctico alguno, por cuya razón se omite.

Deducido el valor aproximado de x , se conoce ya la forma de la cabeza del nervio, bastando ir a la ecuación [7] para obtener la sección de arco necesaria para la armadura, única que en este caso existe. El ancho del alma, así como el recubrimiento nece-

sario, se deducen como consecuencia de las dimensiones adoptadas para las barras y las necesidades generales de la obra. El canto se calcula por la relación [4].

Segundo caso. Sección con armadura simétrica.

Cuando las condiciones generales de la construcción que se proyecte aconsejen dar al nervio la menor altura posible, se armará la sección simétricamente, cosa no aconsejable más que en casos de extrema necesidad. Haciendo $k = 1$ en la ecuación [9], resulta

$$(b-l) [3rH[A - 0,05(19Hr-A)] + 4[A^2 + 0,0025(19Hr-A)^2]]x^3 +$$

$$+ [3rH[A - 0,05(19Hr-A)][be' + l(4e-e') + 4a(e'-e)] + 4[A^2 + 0,0025(19Hr-A)^2][be' + l(3e-e') + 3a(e'-e)]]x^2 -$$

$$- [rH[A - 0,05(19Hr-A)][3be'^2 + 3l(4e^2 - e'^2) + 8a(e'-e)(2e+e')] + 12Mr[A - 0,05(19Hr-A)] + 2[A^2 +$$

$$+ 0,0025(19Hr-A)^2][be'^2 + l(3e^2 - e'^2) + 2a(e'-e)(2e+e')]]x + rH[A - 0,05(19Hr-A)][be'^3 + l(4e^3 - e'^3) +$$

$$+ 2a(e'-e)(3e^2 + e'^2 + 2ee')] = 0 \quad [11]$$

Esta ecuación de tercer grado también tiene sus tres raíces reales: una negativa y dos positivas, de las cuales, en la práctica, una solamente es aceptable en la mayoría de las ocasiones, análogamente a lo indicado en el caso anterior.

Conocido el valor aproximado de x , como hemos

indicado precedentemente, se deducen con gran sencillez las restantes dimensiones del nervio.

Tercer caso. Sección con armadura disimétrica:

Finalmente, trataremos el caso en que las necesidades de la construcción, ajenas a sus condiciones

mecánicas, impongan un peralte p determinado, que, desde luego, estará comprendido entre los dos anteriormente definidos. El canto útil o profundidad de la armadura inferior se calcula por la relación usualmente aceptada

$$c = 0,92p \quad [12]$$

que proporciona resultados bastante satisfactorios.

$$A \left[rH \left[b(3x^3 + 3e'x^2 - 3e'^2x + e'^3) - l[3x^3 - 3(4e - e')x^2 + 3(4e^2 - e'^2)x - 4e^3 + e'^3] + 2a(e' - e)[6x^2 - 4(2e + e')x + 3e^2 + e'^2 + 2ee'] \right] - 12Mrx + 2Ax[b(2x^2 + 2e'x - e'^2) - l[2x^2 - 2(3e - e')x + 3e^2 - e'^2] + 2a(e' - e)(3x - 2e - e')] \right] =$$

$$-k \left[rH \times 0,05(19Hr - A) \left[b(3x^3 + 3e'x^2 - 3e'^2x + e'^3) - l[3x^3 - 3(4e - e')x^2 + 3(4e^2 - e'^2)x - 4e^3 + e'^3] + 2a(e' - e)[6x^2 - 4(2e + e')x + 3e^2 + e'^2 + 2ee'] \right] - 12Mrx \times 0,05(19Hr - A) - 0,005x(19Hr - A)^2 \left[b(2x^2 + 2e'x - e'^2) - l[2x^2 - 2(3e - e')x + 3e^2 - e'^2] + 2a(e' - e)(3x - 2e - e')] \right] \right] \quad [13]$$

Sustituido este valor encontrado de k en la ecuación [7] se puede deducir de ella a , sacando como consecuencia $a' = ka$. La profundidad de la armadura superior sale de la expresión ya indicada $c' = 0,05c$, y del tamaño de los redondos empleados obtendremos el ancho que conviene dar al alma del nervio, quedando así fijadas todas las dimensiones necesarias.

Ventajas del método expuesto

Además de la ventaja indiscutible de suprimir con él los tanteos previos, que tanto molestan y perturbaban el trabajo del que proyecta, ofrece las que a continuación se enumeran:

1.^a Los dos materiales componentes del sólido heterogéneo, hormigón y armadura, trabajan a sus cargas límites, con lo cual se consigue su máximo aprovechamiento.

2.^a El ancho del alma se fija cuando ya se conoce la armadura que ha de embeber.

3.^a El enlace entre el alma y la cabeza del nervio se hace de un modo gradual, por medio de las cartelas que proporciona el cálculo, las que además son una garantía para el buen empotramiento de los forjados adyacentes, y

4.^a La sección contraída del nervio, es decir, la de unión del alma con la cabeza del mismo, se encuentra sensiblemente en la zona de esfuerzos nulos.

Aplicación a un caso práctico

A continuación se expone el cálculo de un nervio por el método indicado, para poder apreciar con qué sencillez se realiza. Suponemos que los forjados que constituyen el tablero tengan las dimensiones del que se calculó en el artículo titulado «Nota sobre el cálculo de forjados de hormigón armado» que se publicó en esta REVISTA en el número de 1.^o de diciembre del pasado año. Sus dimensiones son:

$$e = 15 \text{ cm}; \quad e' = 20 \text{ cm}; \quad a = 18 \text{ cm}; \quad l = 200 \text{ cm}$$

La separación fijada entre ejes de nervios es

$$b = 300 \text{ cm}$$

y supongamos ha de resistir un momento de

$$300\,000 \text{ m kg}$$

o sea

$$M = 30\,000\,000 \text{ cm kg}$$

La profundidad de la fibra neutra se obtiene en función de c por la relación [5]. Conocido este valor de x , se puede hallar k deduciéndole de la ecuación [9], en la cual, trasponiendo términos, y sacando factor común la incógnita única que en ella queda, se obtiene

Las cargas límites impuestas para la armadura y hormigón: $A = 1\,000 \text{ kg} : \text{cm}^2$; $H = 40 \text{ kg} : \text{cm}^2$ y la relación de los coeficientes de elasticidad de ambos materiales se ha considerado de $r = 15$.

Primera solución. Sección con armadura asimétrica:

La ecuación [10] para los valores propuestos, después de simplificada, es

$$145x^3 + 17\,732x^2 - 1\,546\,400x + 570\,225 = 0$$

La única raíz aprovechable en este caso es

$$x = 58,6 \text{ cm.}$$

que llevada a la ecuación [7] da $a = 207,47 \text{ cm}^2$. El canto, deducido de la expresión [4], es

$$c = 156,2 \text{ cm.}$$

Como muestra la figura 2.^a, se ha fijado el canto en 156 cm, componiendo la armadura, con 12 redon-

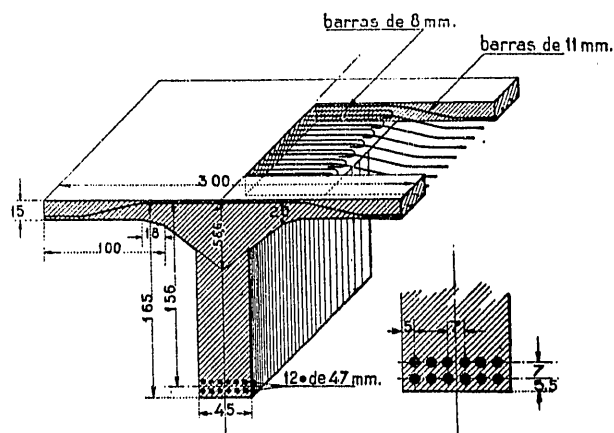


Fig. 2.^a

dos de 47 mm, cuya sección es de $208,19 \text{ cm}^2$, dispuestos en dos filas y separados entre ejes 7 cm, que es próximamente un diámetro y medio. Las barras llevan un recubrimiento inferior de 5,5 cm y lateral de 5 cm, con lo cual el ancho del alma es de 45 cm y el peralte del nervio de 165 cm.

Segunda solución. Sección con armadura simétrica:

Sustituyendo valores y simplificando, la ecuación [11] se convierte en

$$4\,645x^3 + 544\,349x^2 - 25\,468\,400x + 8\,553\,375 = 0$$

cuya única raíz utilizable es $x = 35,6$ cm. Este valor, introducido en la ecuación [7], da

$$a = 340,15 \text{ cm}^2$$

Las profundidades de las dos armaduras son

$$c = 94,93 \text{ cm y } c' = 4,75 \text{ cm}$$

En la figura 3.^a puede verse cómo se ha constituido prácticamente la sección. Los cantos son $c = 95$ cm y $c' = 4,5$ cm. La armadura inferior se

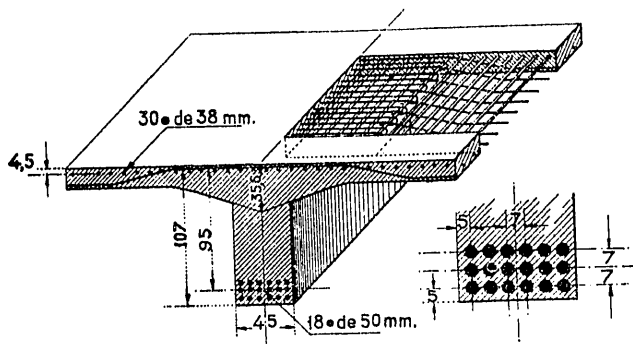


Fig. 3.^a

forma con 18 redondos de 50 mm de diámetro (353,50 centímetros cuadrados), colocados en tres filas, con separación entre ejes de 7 cm, que es sensiblemente un diámetro y medio, y recubrimientos inferior y lateral de 5 cm. Por consecuencia, el ancho del alma es de 45 cm y el peralte del nervio de 107 cm. La armadura superior se compone con 30 redondos de 38 mm de diámetro (340,20 cm²), dispuestos en una fila y distribuidos uniformemente a lo largo de toda la cabeza, o sea separados entre sí 10 cm.

Tercera solución. Sección con armadura disimétrica:

Por último, considerémonos forzados a admitir una altura total para el nervio de 145 cm. El canto, de-

ducido de [12], es $c = 133,4$ cm, en realidad un poco escaso, por lo cual se ha fijado $c = 136$ cm. Por la fórmula [5] se obtiene $x = 51$ cm, que, llevado a la relación [13], da $k = 0,361$.

Introduciendo estos valores en la ecuación [7], se deduce $a = 239,10$ cm² y, como consecuencia, $a' = 86,32$ cm².

La armadura inferior se ha constituido (fig. 4.^a) por 12 redondos de 51 mm de diámetro (245,14 cm²), colocados en dos filas y separados entre ejes 7 cm. El recubrimiento lateral es de 5 cm y el inferior de 5,5 cm, siendo, por tanto, el ancho del alma de 45 cm. La armadura superior va dispuesta a 6 cm de profundidad e integrada por 20 redondos de 24 mm (90,48 cm²), separados 15 cm entre ejes.

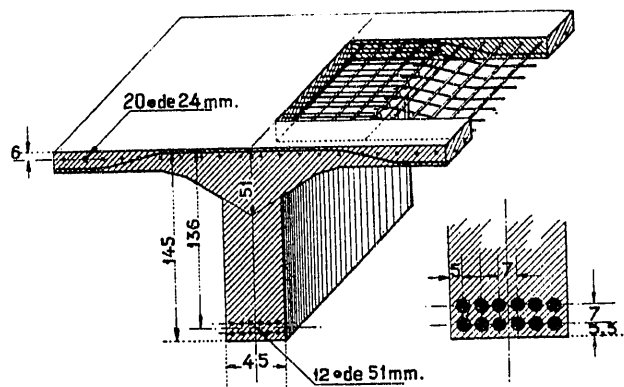


Fig. 4.^a

Las figuras se han representado en perspectiva para ver claramente la disposición de los hierros en los forjados.

En un artículo próximo me propongo continuar tratando la misma materia, procurando aclarar algunas dudas que puede ofrecer el procedimiento expuesto y proporcionándole toda la generalidad que necesita para ser útil.

Francisco FERNANDEZ ALVAREZ
Ingeniero de Caminos.

Más sobre la contratación de Obras públicas

Con este mismo título escribió D. Enrique Colás un artículo, aparecido en el último número de la REVISTA del pasado año, proponiendo, al Comité de Redacción, la apertura de una encuesta entre ingenieros, contratistas y entidades interesadas en la construcción, con objeto de suministrar ideas al Consejo de Obras públicas, para con ellas proponer al Gobierno la transformación del sistema de ejecución de las Obras públicas, como base para conseguir su rápido desenvolvimiento.

Problema es este que, presentado en tal forma, escapa en absoluto del campo de la construcción y del dominio de sus técnicos, para caer de lleno en la esfera de la Economía y el conocimiento de sus peritos; pero insiste muy especialmente el Sr. Colás, y con indudable acierto, en la conveniencia de recabar para los técnicos con título oficial la dirección de las obras contratadas por la Administración o autorizadas por ella, y este pun-

to es el que me interesa recoger, si bien interpretándole de diferente manera que el autor.

Creo, sinceramente, que con detalles de esta naturaleza no se estimula en modo alguno la ejecución de Obras públicas; pero pudiera conseguirse —y ya habríamos logrado bastante— que, al volver los ingenieros sus ojos hacia el campo, ciertamente un poco abandonado por ellos hoy día, mejorase la calidad de una construcción desidia-mente olvidada por quienes poseen títulos y atesoran capacidad y conocimientos para trocársela irreproachable como ejemplo palpitante.

Hoy día, pudiéramos decir, hasta la especialización está especializada, limitándose constantemente en extensión el horizonte familiar al constructor, a medida que se intensifica el conocimiento en cada una de las numerosas ramas, brote del tronco primitivo de la construcción, surgiendo el contratista limitado a una modalidad única de la mis-