

Nota sobre el cálculo de nervios de hormigón armado

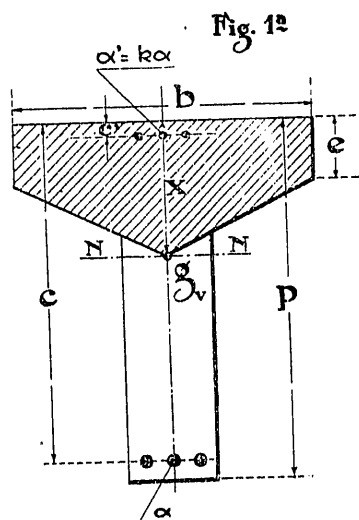
I

Voy a exponer un procedimiento de cálculo que, aunque no rigurosamente exacto, me proporciona resultados más satisfactorios y expeditos que los métodos de tanteo que generalmente se emplean para determinar las dimensiones de secciones en T cuando el eje neutro cae fuera del espesor de los forjados adyacentes.

Comenzaré por exponer el método, que en esencia es único, en el caso en que la masa del nervio pueda por sí sola absorber todo el trabajo que recibe, dejando para otro artículo el caso, más real, de que los forjados contiguos coadyuven con el nervio al trabajo del conjunto heterogéneo que constituyen ambos elementos solidarios.

Condiciones iniciales de cálculo

Consideremos un nervio (fig. 1.^a) de ancho de cabeza b , fijado de antemano por las conveniencias de la obra y que se enlaza a los forjados contiguos por



una sección de espesor c conocido, puesto que es el peralte de la sección de empotramiento del forjado, que se habrá deducido previamente.

Suponemos la sección armada disimétricamente con una armadura inferior de sección a y canto c , y una armadura superior de sección $a' = ka$ y canto c' , admitiendo que se verifica la relación $c' = 0,05 c$, que proporciona dimensiones bastante aceptables en la práctica.

Todas las dimensiones expresadas las suponemos medidas en centímetros.

Se admite la hipótesis más generalizada de que el hormigón no trabaja a tracción, absorbiendo la armadura inferior tales esfuerzos íntegramente. Además se impone la condición de que el hormigón más cargado soporte un esfuerzo determinado de H kg : cm² y la armadura inferior reciba una carga de A kg : cm², o

dicho de otra manera, se hace que ambos materiales trabajen a sus cargas prácticas límites.

Fundamento del método

Considerando la cabeza del nervio limitada inferiormente por dos líneas que unan los puntos bajos de las secciones de enlace de los forjados con el punto en que el eje neutro corta al eje del nervio, tendremos resuelto el problema, con la sencillez que a continuación se verá.

El error que se comete consiste en despreciar en la zona de hormigón sometida a esfuerzos de compresión los pequeños triángulos que limitan el alma del nervio, el eje neutro del mismo y las líneas del contorno inferior de la cabeza ideal que se acaba de definir, error que, como se ve, es muy pequeño. De este modo se puede fijar el ancho del alma del nervio *a posteriori*, cuando ya se conozca la armadura que ha de alojar en su seno.

Ecuaciones que resuelven el problema

Representando por M en kg el momento que ha de resistir el nervio, y por I en cm⁴ el momento de inercia de su sección virtual, con relación al eje neutro, la imposición de cargas moleculares máximas para el hormigón y la armadura inferior proporciona las dos ecuaciones siguientes

$$H = \frac{Mx}{I} \quad [1]$$

$$A = \frac{Mr(c-x)}{I} \quad [2]$$

que, divididas, dan una relación entre las cargas fijadas, el canto de la armadura inferior y la profundidad del eje neutro

$$\frac{A}{H} = \frac{r(c-x)}{x}$$

de la cual se deduce

$$c-x = \frac{Ax}{Hr} \quad [3] \quad c = \frac{A + Hr}{Hr} x \quad [4]$$

$$x = \frac{Hrc}{A + Hr} \quad [5]$$

así como también

$$c-x = 0,05 \frac{A + 19Hr}{Hr} x \quad [6]$$

La tercera ecuación necesaria la proporciona la igualación entre los momentos estáticos de la zona comprimida y la sometida a tensión, tomados con referencia al eje neutro. Así se obtiene

$$b \frac{x^2}{2} - \frac{b}{2} \frac{(x-e)^2}{3} + ra'(x-c') = ra(c-x)$$

o bien, simplificada

$$b(2x^2 + 2ex - e^2) = 6r[a(c - x) - a'(x - c)]$$

Poniendo todas las cantidades desconocidas en función de x , k y a , se transforma la ecuación anterior en

$$Hb[2x^2 + 2ex - e^2] - 6ax[A - 0,05k(19Hr - A)] \quad [7]$$

El momento de inercia del sólido heterogéneo, con relación al eje neutro, en función de las mismas incógnitas es

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{3} bx^3 - \frac{1}{12} b(x - e)^2 + ra'(x - c)^2 + ra(c - x)^2 + \\ &= \frac{b}{12} [3x^3 + 3ex^2 - 3e^2x + e^3] + \\ &+ \frac{rax^2}{H^2r^2} [A^2 + 0,0025k(19Hr - A)^2] \end{aligned}$$

Llevando esta expresión a la ecuación [1] se obtiene

$$H^2rb(3x^3 + 3ex^2 - 3e^2x + e^3) + 12ax^2[A^2 + 0,0025k(19Hr - A)^2] - 12HrMx = 0 \quad [8]$$

Las ecuaciones [7] y [8], en las cuales solamente intervienen las cantidades desconocidas k , a y x , resuelven el problema propuesto en los tres casos que a continuación se analizan.

Sección armada asimétricamente

Vamos a considerar el caso en que haya libertad absoluta en lo que se refiere a la altura del nervio. Entonces se puede adoptar la armadura asimétrica, que es la más conveniente, convirtiéndose las ecuaciones [7] y [8] en

$$Hb(2x^2 + 2ex - e^2) = 6axA \quad [9]$$

$$H^2rb(3x^3 + 3ex^2 - 3e^2x + e^3) + 12ax^2A^2 - 12HrMx = 0 \quad [10]$$

Eliminando a entre ambas, se deduce

$$\begin{aligned} b(3Hr + 4A)x^3 + eb(3Hr + 4A)x^2 - \\ - [e^2b(3Hr + 4A) + 12Mr]x + e^3bHr = 0 \quad [11] \end{aligned}$$

ecuación de tercer grado que tiene sus tres raíces reales; una negativa y dos positivas, de las cuales, en general, una solamente es solución del problema.

En el caso más frecuente de que se verifique la condición

$$M > \frac{(7 - 3\sqrt{3})H}{24\sqrt{3} - 1} be^2$$

la menor raíz positiva de la ecuación hace negativo el valor de a deducido de [9], por lo cual sólo que-

da una raíz aceptable, que es la mayor positiva deducida. Al verificarse

$$M > \frac{2Hr + 3A}{6r} be^2$$

hay dos raíces que resuelven el problema; pero la menor positiva no conviene tampoco, pues al estar el eje neutro dentro del espesor del forjado, se hará el cálculo del nervio como una losa y no por el método expuesto. Finalmente, en el caso muy improbable de que

$$M < \frac{2Hr + 3A}{6r} be^2$$

habrá dos soluciones, que ambas podrán aceptarse.

Conocido el valor de x , se tiene ya deducida la forma de la cabeza del nervio, y de la ecuación [9] se obtiene la sección metálica necesaria a para la armadura. El ancho del alma sale ya como consecuencia de las dimensiones de los hierros adoptados y las necesidades generales de la obra. El canto se calcula por la relación [4] y el recubrimiento se deduce con arreglo a las barras empleadas.

Sección armada simétricamente

Cuando sea necesario dar al nervio la menor altura posible, se dispondrá la sección con armadura simétrica. Haciendo $k = 1$ en las ecuaciones [7] y [8] resulta

$$Hb(2x^2 + 2ex - e^2) = 6ax[A - 0,05(19Hr - A)] \quad [12]$$

$$H^2rb[3x^3 + 3ex^2 - 3e^2x + e^3] + 12ax^2[A^2 + 0,0025(19Hr - A)^2] - 12HrMx = 0 \quad [13]$$

de las cuales se deduce, por eliminación de a :

$$r[Hb(3x^3 + 3ex^2 - 3e^2x + e^3) - 12Mx][A + 0,05(A - 19Hr)] + 2bx(2x^2 + 2ex - e^2)[A^2 + 0,0025(19Hr - A)^2] = 0 \quad [14]$$

Esta ecuación de tercer grado también tiene sus tres raíces reales: una negativa y dos positivas, de las cuales en la práctica una solamente es aceptable (la mayor) en la generalidad de los casos, análogamente a lo indicado cuando la sección tenía armadura asimétrica.

Conocida x , análogamente a lo explicado en el caso anterior, se pueden fijar las demás dimensiones del nervio.

Sección armada disimétricamente

Consideremos finalmente el caso en que las necesidades de la obra impongan un peralte determinado p para el nervio, que lógicamente ha de estar comprendido entre los dos anteriormente definidos. El canto útil vendrá definido por la relación aproximada usual

$$c = 0,92p \quad [15]$$

La profundidad x del eje neutro sale de la relación [5]. En función de esta profundidad, y por eliminación de a entre las ecuaciones [7] y [8], se llega por sencillas operaciones a deducir el valor de la incógnita k , cuya expresión es

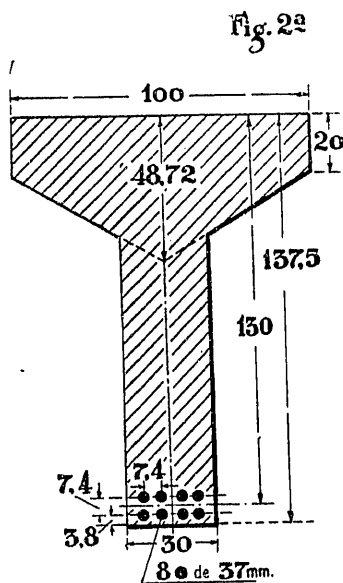
$$k = \frac{A}{0,05(19Hr - A)} \times \frac{r[Hb(3x^3 + 3ex^2 - 3e^2x + e^3) - 12Mx] + 2Abx(2x^2 + 2ex - e^2)}{r[Hb(3x^3 + 3ex^2 - 3e^2x + e^3) - 12Mx] - 0,10bx(19Hr - A)(2x^2 + 2ex - e^2)} \quad [16]$$

Sustituído este valor encontrado para k en la ecuación [7], se puede deducir de ella α , con lo cual ya se conoce también $\alpha' = ka$. Conocida a su vez x , se obtienen los valores de los cantos c y c' y del tamaño de los hierros depende y se deduce el ancho del alma, quedando de este modo fijadas todas las dimensiones.

Ventajas del método expuesto

Aparte de la indiscutible de no necesitar efectuarse ningún tanteo previo, presenta las ventajas siguientes:

- 1.^a Se calcula la sección trabajando sus dos elementos componentes a cargas fijadas a voluntad, es decir, consiguiendo el máximo aprovechamiento de ambos materiales.
- 2.^a La anchura del alma se fija *a posteriori*, cuando ya se conocen los hierros que han de formar la armadura que en ella se embebe.
- 3.^a El enlace entre el alma del nervio y los forjados adyacentes se realiza de un modo gradual, por



medio de las cartelas que el cálculo proporciona, que además son una garantía para el buen empotramiento de los forjados, y

- 4.^a La unión del alma con la cabeza, es decir, la sección más contraída de ésta, se halla sensiblemente en la zona de esfuerzos nulos.

Aplicación a casos prácticos

Para ver la sencillez con que se aplica el método indicado en la práctica, se exponen a continuación unos ejemplos, para el cálculo de un nervio que presente un ancho de cabeza $b = 100$ cm; se enlace con forjados que en su sección de empotramiento tengan un espesor $c = 20$ cm, y haya de resistir un momento de $100\,000$ m kg o sea $M = 10\,000\,000$ cm kg.

Las cargas límites aceptadas para el hormigón y armadura son

$$H = 40 \text{ kg/cm}^2; \quad A = 1\,000 \text{ kg/cm}^2$$

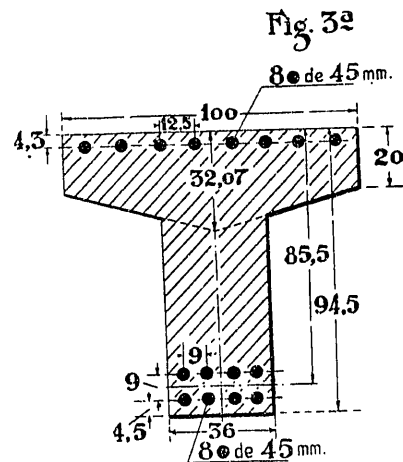
y la relación entre los coeficientes de elasticidad de ambos materiales $r = 15$.

Primer caso. Sección con armadura asimétrica:

La ecuación [11] para los valores propuestos, después de simplificada, es

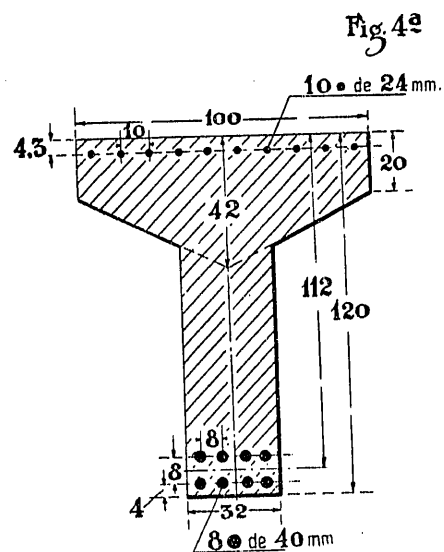
$$29x^3 + 580x^2 - 97\,600x + 24\,000 = 0$$

La única raíz aprovechable en este caso tiene por valor aproximado $x = 48,72$ cm, pues la otra raíz positiva es tal que, llevada a la ecuación [9], da un valor negativo para α . La raíz propuesta llevada a la



misma ecuación da $\alpha = 86,15$ cm². El canto es $c = 129,92$ cm.

Prácticamente, se ha compuesto la sección, como muestra la figura 2.^a, con 8 redondos de 37 mm de diámetro.



metro (86 cm²), dispuestos en dos filas y con una separación entre ejes de barras de dos diámetros. Se ha adoptado para canto 130 cm, y el ancho del alma sensiblemente igual a 8 diámetros de los redondos empleados, o sea 30 cm. El recubrimiento es sensiblemente de 2 diámetros, habiendo fijado 7,5 cm, con lo cual el peralte es de 137,5 cm.

Segundo caso. Sección con armadura simétrica:

La ecuación [14], sustituyendo en ella valores y simplificando, se convierte en

$$929x^3 + 18\,580x^2 - 1\,562\,800x + 360\,000 = 0$$

que también ofrece una raíz positiva cuyo valor, llevado a [12], da un resultado negativo, y otra, que es la utilizable, cuyo valor aproximado es

$$x = 32,07 \text{ cm}$$

El canto que se obtiene es de 85,52 cm, habiendo adoptado $c = 85,5$ cm. La armadura necesaria, deducida de la expresión [12], es de 127,31 cm², que se ha compuesto, como muestra la figura 3.^a, con 8 redondos de 45 mm (127,23 cm²) de diámetro, dispuestos en la armadura inferior en dos filas, separados entre sí 9 cm, y en la armadura superior en una fila,

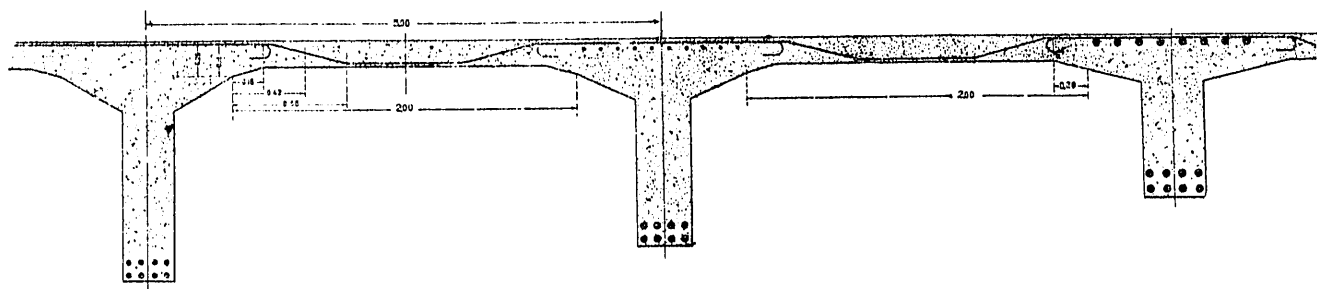
canto, según la relación [15], será

$$0,92 \times 120 = 110,4 \text{ cm}$$

Se ha adoptado, para mayor sencillez, $c = 112$ cm. La profundidad de la fibra neutra resulta $x = 42$ cm.

La ecuación [16] proporciona el valor $k = 0,437$ que, sustituido, en unión de los otros determinados, en la ecuación [7], proporciona $a = 98,88$ cm² y, por consiguiente, $a' = 43,21$ cm².

Se ha compuesto la armadura inferior (fig. 4.^a) con 8 redondos de 40 mm de diámetro (100,60 cm²), dis-

Fig. 5.^a

con separación de 12,5 cm. La profundidad de esta armadura es de 4,3 cm.

La anchura adoptada para el alma es

$$8 \times 4,5 = 36 \text{ cm}$$

y el recubrimiento de $2 \times 4,5 = 9$ cm, resultando así una altura total para el nervio de 94,5 cm.

Tercer caso. Sección con armadura disimétrica:

Consideremos que el peralte del nervio haya de ser, por necesidades de la obra, igual a 120 cm. El

puestos en dos filas, con separación de 8 cm. El ancho del alma es de $8 \times 4 = 32$ cm. La armadura superior se ha constituido con 10 redondos de 24 mm (45,20 cm²), colocados en una fila, a 5,5 cm de profundidad y separados entre sí 10 cm.

En la figura 5.^a se representa la disposición de los tres nervios calculados y su enlace con el forjado de que se habló en el número de esta REVISTA de 1.º de diciembre de 1924. En el caso de armadura simétrica, dadas las dimensiones que resultan, se ha adoptado una cartela única para el nervio y forjados adyacentes.

Francisco FERNANDEZ ALVAREZ
Ingeniero de Caminos.

Los abastecimientos de agua, subvencionados por el Estado, y el nuevo Estatuto Municipal

El Real decreto de 30 de julio de 1920, ampliando la cuantía del presupuesto máximo subvencionable de las obras de conducción de aguas para abastecimiento de poblaciones, que se hallasen en las condiciones determinadas por el Real decreto de 27 de marzo de 1914 y Real orden de 12 de febrero de 1915, desde el tipo de 80 000 pesetas al de 120 000 pesetas, que es el que viene rigiendo hasta la fecha, tuvo por base la elevación de los precios de los materiales y de los jornales, que se estimó como mínimo en dicho año 1920, justipreciada en un 50 por 100, proporción adoptada para la ampliación mencionada.

La práctica ha demostrado que, en realidad, ese aumento ha llegado a ser notablemente superior al tipo de 50 por 100, pudiendo estimarse, en realidad, de más de un 100 por 100, según las estadísticas mundiales, que han afectado a España, habiéndose extendido tal circunstancia como mancha de aceite,

que parece no ha de borrarse en la presente generación.

Por este motivo, todo ha tenido que irse atemperando a esta realidad, de la que no es posible prescindir, y es forzoso tenga su debida aplicación en todos los órdenes de la vida y desarrollo de las naciones.

Vinieron las revisiones de precios de todas las contrataciones de Obras públicas, llegándose en algunos períodos a triplicar los presupuestos primitivos, y en los países en que las disponibilidades de la Hacienda han permitido, desde luego, atender rápidamente al problema ferroviario, se ha extendido aquel mismo criterio de las contrataciones de Obras públicas al de la construcción y explotación de los ferrocarriles, que aquí tiene que ser objeto de meditado estudio, particularmente mientras no pueda contarse con los fuertes desembolsos que exige su completa resolución.

Pero, al mismo tiempo, ocurre que los Municipios,