

Existe un valor de la relación $\frac{l_t}{l_a}$ para el cual se verifica que r vale la unidad, o sea que el metro lineal de tramo cuesta lo mismo que el metro lineal de apoyo. Aumentando o disminuyendo l_t o la relación $\frac{l_t}{l_a}$ próximo a dicho valor particular, la fracción r aumenta o disminuye asimismo. Puede por ello escribirse, deducida de la expresión (II), la siguiente relación de valores del coste medio:

Para $r > 0$, $c_m > c_a$

Para $r = 1$, $c_m = c_a$

Para $r < 1$, $c_m < c_a$

Para $l_t = 1$, $c_m = c_a$

resultados que atestiguan en primer lugar que entre $l_t = 0$ y el valor de $\frac{l_t}{l_a}$ que hace $r = 1$, existe para cada solución, por lo menos un valor de $\frac{l_t}{l_a}$, que hace mínimo el coste de metro lineal de puente; y en segundo lugar, que este mínimo es inferior al coste del metro lineal de apoyo. Varios tanteos, con el auxilio de una curva de error o de otro cualquier medio de falsa posición, servirán para deducir la luz más económica en cada caso y en cada punto. Tanteos cuya práctica puede facilitar mucho la colección de modelos de tramos rectos de hormigón armado para caminos vecinales, mencionada al principio, o las fórmulas de Tolkmitt para arcos y otras colecciones y fórmulas.

La consecuencia de que el mínimo del coste por metro lineal de puente es en cada punto inferior al coste del metro lineal de apoyo, nos lleva a la conclusión de que para proyectar puentes económicos precisa la determinación previa de los apoyos de mínimo coste.

Lo más costoso en un puente económico son siempre los apoyos. ¿Como puede reducirse el coste de los apoyos? Se ocurren para ello tres procedimientos: la reducción de su altura, el aligeramiento o desdoblamiento de las pilas y la supresión de su parte inferior, apoyándolas en otro tramo o arco, en vez de hacerlo directamente sobre el terreno.

Se reduce la altura de las pilas en los puentes, haciéndolos de piso superior, si son de tramos rectos, o prefiriendo a éstos los de arco con arranques poco elevados sobre la base de apoyo.

Para tratar de los otros dos procedimientos va a permitírseme la abreviatura para la designación de los cauces según su configuración. Son los dos tipos más sencillos y frecuentes, los que denominaré cauces en — y en V (aparte de sus combinaciones o integrales).

El desdoblamiento de la pila puede tener buena aplicación en los cauces en — . Consiste en formar por división de la pila lo que puede llamarse pila-tramo; es decir, un tramo de pequeña luz, separando otros de luz mayor. El coste medio del metro lineal de pila disminuye evidentemente al considerar como tal el tramo y las dos pilas en que se apoya.

Esta sucesión de tramos de luces diferentes truécase en *superposición* de tramos o puentes de luces diferentes también, en el tercero de los procedimientos dichos para disminuir el coste del metro lineal de pila o apoyo en general. Es la solución adoptada en muchos viaductos (Javroz, Oporto, Pino, Garabit, Paderno). El puente apoyado sobre el arco de gran luz debe satisfacer separadamente a la condición del mínimo coste unitario en cada punto, con lo que puede obtenerse una segunda economía, si ya se obtuvo la de la reducción del coste de las pilas, que debe tener importe superior al coste del arco de gran luz. Puede adoptarse el procedimiento en cauces en V y con gran altura de rasante.

Aquí daría por terminado mi insignificante trabajo, si no me precisara hacer unas advertencias aclaratorias de algo que no he

dicho en su debido lugar. Un puente tiene longitud y anchura, y habrán podido sobreentender los ingenieros para quienes escribo (y habrán hecho bien), que a los tanteos para la averiguación de la luz que haga mínimo el coste del metro de puente, en cada punto del mismo, deben proceder, los que tengan por objeto buscar o fijar la solución que dé el mínimo coste unitario, en el sentido de la anchura, cosa que, en efecto, así procede. También dejé de decir que en el coste de la pila consideraba incluidos los gastos de agotamientos y excavación para su cimiento, y los medios auxiliares de su ejecución, y que incluía en el del tramo los gastos de andamiajes, moldes y cimbras.

Totalmente ociosas son estas prevenciones hechas a destiempo, o, por lo menos, tan ociosas como ocioso es este ligero bosquejo del estudio de la cuestión a que se refiere, tejido de elementálísimas cosas, quizá olvidadas de puro sabidas.

Permitaseme ahora cuatro palabras en el seno de la confianza, que me creo puedo tenerla aun con aquellos compañeros que no tengo la honra de contar entre mis amigos. Hace pocos días me ocupé en hacer tanteos (no terminados aún), con motivo del proyecto del puente sobre el río Andarax, en el trozo primero de la carretera de Almería a la Cuesta de los Castaños, por Níjar, del que recientemente se me ha encargado. Se trata de un cauce en — de unos 180 metros de ancho, y la rasante de la obra irá entre los 7 y los 8 metros sobre el fondo del cauce. El río, seco casi todo el año, en algunas avenidas arrastra árboles, no dejando en pie, entre otros muchos, ninguno de los que forman las defensas de los predios lindantes; y, por ello, he fijado como límite mínimo de la luz la de 12 metros.

Mi empeño en proyectar una obra que chocara algo a mis paisanos chocó con el inconveniente de la economía del coste de las obras. Una solución a base de pila-tramo, con los claros mayores formados por vigas rectas de hormigón armado de 12,50 metros de luz, me resultó más costosa por metro lineal que la solución constituida por unos vulgarísimos arcos de hormigón sin armar, de la misma luz. Son los precios unitarios los que me han jugado la mala pasada. ¿No estamos todos conformes en que es más de ingeniero el acierto y aplomo en calcular atinadamente los precios del coste de las distintas operaciones y de las diferentes unidades de obra, que la habilidad de tantear soluciones con mejor o peor fortuna?

Ya que de tanteos he hablado, ¿no han visto que me he callado sobre el de la altura de la rasante, que también es digna de ese honor? Quizás hubiera podido quedar así sentado, que a mayores alturas de rasante, mayores luces, y viceversa. Así he procedido por honor a la brevedad, no obstante lo cual no me ha resultado este *trabajo* ni conciso ni claro.

Vuelvo a rogar mil perdones, sobre todo por la *enciclopédica* figura A, que me temo no llegue a alcanzar la gracia del indulto. Menos mal que no se me haya ocurrido dibujar más de una; quizás pudiera haberla evitado, pero al fin y al cabo, *la hice*.

José López Rodríguez,
ingeniero de Caminos.

Almería, 29 de noviembre de 1920.

Sobre el aforo de las corrientes de agua

La utilización total y racional de la energía hidráulica de una corriente de agua exige el conocimiento exacto de su régimen, o sea del término medio por año del caudal global, y de la repartición de dicho caudal entre los distintos períodos del año.

Estos datos se deducen de las observaciones del nivel y de la velocidad del agua en el vertedero, escalonadas en un período bastante largo, por lo menos de diez años.

Para obtener las condiciones de continuidad y de precisión necesarias para las referidas determinaciones, el autor describe un aparato registrador del nivel de agua y una disposición para cronofotografiar una vena líquida.

Una de las partes más importantes del estudio de las corrientes de agua, para la utilización hidroeléctrica de su potencia, es el régimen: caudal global medio anual, repartición del mismo entre los diferentes períodos del año y relación entre los caudales anuales extremos.

La base de este estudio especial es la medida de los caudales, que debe practicarse de una manera continua y con la mayor precisión posible. La continuidad se obtendrá registrando niveles bien determinados; la precisión exige el exacto conocimiento de la relación existente entre la velocidad media del agua en una sección determinada y el nivel observado.

Como generalmente las secciones de las corrientes de agua tomadas en un sitio cualquiera son irregulares y desformables, no es posible alcanzar en ellas la precisión que se desca, pero muchas veces hay que contentarse con ellas.

No ocurre lo propio, cuando la sección estudiada presenta la regularidad matemática del prisma rectangular líquido que sale de un vertedero bien construido. Afortunadamente, existen ahora bastantes obras de esta clase para que sea posible estudiar el régimen de las corrientes de agua con la exactitud necesaria, y, a medida que se vayan construyendo nuevos vertederos, se perfeccionará el conocimiento del régimen, y, por consiguiente, el de la materia prima de la industria eléctrica: el agua de los ríos.

Esta ciencia nos permitirá dar una dirección absolutamente racional a las construcciones ulteriores.

Lo que parece más urgente es adoptar un buen sistema de observaciones del nivel; en efecto, para que éstas tengan un valor práctico es necesario que abarquen un período de tiempo bastante extenso; la práctica demuestra que hacen falta, por lo menos, diez años para llegar a unas conclusiones seguras; cuando tengamos los resultados de buenas observaciones, correspondientes a un período bastante largo, sacaremos de ellas, rápidamente, conclusiones útiles.

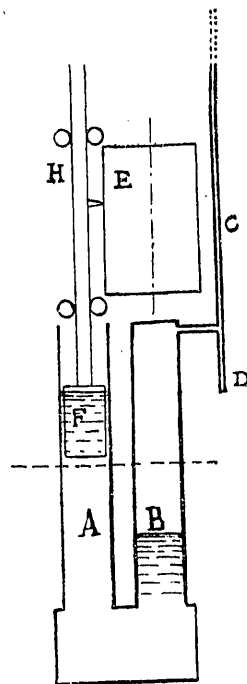
MEDIDA DE LOS NIVELES.—Cuando se trate de una presa con vertedero se observa el nivel que alcanza el agua en la parte tranquila del depósito; pero si queremos aprovechar un vertedero, como en crecido número, se han establecido antiguamente para los molinos, teniendo la lámina de agua una velocidad apreciable a cierta distancia, agua arriba del vertedero, será necesario aislar una pequeña parte próxima al flujo líquido, en una especie de canal muerto, cuya terminación se halle alineada con la arista del vertedero; lo que será conveniente observar es el nivel del agua, en dicho punto.

En las escalas métricas dispuestas al efecto se tomará nota de las variaciones del nivel, haciendo lecturas más o menos frecuentes.

Pero en una gran balsa de agua, el oleaje que se produce, casi inevitablemente en la superficie, da lugar, en gran parte, al error en la apreciación del nivel medio que es necesario conocer. Por otra parte, la situación de la escala obliga, algunas veces, al observador a un largo recorrido, del que puede estar tentado de abstenerse. Sería, pues, preferible recurrir a un modo de observación independiente del oleaje, y que pudiera emplearse en un sitio constantemente ocupado por personas, en la sala de máquinas por ejemplo; a continuación indicamos un procedimiento

que responda a este fin, y que se prestará perfectamente al registro.

Dos cilindros verticales iguales A y B, de 120 centímetros de altura y 0,10 metros de diámetro, se comunican por su parte inferior; el cilindro A está abierto arriba, el otro, cerrado, lleva un tubo delgado de dos ramales C y D. El ramal C es bastante largo para que su extremo pueda penetrar en el agua del depósito, a unos 0,10 metros debajo del nivel superior del vertedero.



Se puede, por el tubo D, soplar aire, por un procedimiento adecuado a las circunstancias.

Los dos vasos contienen agua, hasta media altura, aproximadamente, y el vaso abierto A contiene un flotador F, con una varilla vertical H, provista de una punta indicatriz, o de un lápiz.

Si soplamos en el vaso cerrado, la presión del aire hace bajar el nivel en B y lo hace subir en A, hasta que la diferencia de nivel haga equilibrio a la diferencia de presión entre el orificio sumergido del tubo delgado y el nivel del agua en el depósito. Si soplamos más, el exceso de aire llegará a salir por dicho orificio, y el desnivel se mantendrá constante, siguiendo después todas las variaciones de *nivel equilibrado*, sin obedecer al oleaje; pero los desplazamientos del flotador serán iguales a la mitad de los de dicho nivel. Serán, sin embargo, suficientes para que podamos apreciar las variaciones de nivel con la precisión prácticamente necesaria. Podremos leer las alturas en las escalas, o marcarlas en un papel preparado al efecto. En el primer caso bastará establecer la presión en B, cuando se haga una lectura, empleando una bomba neumática ordinaria; en el segundo habrá que mantener una presión moderada, pero continua, por medio de una máquina sopladora, por ejemplo.

El aparato podrá colocarse muy lejos del vertedero, en la fábrica misma, donde el personal podrá tenerlo constantemente a la vista.

MEDIDA DE LAS VELOCIDADES EN EL VERTEDERO.—El gasto de un vertedero se expresa por la fórmula

$$Q = ml \sqrt{2g} z^{3/2}$$

z , carga del vertedero, puede deducirse del nivel observado; m , coeficiente variable, depende de la forma de dicho vertedero y de la carga misma, según una ley empírica, que convendría determinar, para cada vertedero.

El ingeniero Bazin hizo numerosas determinaciones de este género, y los resultados obtenidos por dicho autor pueden darnos una primera aproximación; pero será preferible estudiar directamente cada uno de los vertederos a utilizar, para la medida exacta de los gastos, a cuyo fin parecería ventajoso emplear un método que ha sido empleado en experimentos de enseñanza, y que permite obtener resultados muy exactos, con medios sencillos.

El gasto, por unidad de longitud, de un prisma líquido de sección rectangular es igual al producto de una sección octogonal del mismo, multiplicado por la velocidad del filete medio, en la misma sección, velocidad que difiere poco de la superficial en un vertedero de esmerados contornos.

Bastará, pues, determinar la velocidad de una porción de filete longitudinal y superficial, así como la sección media correspondiente, para calcular el gasto.

CRONOFOTOGRAFÍA DEL MOVIMIENTO DE UN FILETE LÍQUIDO.—Consideremos: 1.º Una máquina focográfica provista de un objetivo aplanético y sin distorsión, cuya distancia focal es, aproximadamente, de 0,25 metros, y con un diafragma muy pequeño.

2.º Un punto luminoso moviéndose en un plano paralelo a la placa fotográfica ante un fondo oscuro; y

3.º Una rueda dentada, como la rueda Fizeau, que gira con velocidad uniforme delante del objetivo y muy cerca de éste.

Supongamos que la rueda esté inmóvil, en una posición tal que el eje del objetivo pase entre dos dientes; la imagen del punto luminoso móvil, al recorrer la placa, dibujará la forma de la trayectoria en trazo continuo; pero, si la rueda gira, se produce una serie de destellos alternando con eclipses, cuyo resultado es un trazo discontinuo.

Los extremos de los diferentes trazos, cuyas coordenadas podrán medirse, indicarán la posición del móvil en tiempos consecutivos e iguales. Podemos, pues, hallar la ley del movimiento de la imagen, y, por consiguiente, la del movimiento del objeto luminoso, conociendo la relación entre el tamaño de la imagen, el del objeto.

Este método, aplicado al estudio del movimiento de la *cátida* de los cuerpos y del movimiento de los proyectiles en condiciones de resistencia aérea despreciable ha dado resultados muy satisfactorios; el punto luminoso móvil, en este caso, es la imagen del sol, dada por una bola de acero perfectamente pulimentada, de 2 centímetros de diámetro, que sirve de espejo esférico convexo; las imágenes pequeñísimas—prácticamente un punto—, pero es brillantísima. La imagen de este punto dada por el objetivo, hasta empleando un diafragma muy pequeño, impresiona fuertemente la placa, aunque esté animada de una velocidad de un metro por segundo.

Si queremos hallar la ley del movimiento del agua en un vertedero por este procedimiento, tomaremos un pequeño globo de cristal plateado de 5 centímetros de diámetro, lastrado de modo que quede sumergido hasta el nivel de la imagen vista por el objetivo.

Detrás de la trayectoria del globo se colocará una pantalla negra, constituida por una hoja de palastro vertical, paralela a la dirección de los filetes de agua, y sumergida hasta un punto señalado del vertedero. Dicha pantalla llevará, además, dos reglas métricas que servirán de ejes de coordenadas en el plano de la trayectoria del punto luminoso. Se echará al agua el globo, sostenido primeramente por un hilo y una especie de caña de pescar, de tal manera que la trayectoria del punto luminoso esté a una distancia conocida de la pantalla (unos 0,10 metros).

En cada extremo de la parte de trayectoria fotografiada existe una pequeña zona indecisa correspondiente al tiempo de pasar el borde de un diente delante del diafragma. Si este tiempo tiene

una duración igual a la quincuagésima parte del paso de un diente, o de un hueco, ante el centro del objetivo, la longitud de la zona floja es solamente la quincuagésima parte de la longitud de un trazo, y, con alguna práctica, se determina con exactitud suficiente el medio, para que el error relativo, en la evaluación de la longitud, sea sensiblemente inferior a 0,01.

Si el diafragma tiene 3 milímetros de diámetro, con el que se obtiene aún una impresión fuerte en las placas *Lumière* (etiqueta morada), la condición anterior se alcanzará con dientes de 150 milímetros de espesor medio; lo que, suponiendo un número práctico de tres dientes y tres huecos, exige una rueda de 286 milímetros de diámetro, en la circunferencia primitiva. Esta rueda, dando tres vueltas por segundo, produce intervalos de $\frac{1}{18}$ de segundo. Regularemos la velocidad angular de la rueda de manera que el error absoluto posible, en la medida de una porción de trayectoria, resultando de la indecisión terminal, sea del mismo orden de importancia que el error procedente de la evaluación—con lente—de una fracción de división de la escala métrica empleada, sea 0,1 milímetros, aproximadamente, es decir, que procuraremos obtener trazos cuya longitud esté comprendida entre 1 y 2 centímetros.

Conociendo el perfil exacto del vertedero, y refiriendo a las escalas métricas un punto determinado del mismo, podremos trazar dicho perfil en la fotografía a igual escala. De esta manera conoceremos los espesores del prisma líquido, así como las velocidades correspondientes.

El producto de dichas cantidades ha de ser constante en una sección longitudinal del prisma; esta advertencia nos ofrece una comprobación de las distintas medidas; resulta posible, entonces, valorar con bastante exactitud el gasto por unidad de longitud, conociendo el nivel de carga.

Repetiendo la operación para varios regímenes diferentes del vertedero, será posible establecer un gráfico de los caudales correspondientes a los distintos niveles observados entre los límites de las diferentes pruebas, quedando así perfectamente conocido el aforo del aludido vertedero.

Estas pruebas no exigen más condiciones para realizarse que la de una altura favorable; cuando hayamos hecho el gráfico de los caudales, convendrá construir, por medio de los resultados sacados del mismo, una graduación, en la que, frente a cada nivel observado, estará inscrito el caudal correspondiente.

H.

Demostración del postulado de Euclides

POR

D. Ramón Martínez de Campos y Colmenares

Ingeniero-jefe de Caminos, Canales y Puertos y profesor de Ciencias,

I

Generalidades.—El postulado de Euclides y sus equivalentes. Crítica experimental de los sistemas antieuclidianos o pseudo-geométricos.

Desde que en el siglo III antes de nuestra Era formulaba el gran Euclides su famoso postulado, tan esencial a la ciencia del espacio, quedó entablada con su aceptación o con su posible negación una contienda entre dos ideas, las cuales en tiempos modernos han venido disputándose los honores propios del dominio de la verdad. Matemáticos ilustres de todos los tiempos se ocupa-