

REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS

PUBLICACION TECNICA DEL CUERPO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

DIRECTOR

D. MANUEL MALUQUER Y SALVADOR

COLABORADORES

LOS INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

SE PUBLICA LOS JUEVES

Dirección y Administración: Plaza de Oriente, 6, primero derecha.

Comprobación experimental de los cálculos de resistencia de materiales por medio de la luz polarizada.

Hasta ahora todos los medios experimentales que están en uso para comprobar los cálculos de estabilidad de una obra consisten en medir directamente sobre ellas, y algunas veces sobre reproducciones en escala reducida, determinadas deformaciones, tales como flechas totales ó parciales y alargamientos ó acortamientos de algunos elementos, con cuyos datos nunca podremos llegar á deducir los trabajos límites del material en un punto determinado, que es el resultado perseguido en todo problema de resistencia de materiales, obteniendo á lo sumo esfuerzos medios. cuyo conocimiento, si bien es interesante, no da idea completa de la manera de trabajar el material. Se han verificado varias veces estudios sobre modelos de las obras, hechos de madera, metal ó caucho, teniendo en cuenta que, si la escala de estos modelos era $\frac{1}{\alpha}$, las fuerzas que se hicieran actuar sobre ellos, para que el

esfuerzo unitario fuera el mismo, estarán en la relación $\frac{1}{\alpha^2}$, con sus homólogas en la obra real, y no pasando del límite de proporcionalidad, entre los esfuerzos y las deformaciones correspondientes, las curvas de las cargas unitarias serán las mismas, cualquiera que sea el material que se emplee, porque para igualdad, de esfuerzos y secciones, siempre que se cumpla la ley de Hooke, las deformaciones serán proporcionales á los coeficientes de elasticidad, prescindiendo de los pocos casos prácticos en los que en estas deformaciones influye la elasticidad en sentido normal (coeficiente de Poisson), influencia que varía muy poco de un material á otro; además, dentro de los mismos límites se puede variar la forma de las secciones, conservando siempre la misma área y el mismo momento de inercia, lo que permite aplicar el procedimiento á obras de hormigón armado. Pero no se ha llegado á obtener resultados verdaderamente interesantes hasta que se hicieron experiencias con modelos de vidrio, material que, por su transparencia, permite mirar á través del interior de su masa y nos pone de manifiesto las alteraciones moleculares, que en ella introducen esfuerzos exteriores que le hacen adquirir accidentalmente la propiedad de la doble refracción, dando lugar á que con la luz polarizada se produzcan los mismos fenómenos que si fueran cristales de cuarzo, cuyo eje de cristalización sigue la misma dirección que los esfuerzos principales, estando las coloraciones

y oscuridades producidas por la descomposición ó interferencias de la luz tan íntimamente ligadas con la magnitud de las cargas unitarias en cada punto que, como veremos después, no sólo se llega á obtener el valor de estas cargas, sino que salen dibujadas físicamente las curvas representativas, en las diferentes secciones, para las combinaciones de esfuerzos exteriores que queramos.

Siendo la cuestión de gran importancia é interés, puesto que se puede llegar á comprobar cálculos de resistencia de obras calificadas de atrevidas ó poco conocidas, cuyos procedimientos de cálculo son siempre discutidos ó al menos admitidos con reservas por su novedad y que, por ser siempre laboriosos, son propensos á errores materiales y reemplazando estas pruebas con ventaja á la sanción de la práctica, cosa que siempre se echa de menos en obras de estructuras nuevas ó poco empleadas.

Todo esto ha sugerido al que suscribe la idea de estudiar los fundamentos y teoría de estos ensayos, no verificados hasta ahora en España; pero en la creencia de que pueden llevarse á cabo fácilmente en nuestros laboratorios y gabinetes de Física, por lo cual considera oportuno el dar publicidad á estos estudios.

La propiedad del vidrio ordinario de adquirir la doble refracción, siempre que se modifica su estructura mecánica interna de una manera desigual en diferentes direcciones, bien sea por esfuerzos mecánicos, por el temple ó por cambio de forma, es conocida desde muy antiguo y se hace constar en todos los tratados de Física. En 1815 y 1816, Brewster demostró, que la diferencia de marcha entre el rayo ordinario y extraordinario, producidos por la doble refracción accidental de una lámina de vidrio, sometida á esfuerzos exteriores en su plano, era proporcional á los esfuerzos principales interiores. Wertheim repitió las experiencias en 1851 (*Annales de Chimie et de Physique*). Carns Wilson, en 1891, propuso aplicar el fenómeno á los cálculos de vigas, y en 1893, M. Flamant trató del asunto, en la publicación de *Annales de Ponts et Chaussées*, sin que á ninguno de estos estudios se le haya prestado la atención merecida, por la creencia de que los resultados no serían aceptables por ser el material de la reproducción muy diferente del de la obra, y también, porque hasta hace poco tiempo sólo se podían determinar las direcciones de las tensiones ó compresiones, pero no su magnitud.

Uno de los que verdaderamente han estudiado la cuestión teórica y prácticamente ha sido l'Ingenieur en Chef de Ponts et Chaussées, A. Menager (*Annales de Ponts et Chaussées*, año 1913, tomo III), y en la lectura de la publicación de las notas tomadas por los oyentes en su clase de *Beton armé*, en l'Ecole National de Ponts et Chaussées, es de donde el que suscribe encontró precisa-

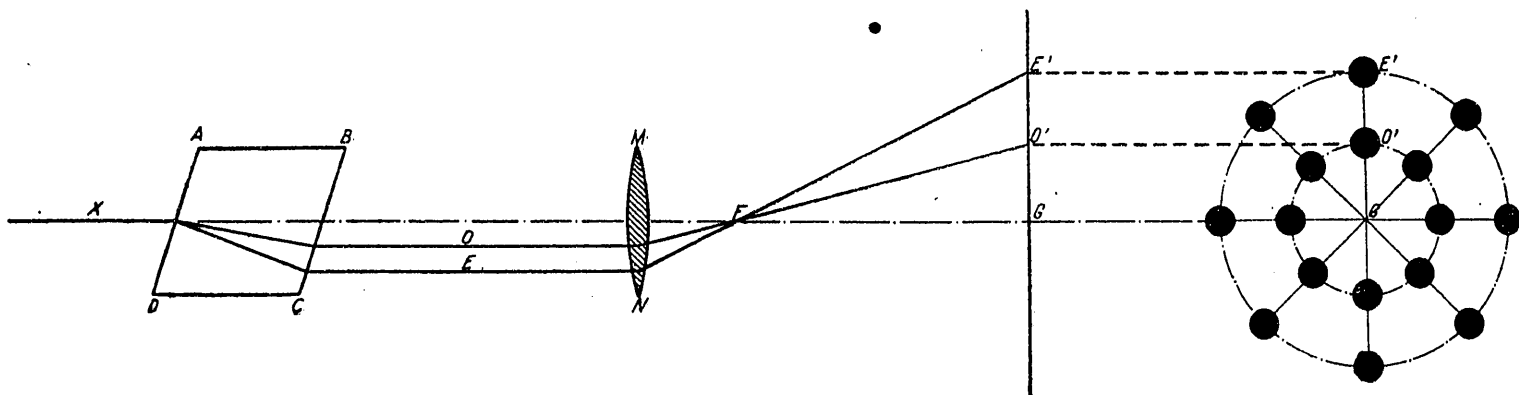
mente las primeras referencias de este sistema de ensayos, que el citado Ingeniero aplicó con gran éxito para comprobar los cálculos hechos por el método de «Rabut» á un puente de hormigón armado, de arco empotrado, de 95 metros de luz.

Antes de entrar en el fondo de la cuestión conviene hacer recordar las principales experiencias y teoría fundamental de la polarización de la luz, que exponemos á continuación:

Sea $ABCD$ (fig. 1.^a) la proyección de un romboedro de espato de Islandia, sobre uno de sus planos principales (paralelo al eje de cristalización y normal á dos caras opuestas), en el cual incide un rayo de luz R , contenido en el mismo plano principal;

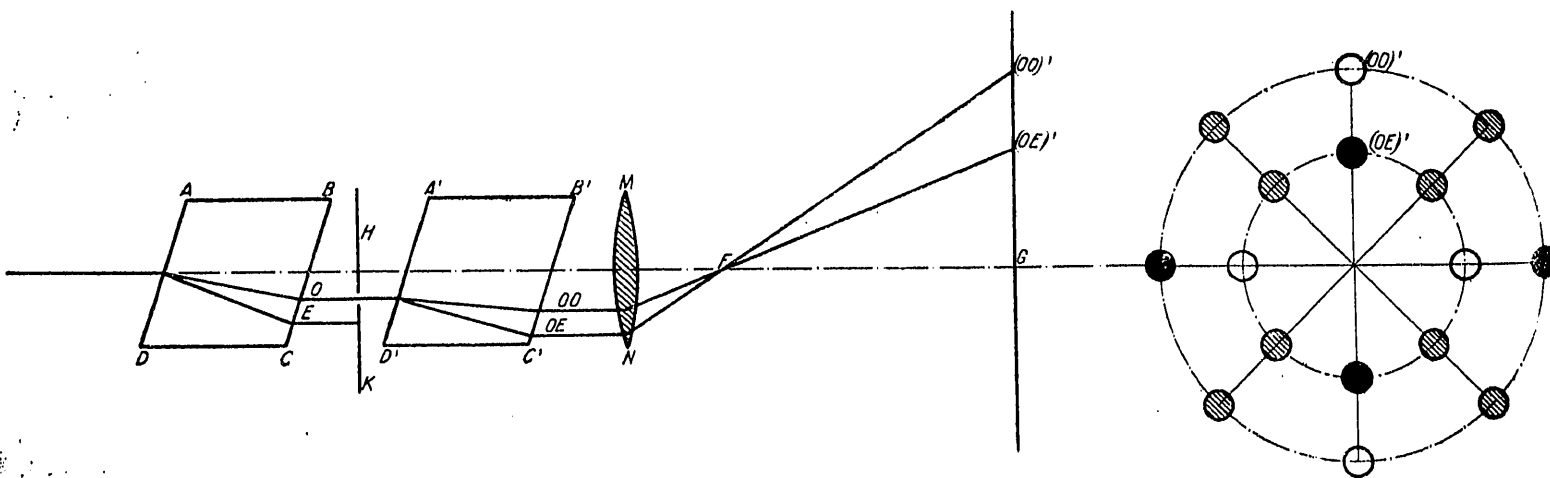
punto G , proyección de dicho rayo sobre la pantalla, é irán tomando las diversas posiciones señaladas en la figura, en todas las cuales su intensidad luminosa será siempre la misma.

Si al salir los rayos O y E del romboedro interceptamos uno de ellos, el E , por ejemplo, por medio de una pantalla HK , y colocamos después un segundo romboedro $A'B'C'D'$ idéntico al primero y coincidiendo sus planos principales, el rayo O saldrá otra vez doblemente refractado, según OO' y OE' , los cuales, por intermedio de la lente MN , proyectarán solamente un círculo luminoso (OE'), el correspondiente al rayo extraordinario, y al hacer girar el segundo romboedro, alrededor de XG aparecerá en seguida el círculo OO' correspondiente al rayo ordinario, pero con una intensidad luminosa al principio muy pequeña é irá aumen-

Fig. 1.^a

sabemos, por Física, y es fácil comprobar experimentalmente, que este rayo, al atravesar el cristal, se desdobra en dos, los cuales salen paralelamente al primero; uno de ellos O , siguiendo las leyes corrientes de la refracción (constancia entre la relación de los senos de los ángulos de incidencia y de refracción), y se llama rayo ordinario, mientras que con el otro E no ocurre lo mismo y se llama rayo extraordinario. El estudio experimental se realiza haciendo pasar un haz de rayos solares ó de cualquier foco de luz artificial blanca por una abertura circular muy pequeña, y

tando á la vez que el ángulo de giro sea mayor, mientras que la correspondiente al $(OE)'$ irá disminuyendo, llegando á ser iguales cuando dicho ángulo sea de 45° , á partir del cual la intensidad de $(OO)'$ será mayor que la de $(OE)'$, y al llegar á los 90° , ó sea cuando los planos principales de los dos romboedros son perpendiculares, habrá desaparecido el círculo correspondiente al rayo extraordinario, á la vez que tendrá el máximo de intensidad el correspondiente al rayo ordinario. Para ángulos comprendidos entre 90 y 180° disminuye la intensidad de $(OO)'$ y au-

Fig. 2.^a

después de recoger la imagen de esta abertura, interceptando los rayos O y E (en realidad haces de rayos), por una pantalla donde se verá la imagen doble; pero para evitar la dispersión y á la vez amplificar las imágenes, con objeto de poder estudiar con más claridad los fenómenos, se coloca una lente MN que refracta los rayos, haciéndoles pasar por su foco F y proyectándolos después en la pantalla en O' y E' , donde se observarán dos círculos luminosos, que serán, respectivamente, las imágenes ordinaria y extraordinaria de la abertura. Si hacemos girar al romboedro alrededor del rayo incidente, ambas imágenes girarán también alrededor del

menta la de $(OE)'$, haciéndose iguales para el valor 225° , anulándose la del primero y llegando al máximo la del segundo para 180° , repitiéndose el fenómeno para los demás cuadrantes, tal como se ve en la figura.

Si la pantalla HK hubiera interceptado el rayo O y dejado pasar el E , los fenómenos hubieran sido los mismos, pero desapareciendo la imagen extraordinaria y adquiriendo el máximo la ordinaria en la misma posición en que antes desaparecía la ordinaria y adquiría el máximo la extraordinaria.

El resumen de estos fenómenos es que la luz emitida por el

rayo R sufre la doble refracción, siempre de un modo igual, al atravesar un romboedro de espato de Islandia, cualquiera que sea la posición de este romboedro, mientras que la luz emitida por cualquiera de los rayos O ó E sufre también la doble refracción al atravesar el mismo cristal; pero pasando las cosas de una manera muy distinta, según sea la orientación de éste, lo cual demuestra que la luz de los rayos O ó E tienen propiedades diferentes de la de los rayos R , y se la llama *luz polarizada* para distinguirla de la luz natural.

La teoría de las ondulaciones explica éstos fenómenos suponiendo que un rayo luminoso no es más que una recta hipotética que indica la dirección de la propagación de una serie de ondulaciones normales á ella (ondas esféricas cuyo centro es el foco de luz) correspondientes á vibraciones de las moléculas del éter en todas direcciones posibles longitudinales y transversales alrededor de cada rayo, análogamente á las vibraciones que propagan las ondas sonoras en el interior de los cuerpos sólidos⁽¹⁾, siendo cada rayo luminoso semejante á una cuerda de violín cuyo arco actuase constantemente en todas las direcciones, produciendo movimientos cuyas proyecciones serán siempre iguales sobre cualquier plano que pase por el rayo y los fenómenos visibles á que den lugar serán los mismos en todas direcciones.

Ahora bien: en la luz polarizada se supone que las vibraciones de las moléculas del éter que propagan las ondas son transversales en un plano único, como las que se producen en la superficie de las aguas al arrojar un objeto, y un rayo se puede asimilar á una cuerda de violín, en la cual el arco actúe en una dirección constantemente normal á ella; las proyecciones de este movimiento sobre un plano que pase por el rayo varían con el ángulo que éste forma con el plano en que se verifica la vibración, siendo nula en el perpendicular á él, que es el que recibe el nombre de plano de polarización, y con los efectos visibles ocurre otro tanto, según hemos visto en las experiencias anteriores.

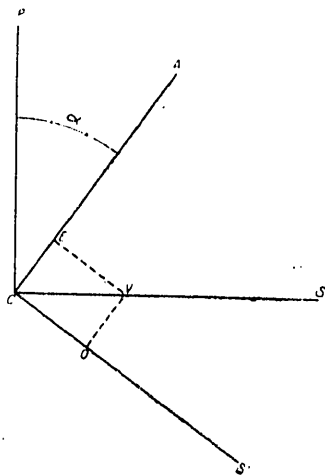


Fig. 3.ª

Sentado esto, supongamos en la figura 3.ª que CP es la traza del plano principal del primer romboedro sobre el plano de la pantalla. Supongamos un rayo incidente normal al plano de la figura proyectado en C ; se demuestra en Física que da origen á dos vibraciones transversales, una en el plano CP y otra en el CS perpendicular á él; la primera produce el rayo extraordinario polarizado en el plano CS , y la segunda, el rayo ordinario polarizado; según el plano principal CP del cristal, la intensidad luminosa de cada uno de estos rayos es la mitad $\frac{I}{2}$ de la del rayo incidente (I). Supongamos que por obstrucción ó por reflexión total des-

viamos el rayo extraordinario y vamos á seguir la marcha del ordinario, cuya amplitud de vibración representaremos por CV , y sean CA el plano principal del segundo romboedro, girado de manera que forme con el del primero un ángulo α , la vibración CV se descompone según la ley de Malus en otras dos ordinaria y extraordinaria polarizadas, respectivamente, en el plano principal CA y en el perpendicular á el CS y cuyos valores respectivos son:

$$CO = CV \cos \alpha$$

$$CE = CV \sin \alpha$$

y las intensidades luminosas correspondientes:

$$I_o = \frac{I}{2} \cos^2 \alpha$$

$$I_E = \frac{I}{2} \sin^2 \alpha$$

dando á α valores comprendidos entre 0 y 360° , las fórmulas anteriores nos dan los valores de las intensidades luminosas respectivas, para las diversas posiciones de los romboedros, en perfecto acuerdo con las experiencias.

Para $\alpha = 90^\circ$ se tiene

$$CO = 0 \quad I_o = 0$$

$$CE = CV \quad I_E = \frac{I}{2}$$

Si en esta posición especial de los romboedros intercalamos entre ellos una lámina de cristal de cuarzo tallada paralelamente á su único eje de cristalización, cuya proyección sobre la panta-

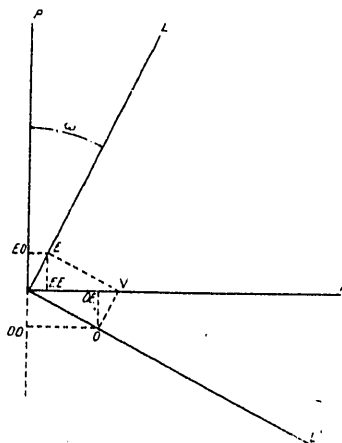


Fig. 4.ª

lla sea CL (fig. 4.ª), que forma un cierto ángulo ω con CP , la vibración CV se descompondrá lo mismo que antes en:

$$CO = CV \cos \omega$$

$$CE = CV \sin \omega$$

de intensidades luminosas.

$$I_o = \frac{I}{2} \cos^2 \omega$$

$$I_E = \frac{I}{2} \sin^2 \omega$$

Cada una de estas vibraciones al atravesar el analizador se descompondrá en otras dos

$$COO = CO \sin \omega = CV \sin \omega \cos \omega$$

$$COE = CO \cos \omega = CV \cos^2 \omega$$

$$CEE = CE \sin \omega = CV \sin^2 \omega$$

$$CEO = CE \cos \omega = CV \cos \omega \sin \omega$$

De estas fórmulas parece, á primera vista, deducirse que cualquiera que sea el valor de ω estará siempre extinguida la imagen

(1) Las ondas sonoras en los cuerpos líquidos y gaseosos no transmiten más que vibraciones longitudinales.

ordinaria y con el máximo de intensidad la extraordinaria, puesto que:

$$\begin{aligned} COO + CEO &= O \\ COE + CEE &= CV \end{aligned}$$

es decir, que no influye para nada la lámina interpuesta. Sin embargo, en la realidad ocurren cosas muy distintas y es que se verán en dirección horizontal dos imágenes coloreadas con tonos diferentes, y si la distancia de la pantalla fuera tal que estas imágenes se superpusieran, la parte común resultaría blanca y al hacer girar la placa alrededor de C las coloraciones variarían según el ángulo ω ; pero siendo siempre complementarios y simétricos a partir de $\omega = 45^\circ$, desapareciendo una de ellas y haciéndose blanca la otra para $\omega = 0$ y $\omega = 90^\circ$, es decir, cuando el eje de la placa coincide con el del polarizador ó analizador.

Estos fenómenos de coloración son debidos á que las dos vibraciones, ordinaria y extraordinaria, al atravesar la placa dejan de estar en fase y quedan con una diferencia de marcha que llamaremos δ , la cual, como es diferente para cada uno de los colores del espectro, se produce la descomposición de la luz blanca. Las intensidades luminosas vienen dadas por las fórmulas correspondientes á la composición de movimientos vibratorios paralelos de distinta fase, transformándose las sumas lineales en vectoriales, y resulta designando por λ la amplitud de onda:

$$\begin{aligned} I_o &= (COO + CEO)^2 - 4 COO \times CEO \sum \sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda} \\ I_E &= (CEE + COE)^2 - 4 CEE \times COE \sum \sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda} \end{aligned}$$

y substituyendo valores tenemos:

$$\begin{aligned} I_o &= \overline{CV}^2 \sin^2 2\omega \sum \sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda} \\ I_E &= \overline{CV}^2 - \overline{CV}^2 \sin^2 2\omega \sum \sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda} \end{aligned}$$

correspondiendo á cada uno de los colores elementales los sumandos comprendidos bajo el signo $\sum$

Sumando los dos valores tenemos:

$$I_o + I_E = \overline{CV}^2$$

lo que nos demuestra el que los colores de las dos imágenes son siempre complementarios.

La diferencia de fase δ tiene por valor:

$$\delta = (m - m') e$$

siendo m y m' los índices de refracción de los rayos ordinarios y extraordinarios en el cuarzo y e el espesor de la placa. Substituyendo tenemos:

$$\begin{aligned} I_o &= \overline{CV}^2 \sin^2 2\omega \times e \times \sum \sin^2 \pi \frac{m - m'}{\lambda} \\ I_E &= \overline{CV}^2 - \overline{CV}^2 \sin^2 2\omega \times e \times \sum \sin^2 \pi \frac{m - m'}{\lambda} \end{aligned} \quad (1)$$

De donde deducimos que la imagen ordinaria se extinguirá en los tres casos siguientes:

- 1.º Cuando ω sea nulo ó un múltiplo de π , es decir, cuando el eje de cristalización de la lámina tenga la misma dirección que el plano principal del polarizador ó sea normal al del analizador.
- 2.º Cuando e sea cero, caso meramente teórico; pero que corresponde al práctico de que el espesor de la lámina sea muy pequeño.
- 3.º Tratándose de luz monocromática siempre que e ó $m - m'$ tenga valores tales que δ sea nulo ó múltiplo de λ , y

tratándose de luz blanca, desaparecerá únicamente el color correspondiente á estos casos.

Sentado todo esto, supongamos que disponemos para la experiencia de un aparato de proyecciones, en el cual, los romboedros de espato sean de los llamados nicoles que se caracterizan por hacer desaparecer por reflexión total uno de los rayos y que estén dispuestos de manera que sus planos principales están en ángulo recto; pero que puedan girar á la vez, manteniéndose siempre en la misma posición relativa, y de tal manera, que el nicol analizador refleje precisamente el rayo ordinario, que por ser único en esta posición especial de los nicoles, equivale á producir la extinción completa; por último, que su tamaño relativo sea tal que en combinación de varios lentes permita proyectar sobre la pantalla un círculo de alguna magnitud, para que dentro de él se puedan observar los fenómenos producidos por las experiencias que vamos á enumerar.

Colocando como anteriormente, entre los dos nicoles, una lámina rectangular de cuarzo tallada paralelamente á su eje de

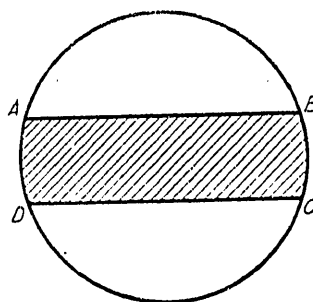


Fig. 5.ª

cristalización; se acusará dentro del círculo imaginario correspondiente al rayo extraordinario (fig. 5.ª) la proyección ABCD de un trozo de la lámina de cuarzo, cuya área presentará la coloración definida por la fórmula (1) correspondiente á los diversos ángulos ω y á las diversas diferencias de fase δ que Wertheim ha comprobado, son precisamente proporcionales á la magnitud de los esfuerzos, desde la extinción completa para $\omega = 0$ que se verá, toda el área en sombra hasta $\omega = 90^\circ$ en que será blanca; las extinciones correspondientes á valores de δ no se acusarán en el conjunto, por afectar sólo á alguno de los sumandos, ó sea á colores elementales.

Si la lámina interpuesta fuera de vidrio ordinario no se acu-

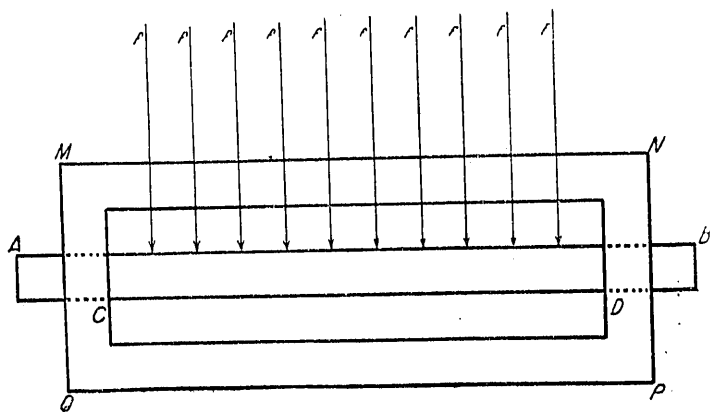


Fig. 6.ª

saría fenómeno visible de ninguna clase; pero si esta lámina de vidrio está sometida á un esfuerzo mecánico uniforme de tensión ó de compresión, la lámina se comportaría exactamente igual que si fuera de cuarzo y la dirección del esfuerzo fuera la del eje de cristalización.

Si la lámina de vidrio estuviera sometida á esfuerzos varia-

bles en cualquiera dirección, pero siempre paralelos á su plano y uniformemente repartidos en todo su espesor, produciría entre los dos nicols el mismo efecto, que si estuviera compuesta de infinitas placas de cuarzo adosadas unas á otras, en forma que sus ejes de cristalización coincidan con la dirección de los esfuerzos principales, siendo el polígono formado por éstos la envolvente de las isostáticas, por lo cual, la proyección sobre la pantalla presentará un aspecto multicolor; pero observándose dos series de coloraciones uniformes, una siguiendo curvas tales que las tangentes á las isostáticas son paralelas ($\omega = \text{constante}$) presentándose una línea de sombra y otra de luz blanca perpendiculares en las direcciones de los planos principales de los nicols y otras correspondientes á $\delta = \text{constante}$, que siguen las direcciones de las isostáticas, entre las que figura la correspondiente á $\delta = 0$ (línea neutra) que acusa una línea en sombra.

Supongamos, para fijar ideas, que tenemos una lámina de vidrio ordinario AB colocada en un bastidor de madera $MNPQ$, de manera que forme una viga empotrada de luz CD que puede ser muy bien una reproducción en escala reducida de una viga real, y que sobre ella se hacen actuar por medio de tornillos de presión, ó mejor aún, por pesos tarables por medio de resortes, una serie de esfuerzos f .

Colocada esta lámina en sentido horizontal, entre un analiza-

3.º Coloraciones uniformes en el sentido de las isostáticas (que se cruzan con las anteriores) y que corresponden á valores constantes de δ , siendo complementarios los colores de las tensiones con los de las compresiones, ó sea para valores de δ , cuya suma es 90° .

4.º Una línea oscura horizontal en la parte central, á todo lo largo de la viga (línea neutra), y dos verticales, también oscuras, en los puntos de momento, flector nulo, correspondiendo ambas á los puntos de intersección de las isostáticas de tensión y compresión que tienen el mismo valor de δ .

5.º Al hacer girar alrededor de su eje el conjunto del polarizador y analizador cambian por completo las coloraciones, pero conservando siempre las mismas direcciones, y se acusarán siempre una línea oscura y otra clara en las direcciones MN y $M'N'$, que cortan á las isostáticas en puntos cuyas tangentes son paralelas á los ejes de los nicols.

Aun cuando se pueden reproducir fotográficamente estos resultados, la figura resulta sumamente confusa por la variedad de líneas y cruces de éstas, así como por los desvanecidos con que se pasa de unos colores á otros, pero destacándose siempre de una manera bien manifiesta las líneas oscuras, las cuales son las únicas de las que se hace uso en las aplicaciones verdaderamente prácticas.

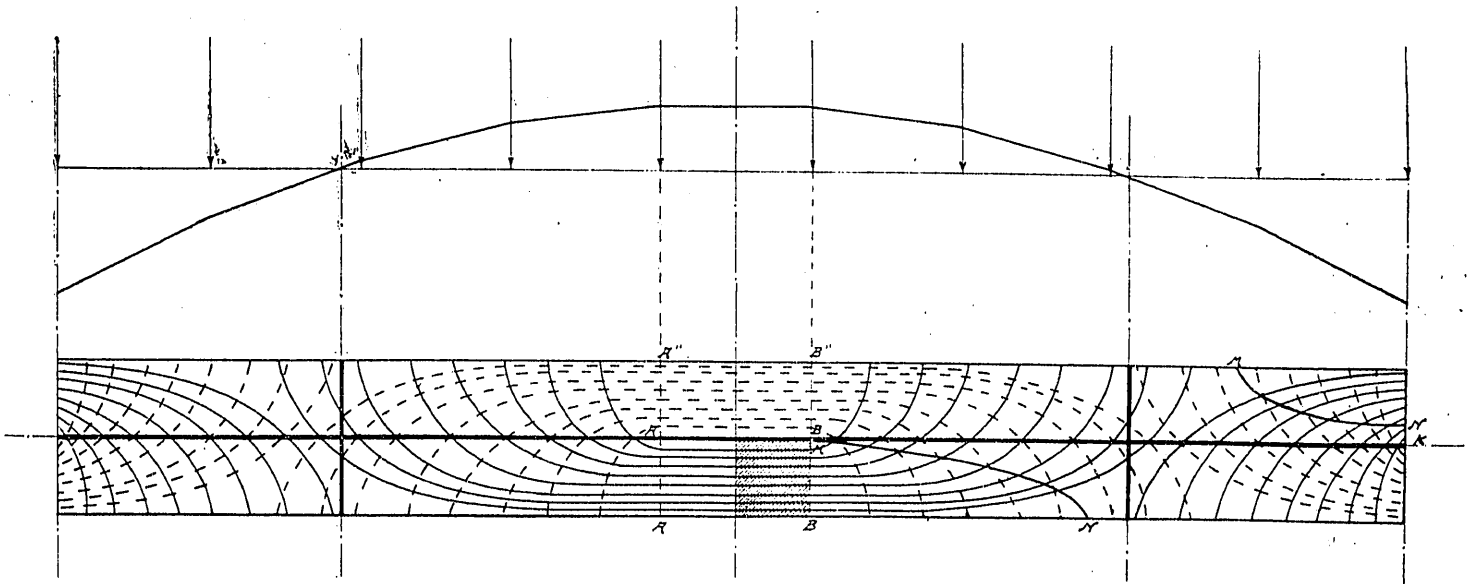


Fig. 7.ª

dor y un polarizador, se observarán en su proyección en la pantalla los fenómenos siguientes, suponiendo dibujadas de antemano las isostáticas de tensión y compresión (fig. 7.ª).

1.º En la parte AB central de la viga, en que las isostáticas son horizontales, se verá completamente negro el rectángulo inferior $ABA'B'$, que por estar sometido á esfuerzos de tensión horizontales (compresiones verticales) equivale á un cristal de cuarzo de eje horizontal, colocado de manera que $\omega = 90^\circ$, viéndose completamente blanca la parte superior $ABA''B''$, que por estar sometida á esfuerzos de compresión horizontales (tensiones verticales) equivale á un cristal de cuarzo de eje vertical colocado de manera que $\omega = 0^\circ$.

Si en lugar de tratarse de esfuerzos aislados fuera una presión uniformemente repartida, estos rectángulos negro y blanco se convertirán en una línea oscura AA' y otra de luz AA'' .

2.º Una serie de bandas unicolores MN y $M'N'$, lugar geométrico de los puntos de las isostáticas, cuyas tangentes son paralelas, es decir, las curvas correspondientes á valores constantes de ω , siendo de colores complementarios con las correspondientes á $90 - \omega$.

Empleando luz polarizada circularmente, las coloraciones se simplifican, haciendo desaparecer todas las referentes á los valores de α , como vamos á ver en seguida (¹).

Si á continuación del primer nicol se dispone una lámina de cuarzo tallada paralelamente á su eje, de manera que éste forme un ángulo de 45° con el plano principal, y cuyo espesor sea tal que la diferencia de fase entre los dos rayos refractados sea $\frac{\pi}{2}$, se descompone la vibración rectilínea incidente CV (fig. 8.ª), en dos perpendiculares de la misma amplitud $CL = CL'$ y con una diferencia de fase de $\frac{\pi}{2}$, combinación que da origen á un movimiento circular de radio CL .

En efecto, las ecuaciones de los movimientos vibratorios CL y CL' son

$$x = CL \sin at.$$

$$y = CL \sin \left(\frac{\pi}{2} - at \right) = CL \cos at.$$

(¹) Monsieur Hönigsber, *L'axe neutre rendu visible par l'emploi de la lumière polarisée circulairement*. (Congrès de Bruxelles en 1906.)

De donde deducimos

$$x^2 + y^2 = \overline{CL}^2,$$

que es la ecuación del círculo de radio CL ⁽¹⁾.

El movimiento vibratorio rectilíneo se convierte en circular continuo por el intermedio de la placa de cuarzo, de una manera análoga que el movimiento alternativo rectilíneo de un émbolo, dentro del cilindro de una máquina de vapor, se transforma por el intermedio de la biela en el circular continuo de la manivela.

Cada uno de los movimientos vibratorios rectilíneos que com-

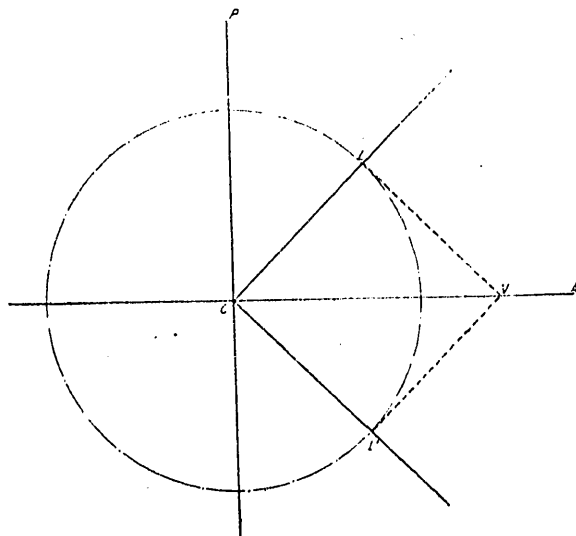


Fig. 8.ª

ponen el circular y que pueden tener cualquier dirección, siempre que sean normales entre sí, los podemos descomponer en dos circulares en sentidos contrarios en la forma siguiente:

$$x = CL \sin at \quad \begin{cases} x = \frac{CL}{2} \sin at & x = \frac{CL}{2} \sin at. \\ y = \frac{CL}{2} \cos at & y = -\frac{CL}{2} \cos at. \end{cases}$$

$$y = CL \cos at \quad \begin{cases} x = \frac{CL}{2} \cos at & x = \frac{CL}{2} \cos at \\ y = \frac{CL}{2} \sin at & y = -\frac{CL}{2} \sin at \end{cases}$$

Para darnos bien cuenta de esta descomposición, la explicaremos mecánicamente suponiendo que los puntos C y L (fig. 9.ª) forman parte de un rombo articulado $CM_L P$ del lado igual a $\frac{CL}{2}$, en el cual, siendo fijo el punto C y estando el L , sometido a un movimiento rectilíneo sinusoidal a lo largo de la recta CL , los puntos P y M describen circunferencias del mismo radio y del mismo centro, pero en sentidos contrarios. Análogamente el punto L' vibrando según la recta CL' y formando parte del rombo articulado $CML'N$ los puntos M y N describirán otras dos circunferencias iguales en las mismas condiciones que las anteriores, y además siendo 90° la diferencia de la fase entre los movimientos L y L' resulta, que los dos rombos, tienen un lado común CL tal como se ve en la figura.

Los rayos circulares definidos por las ecuaciones anteriores, al atravesar una lámina de vidrio sometida a un esfuerzo longitudinal constante de tracción ó compresión, no se produce más

(1) Un caso práctico de composición de movimientos análoga es la de dos campos magnéticos perpendiculares producidos por corrientes alternas iguales, pero con una diferencia de fase $\frac{\pi}{2}$ que dan origen a un campo giratorio.

fenómeno, cualquiera sea la dirección de estos esfuerzos (eje de cristalización si se trata de una lámina de cuarzo), que una diferencia de fase δ proporcional a la magnitud de ellos, entre cada dos de estos movimientos circulares, es decir, que los pun-

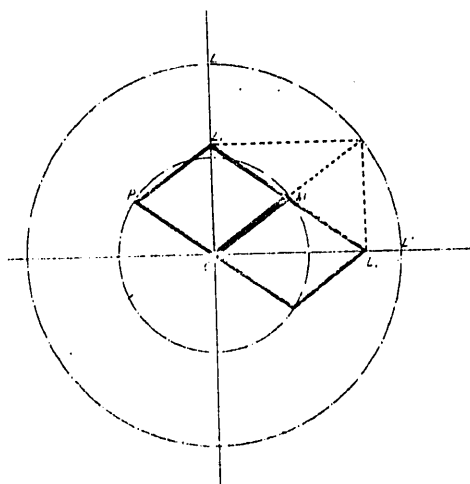


Fig. 9.ª

tos M y N , en lugar de ocupar posiciones constantemente simétricas con relación a CL' , habrá una diferencia constante de $\frac{\pi\delta}{\lambda}$ entre los ángulos que CM y CN forman con dicha recta, lo cual equivale a que en el rombo articulado se hubiera roto el nudo L , en dos, L_1 y L_2 (fig. 10), tales que el ángulo $L_1 CL_2$ fuera igual a $\frac{\pi\delta}{\lambda}$; los cuales, vibrando siempre con la misma fase, dan una resultante cuya amplitud es:

$$\overline{CA}^2 = 2 \overline{CL}^2 + 2 \overline{CL}^2 \cos \frac{\pi\delta}{\lambda} = 2 \overline{CL}^2 \cos^2 \frac{\pi\delta}{2\lambda}$$

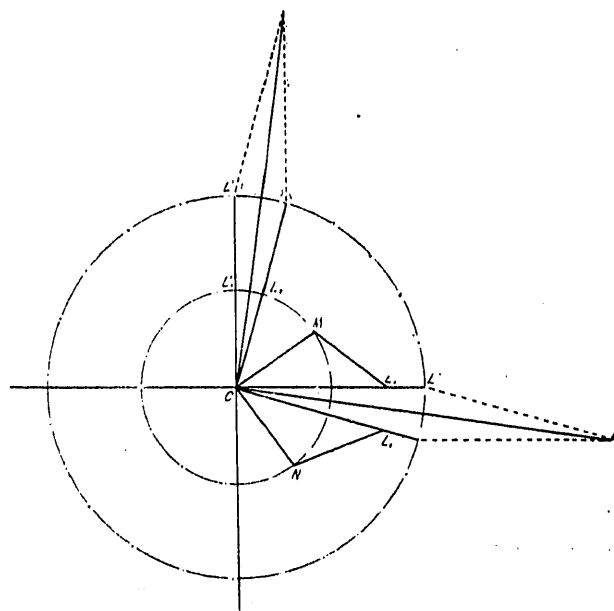


Fig. 10.

y análogamente los otros dos rayos circulares equivalen a una vibración rectilínea de amplitud

$$\overline{CB}^2 = 2 \overline{CL}^2 \sin^2 \frac{\pi\delta}{2\lambda}$$

y como δ es diferente según los colores, la expresión de estas vibraciones es para la luz blanca

$$\overline{CA}^2 = 2 \overline{CL}^2 \cos^2 \frac{\pi\delta}{2\lambda}$$

$$\overline{CB}^2 = 2 \overline{CL}^2 \sin^2 \frac{\pi\delta}{2\lambda}$$

Si después de la lámina de vidrio emplazamos otra de cuarzo, cuyo eje forme un ángulo de 45° con los de los nicols, pero en dirección perpendicular á la de la primera y del mismo espesor que ésta, vuelve á producirse otra diferencia de fase de $\frac{\pi}{2}$ que hace concordantes las dos vibraciones anteriores y su resultado, en lugar de ser circular, es la rectilínea que se proyecta sobre la pantalla.

El conjunto formado por el primer nicol con la placa de cuarzo inmediata se llama *polarizador circular*, y á su simétricas, con relación á la lámina de vidrio, *analizador circular*; acabamos de ver con esta disposición que la amplitud y, por tanto, las intensidades y coloraciones de los rayos proyectados sobre la pantalla, son independientes de ω , y suponiendo que estudiamos en estas condiciones la lámina de vidrio sometida á flexión, se presentarán sólo coloraciones uniformes en la dirección de las isostáticas, por ser en ellas δ constante y una línea negra en la parte central según la fibra neutra, en la cual δ vale cero, tal como se representa en la mitad de la izquierda de la figura 7.^a

Repitiendo la experiencia con láminas de diferentes alturas, observaremos que las isostáticas van tendiendo á tomar la forma rectilínea á medida que se disminuye la altura, lo cual trae consigo que las próximas á los bordes, que son las correspondientes á los mayores esfuerzos unitarios, cuando la altura es pequeña

cundarias en las de hormigón armado cuando las alturas son de consideración.

Dando á la lámina de vidrio la forma de doble T, lo cual puede ser una reducción de una viga metálica de la misma forma ó de una de hormigón armado de sección rectangular ó en T sencilla, de la misma área virtual y momento de inercia que una doble T semejante á la del modelo, se hacen desaparecer las isostáticas de colores correspondientes á las mayores cargas unitarias, pero, si la altura es grande, se conservan en la parte central, lo que demuestra la necesidad del refuerzo del alma y comprueba el resultado de las experiencias hechas en la Casa Wayss et Freytag y Laboratorio de Stuttgart con vigas de hormigón armado, cargadas hasta producir la rotura, la cual tenía lugar en las de poca altura por las tensiones horizontales de la parte inferior, y en las de gran altura sin armadura secundaria, por los esfuerzos principales de tensión inclinados 45° .

La figura 11 representa una copia de la reproducción fotográfica de la experiencia hecha en el Laboratorio de l'École de Ponts et Chaussées, de París, con un modelo de vidrio de un arco empotrado de gran luz, en el cual, en el lugar de la flecha se ejerce sobre él una presión aislada por medio de un tornillo.

Las líneas negras señalan las fibras neutras; y examinando la figura vemos claramente el arco dividido en siete zonas: una

Fig. 11.

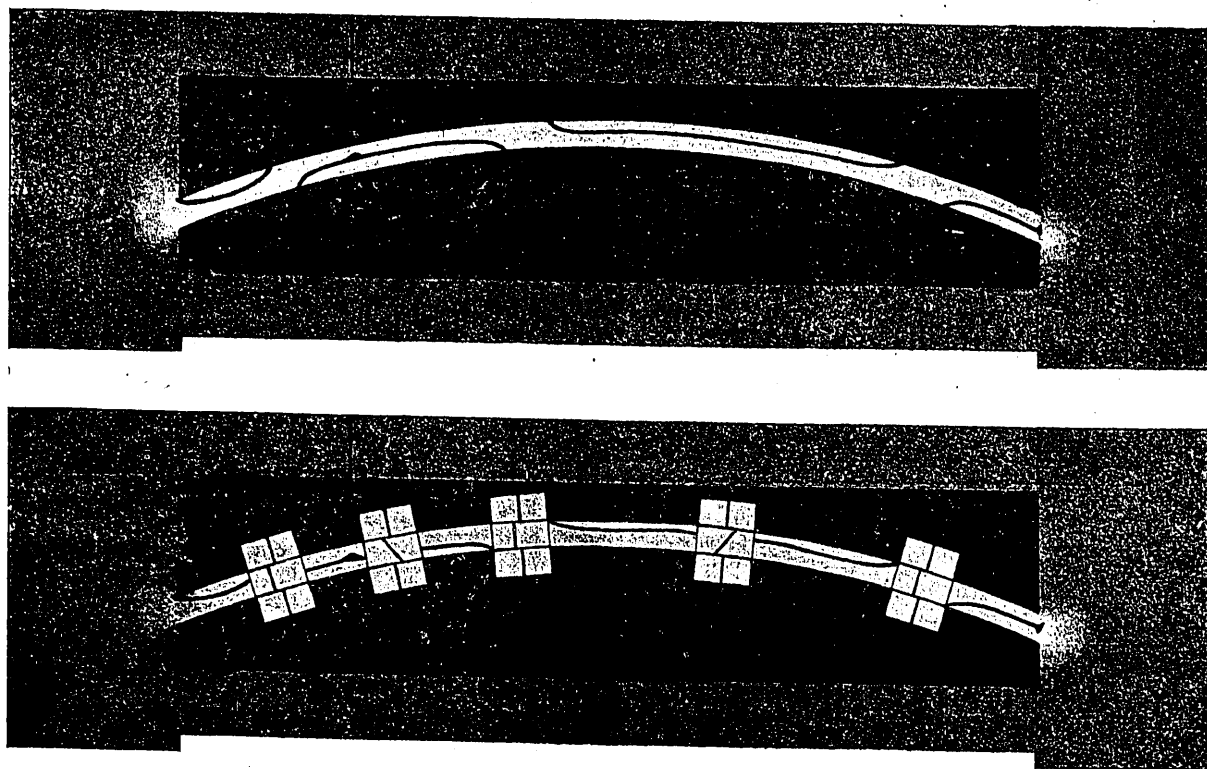


Fig. 12.

son casi líneas rectas y no cortan á la fibra neutra, lo cual comprueba el que no sean de temer los esfuerzos de desgarramiento y el que en los cálculos de vigas metálicas de pequeña altura no se tengan apenas en cuenta los efectos de los esfuerzos cortantes, y por lo que en los forjados de hormigón armado se prescinda casi por completo de las armaduras secundarias. Ahora bien, si la lámina es de gran altura, las isostáticas correspondientes á grandes cargas pueden llegar á cortar á la fibra neutra, y representando los esfuerzos principales, cuya dirección puede comprobarse es de 45° , que á su vez miden los desgarramientos horizontal y vertical, efectos dignos de tenerse en cuenta, lo cual demuestra la importancia que adquieren los cálculos de las diagonales de las almas de las vigas metálicas y las armaduras se-

ABA'B', inmediata al punto de aplicación de la fuerza F (figura 11 bis), en la cual la parte superior trabaja por compresión y la inferior por tracción; dos laterales, ACA'C' y BDB'D', que trabajan á compresión; otras dos laterales, contiguas á las anteriores CEC'E' y DGD'G', en las que la parte superior trabaja á tracción y la inferior á compresión, y, por último, dos laterales en el lado derecho GHG'H' y HKH'K', trabajando, respectivamente, la presión toda e la á compresión, y la segunda la parte superior á compresión y la inferior á tensión.

En las zonas sometidas á compresión ésta es variable, siendo nula en los puntos CA'B'DG y H', y máxima en los C'ABD'G' y H', resultando uniformemente repartida en las secciones medias, por cuyos centros MM' y M'' deben pasar la componente de la fuerza F ,

por lo cual resulta sumamente sencilla la descomposición de ésta en dos F_1 y F_2 , las cuales en sus puntos de intersección N y N' con los planos de arranques, las podemos descomponer en otras dos V_1H_1 y V_2 y H_2 , que dan, respectivamente, las reacciones verticales y los empujes horizontales, y además los momentos flecto-

de espesor constante á esfuerzos de tracción y compresión determinados tales como de 1, 2, 3, 4, ..., etc., kilogramo por milímetro cuadrado, y que el compensador lo montamos sobre una armadura en la cual vayan grabados los números anteriores, de manera que cada uno coincida con el color correspondiente, su-

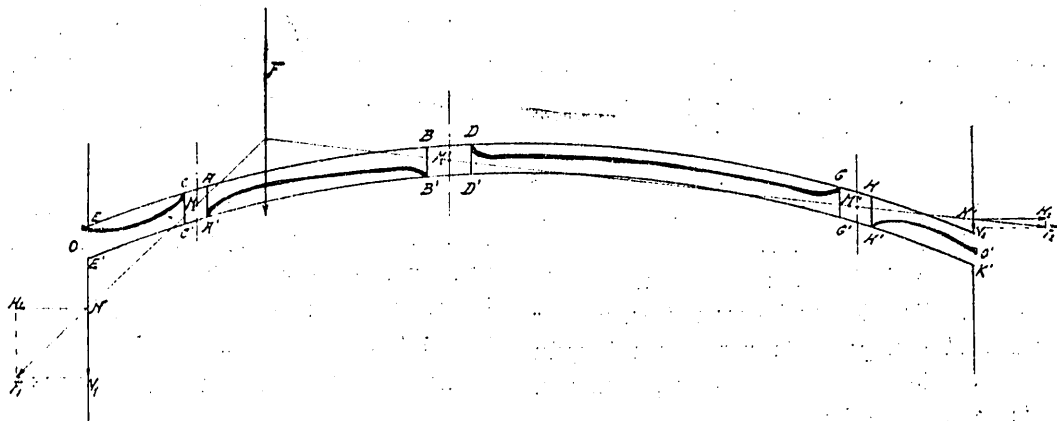


Fig. 11 bis.

res μ_1 y μ_2 iguales á los productos de H_1 y H_2 por las distancias ON y $O'N'$.

Repetiendo la experiencia para diversas posiciones de F , tendremos datos para dibujar las líneas de influencias correspondientes á los arranques, y haciendo la descomposición de las fuerzas F_1 y F_2 , en su encuentro con las verticales, que pasan por otras secciones, encontraríamos de la misma manera sus líneas de influencia.

Para la determinación de las cargas unitarias en los diversos puntos se hace uso de un aparato denominado *Compensador de Babinet*, y que consiste en dos prismas triangulares de cuarzo ABC y ADC (fig. 13), tallados de manera que las caras triangulares sean paralelas al eje de cristalización, y que al unirse por sus caras AC los planos principales resulten perpendiculares.

Colocando el conjunto de estos dos prismas entre un polarizador y un analizador cruzados, con las caras AB y CD normales al eje de los nicols, los rayos de luz blanca sufrirán cambios de marcha diferentes para cada uno de los colores, produciéndose la descomposición y apareciendo sobre la pantalla una serie de líneas verticales de luz aa' , bb' , ..., con coloraciones simétricas con relación á una línea central oscura mm' , y cuyo orden á uno y otro lado de ésta es el mismo que el que presentan las isostáticas, con relación á la línea de sombra de la fibra neutra.

Si llamamos δ_1 á la diferencia de fase correspondiente á un color cualquiera, tendremos

$$\delta_1 = e(m - m'),$$

siendo e el espesor del primer prisma en el punto por donde pasa el rayo, y como éste pasa acto continuo por el otro prisma en un punto su espesor es e' experimentará una nueva diferencia de fase δ_2 que, dada la posición especial de los planos principales, tendrá por valor

$$\delta_2 = e'(m' - m),$$

y la diferencia de fase total será

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = (e - e')(m - m'),$$

que para $e = e'$ resulta $\delta = 0$, lo cual justificaría la presencia de la faja central oscura.

Supongamos que, previamente, y con mucha minuciosidad, hemos fijado las coloraciones correspondientes en placas de vidrio

perpuesto este aparato sobre la parte central (fig. 14) de la pieza que se ensaya y que supondremos es la viga empotrada de la figura 7.^a, de manera que su eje mm' sea perpendicular al de la lámina, la luz polarizada al atravesar la parte donde se verifica esta superposición experimentará dos cambios: cambio de marcha uno (δ_1), debido á la lámina de ensayo, y otro δ_2 originado por el compensador, y el total será

$$\delta = \delta_1 \pm \delta_2$$

siendo el signo más ó el menos según se trate de tensiones ó compresiones entre sí ó de una tensión con una compresión, resultando que en todos los puntos donde δ_1 y δ_2 son iguales y correspondan á esfuerzos de distinto sentido, la luz se extinguirá y aparecerá la línea recta en sombra (fig. 14), lugar geométrico de los puntos en que δ_1 y δ_2 son iguales y de signos contrarios, es decir, que los esfuerzos unitarios á que está sometida la pieza de

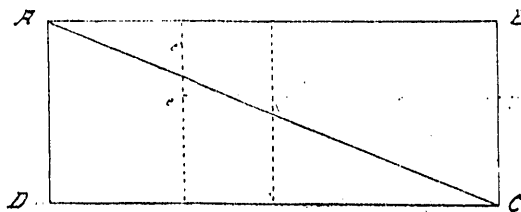
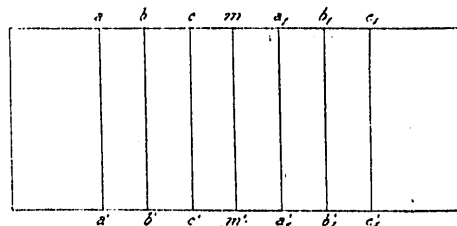


Fig. 13.

ensayo sean iguales á los que marca la graduación del compensador, resultando, por tanto, que la faja oscura no es otra cosa que la línea representativa de la distribución de las cargas unitarias á lo largo de la altura de la pieza.

La figura 12 representa la reproducción fotográfica del resultado de aplicar el aparato descrito á diversos puntos del arco empotrado de la figura 11, y, como se ve, su resultado no puede ser

más interesante, y la diferencia entre los trabajos obtenidos de esta manera y los calculados por el método de Bresse salió menor de 1 por 100.

La mayor dificultad que se ha encontrado en la aplicación de estos procedimientos ha sido la de conexión de los modelos, pues los obtenidos por labra directa, además de ser caros, resulta

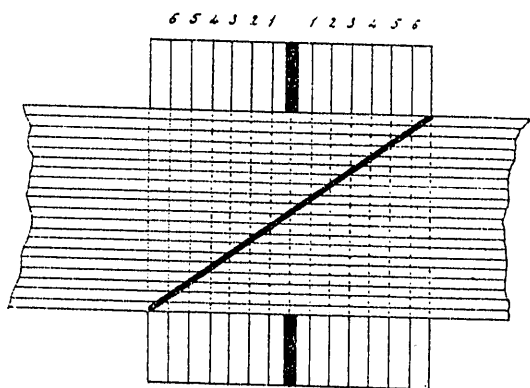


Fig. 14.

que el material pierde con facilidad su isotropía por la acción del trabajo mecánico. El arco representado en las figuras 11 y 12 está hecho recortando el dibujo en una lámina de vidrio o en recocido, lo que resultó sumamente costoso por lo trabajoso que fué el dar la forma regular y continua á las curvas. El moldeado directo también fué desechado, pero todos esos inconvenientes fueron vencidos después de un estudio detenido del problema, y no sin algún contratiempo, por M. Menager, haciendo confeccionar piezas aisladas que, unidas unas á otras por medio de goma hecha soluble en frío, formarían el conjunto del modelo.

La experiencia más completa que se ha verificado en Francia,

hechas sobre un modelo metálico, después de algunas experiencias hechas sobre un modelo metálico, que no dieron resultados prácticos aceptables, se decidió la confección de un modelo de vidrio, encolado á un bastidor del mismo material, tal como se representa en la figura 15, cuyo coste no llegó á la milésima parte del presupuesto de la obra y sobre el cual se hicieron las pruebas que vamos á indicar (*Annales de Ponts et Chaussées*, 1913, III).

En los seis puntos equidistantes, indicados en la figura, se ejercieron esfuerzos por medio de pesos, con resortes tarados de antemano y variables á voluntad, sujetos á un marco de madera, atado al bastidor de vidrio, y se determinaron los efectos producidos en las 12 secciones *a, b, c, d, e, f, f', e', d', c', b'* y *a'*, simétricas con relación al eje, colocando el conjunto entre un polarizador y un analizador, como los ya descritos, midiéndose los esfuerzos unitarios en el intradós y trasdós por medio de los compensadores de Babinet para diversas combinaciones de fuerzas, obteniéndose una diferencia menos del 15 por 100 entre los resultados así obtenidos y los del cálculo.

Otra cosa muy importante, y que puede estudiarse sobre estos modelos, son los efectos producidos por las variaciones de temperatura para lo cual basta disponer el bastidor de manera que por medio de tornillos se puedan hacer esfuerzos en sentido horizontal, unas veces tendiendo á aproximar los estribos que equivale á un efecto de dilatación por aumento de temperatura y otras veces tendiendo á separarlos produciéndose un efecto de acortamiento como de disminución de temperatura.

Creemos conveniente terminar este escrito reproduciendo literalmente las interesantes conclusiones que, según M. Menager, deben tenerse presentes:

1.^a En toda lámina de espesor constante cortada de una manera cualquiera, las tensiones paralelas al plano medio de la lámina son independientes de los coeficientes de elasticidad y se miden fácilmente por la luz polarizada.

2.^a En las piezas prismáticas las tensiones paralelas á su

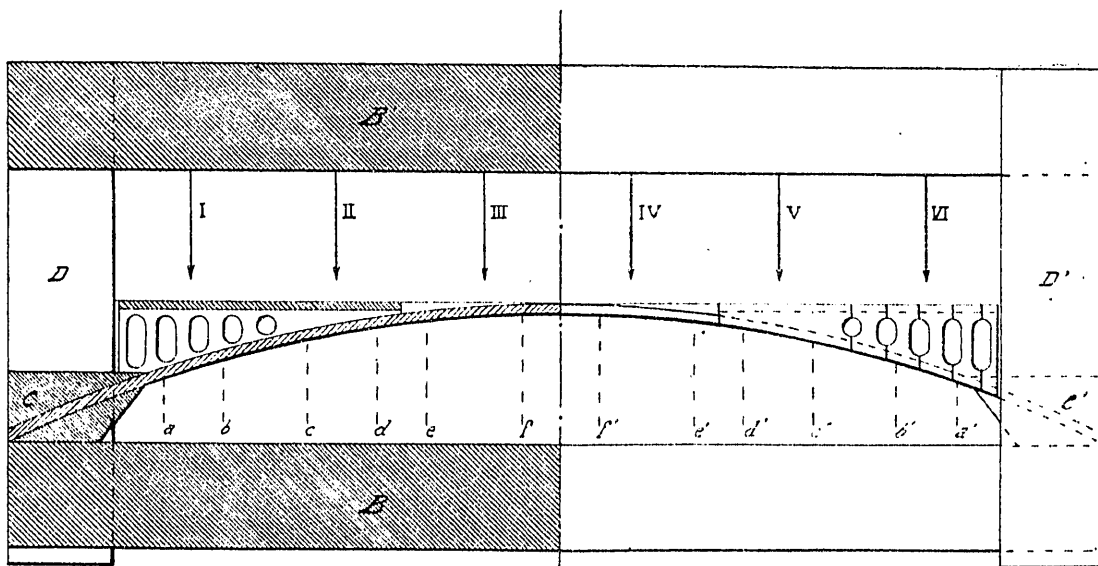


Fig. 15.

y á la cual hicimos referencia al principio de este escrito, fué en el Laboratorio de l'École de Ponts et Chaussées, para comprobar los cálculos de un puente en arco de hormigón armado, de 95 metros de luz, proyectado sobre el Rhone en Baume, entre los Departamentos de l'Ain y la Savoie, los cuales fueron hechos por los métodos de M. Rabut, y habiéndose encontrado en ellos algunos errores materiales y sospechando la existencia de otros, lo cual era grave, tratándose de una obra tan atrevida y de un material tan criti-

eje siguen la ley lineal que admite la teoría de la resistencia de materiales (lo cual no quiere decir que las secciones se conserven planas).

3.^a Las perturbaciones que se producen en los puntos de aplicación de las fuerzas exteriores desaparecen á pequeña distancia.

4.^a En las construcciones formadas por piezas unidas en un mismo plano las tensiones, salvo en las proximidades de las juntas, son independientes de la materia utilizada.

5.^a Para las piezas prismáticas las tensiones positivas son siempre mucho mayores que las negativas (ó compresiones).

6.^a La experiencia verificada con piezas agujereadas sometidas á esfuerzos de tensión demuestra que las tensiones unitarias llegan á va er cerca del triple que en las mismas piezas sin agujerear y las compresiones vienen á quedar casi iguales á estas tensiones.

7.^a Se puede con modificaciones muy sencillas en los cálculos usuales tener en cuenta en los proyectos de puentes de arco

los enlaces que existen entre el tablero y el arco, resultando importantes economías, justificando la experiencia estas modificaciones.

8.^a Es posible con un pequeño costo hacer modelos de vidrio formados por piezas encoladas unas á otras, que permiten prever de una manera muy precisa los esfuerzos que se desarrollarán en una obra cualquiera. Los planos de unión deben ser paralelos al plano principal de la obra.

ANTONIO L. FRANCO.

REVISTA EXTRANJERA

Progresos recientes en el material de dragado.

Las *Mémoires et Compte rendu des travaux de la Société des Ingénieurs Civils de France* dan cuenta en un extenso artículo de una Memoria de Mr. William Brown, presentada á la Institution of Civil Engineers, en la que se detallan los progresos recientes efectuados en el material de dragado y se citan ejemplos de diversas clases de dragas. De dicho artículo hacemos un resumen en esta nota.

El autor empieza diciendo que las dragas que describe no han sido escogidas á causa de ningún trabajo extraordinario hecho por ellas, sino más bien á causa de la atención que se ha dedicado á su estudio con el objeto de hacerlas particularmente eficaces para el objeto á que se las destinaba. Es muy difícil establecer comparaciones sobre los precios de coste si no se tienen en cuenta las diversas condiciones en que el trabajo se realiza, y esto no solamente en lo que se refiere á la mano de obra, combustible, engrase, reparaciones, sino también á las condiciones físicas; es necesario que todas estas cosas sean comparables.

Dragas de arcaduces.—El autor cita como ejemplo de dragas de este tipo la *Silurus*, que es una draga de arcaduces con pozos para escombros construida el año 1916 para el puerto de Bombay; es de doble hélice y su casco tiene, próximamente, 80 metros de longitud, 14 de anchura y 6 de puntal. Los pozos tienen una capacidad de 1.500 toneladas. La transmisión entre las máquinas motrices y el disco superior está dispuesta de tal modo, que con una velocidad constante de los émbolos se obtienen dos velocidades diferentes para la cadena de arcaduces. Hay dos juegos de arcaduces, los unos de 1.200 litros de capacidad, los otros de 600, según la naturaleza del terreno que se ha de dragar.

Dragas de cuchillas.—Las dragas de succión con cuchillas dan buenos resultados cuando trabajan en arcillas de todas clases, así como en terrenos no compactos, y se ha empleado algunas veces en arcillas duras que no se dejan penetrar con facilidad por las potentes dragas de arcaduces. El costo de entretenimiento de las cuchillas con el trabajo en materias duras es inferior al de las numerosas piezas de las dragas de arcaduces, y además en el primer sistema es corto el número de piezas que se deterioran.

Las dragas de succión *Singa* y *Kala* se han construido para el puerto de Bombay para un vasto trabajo de excavación. Las dragas debían elevar 1.500 metros cúbicos de arcilla por hora de la profundidad de 10 metros y descargar los escombros en tierra á una distancia que llegaba á 1.350 metros. Ulteriormente se aumentó la profundidad de extracción á 12 metros.

En el canal de Twante, que une Twantown á Rangoon, se han empleado unas dragas de succión, de cuchillas, para elevar la arcilla que forma el fondo y los taludes del canal y enviarla por cañerías flotantes á los puntos convenientes para depositarla sobre los bordes del canal. Se han construido para este fin

dragas semejantes con 300 metros de cañerías flotantes cada una. Las dos primeras, la *Oswald* y la *Campbell*, tienen tubos de aspiración y de expulsión de 61 centímetros de diámetro, y la tercera, que es mayor, la *Leer*, tiene tubos de 90 centímetros de aspiración y de 81 centímetros de expulsión.

Dragas fijas de succión.—En Durban se han empleado, con feliz éxito, dragas fijas de succión; la profundidad del agua á la entrada del puerto, que era en 1884 de 2,30 metros, ha llegado á 20 metros en 1914, sobre todo por las operaciones de dragado. Hasta fines de 1914, el volumen total de los escombros extraídos se elevaba á 81.739.292 toneladas.

La gran dificultad que experimentan las operaciones de dragado sobre la barra de Durban consiste en la necesidad de hacer el trabajo en plena mar y á menudo con mal tiempo. Para obviar esta dificultad se han provisto los tubos de aspiración de las dragas de juntas universales; la parte superior de estos tubos se coloca sobre un soporte articulado fijado al puente, mientras que el extremo aspirante se sujeta á un sistema hidráulico de elevación dispuesto de manera de mantener las dos partes de la cañería en el mismo eje para cualquier profundidad de succión.

Una draga de succión, de cuchillas, en construcción para Lagos está provista de una máquina de triple expansión de condensación por superficie que gobierna á voluntad las bombas de dragado y el propulsor.

El extremo del tubo de aspiración lleva una boca de forma especial para trabajar en la arena con cuchillas rotativas de movimiento helicoidal para arcilla y terrenos compactos. El barco puede amarrarse por los cuatro ángulos en que están dispuestos unos cabrestantes en igual número.

Dragas de succión libres.—Las dragas *MOP.210C* y *MOP.210* son ejemplos de dragas de succión libres, es decir, no amarradas. Se han construido para trabajar en las condiciones que se encuentran en Buenos Aires. Estas dragas tienen una capacidad en sus tolvas de 1.630 metros cúbicos y llevan cada una cuatro máquinas de triple expansión dispuestas por pares, de manera de poder aplicarse todas sobre las bombas de dragado ó dos sobre las bombas y las otras dos sobre los propulsores á voluntad. Al empezar el trabajo, se lleva la draga suavemente más allá de la línea del dragado, y entonces la boca del tubo de aspiración se descende de modo que esté completamente rodeada por el terreno; de esta manera la materia vertida en las tolvas contiene la menor cantidad posible de agua.

Dragas de cuchara.—Las dragas de cuchara trabajan fácilmente en bancos de esquistos, gres, lignito, etc., á profundidades de 15 metros y pueden descargar en chalanas; así que deben considerarse como de gran utilidad en muchos casos. Se pueden elevar de 5.000 á 7.500 metros cúbicos de roca cada veinticuatro horas, según la dureza de la materia.

Dragas de esta clase con cuchara de un metro cúbico de capacidad, llevando los nombres de *Samboa* y *Paraiso*, se han empleado en el canal de Panamá; cada una lleva dos cucharas