

REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS

PUBLICACION TECNICA DEL CUERPO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

DIRECTOR

D. MANUEL MALUQUER Y SALVADOR

COLABORADORES

LOS INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

SE PUBLICA LOS JUEVES

Dirección y Administración: Plaza de Oriente, 6, primero derecha.

La resistencia mecánica de los postes de madera

POR

A. DELAMARRE

Parecerá superfluo tratar de este problema, que á primera vista resulta del puro dominio de la resistencia de los materiales, sin presentar nada de particular. Sin embargo, de hecho no resulta así, y como ejemplo diremos que muchas veces hemos podido observar la duda de Ingenieros jóvenes ante los resultados en apariencia desconcertantes que da el cálculo clásico de un poste apuntalado; por otra parte, cuando se pasa á la práctica, es decir, cuando se construye se tiene la mala costumbre de olvidar lo que han indicado los cálculos, y se desprecian entonces los datos que, por el contrario, deberían tenerse constantemente presentes.

Esto se debe principalmente á la costumbre que existe de considerar que el cálculo de los soportes no tiene otro interés más que el de satisfacer á los deseos de la inspección, cuando en realidad, recordando las conclusiones del cálculo que ha determinado las características críticas del tipo de soporte corriente que se emplea, se evitarían grandes errores.

Además, se desprecia casi siempre la resistencia del terreno, y entonces se comprueba que muchos postes, en curva, se han inclinado sin haber sufrido la menor flexión; esto prueba claramente que si se ha sabido elegir un soporte de buenas condiciones, no se ha tenido en cuenta que hubiera sido también preciso tomar en consideración la presión que ejercería sobre el terreno y calcular la suficiente superficie de apoyo.

Prever el cálculo de todos los géneros de soportes utilizados en las canalizaciones aéreas nos llevaría demasiado lejos; así es que lo que sin pretensiones exponemos á continuación es el examen sencillo y exclusivo del caso más frecuente, el de postes de madera.

I. **Postes sencillos.**—Tienen que soportar: 1.º, los esfuerzos horizontales provocados por la tensión de los conductores y el viento; 2.º, los esfuerzos verticales que provienen de los hilos ó cables, de la escarcha, en fin, del peso de la misma parte del apoyo situada fuera de la tierra.

Los esfuerzos verticales dan lugar á una componente que hace trabajar al poste por compresión; los esfuerzos horizontales dan una resultante que, teniendo su punto de aplicación en el vértice del apoyo, le hace trabajar por flexión; en realidad, estos esfuerzos son los únicos que determinan la sección que debe darse

al poste, que obran sobre el terreno y que son, en suma los más importantes á tener en consideración.

Si la línea no forma ángulo alguno, si los tramos adyacentes son iguales é igualmente tendidos, se anulan los esfuerzos horizontales debidos á la tracción de los cables, no queda más que el esfuerzo del viento.

Si por el contrario, el apoyo está en el vértice de un ángulo, los esfuerzos de tracción de los conductores dan lugar á una resultante á la que se añade el esfuerzo del viento.

Vamos á ver primeramente la resistencia que á la flexión opone un poste y á continuación examinaremos la aplicación en la práctica.

Un poste trabaja por flexión como una pieza, libre en uno de sus extremos y empotrada por el otro; afecta la forma troncocónica y se aproxima en esta forma al sólido ideal de igual resistencia en el que, sea cual fuere la sección transversal considerada, es siempre igual la carga máxima por unidad de superficie. Ahora bien, se sabe que si un sólido empotrado en una sección circular de diámetro d en el empotramiento y una longitud libre h , el

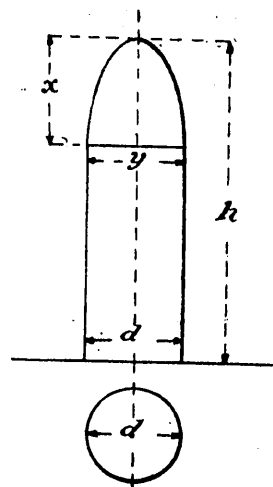


Fig 1.

perfil del sólido de igual resistencia está determinado con la condición de que el diámetro y de una sección cualquiera situada á una distancia x del extremo libre (fig. 1.ª) tenga por valor:

$$y = d \sqrt[3]{\frac{x}{h}} = d \left(\frac{x}{h} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (1)$$

Consideremos ahora en vez de este poste ideal el verdadero poste cuya sección longitudinal es un trapecio (fig. 2.^a) y en este poste una sección cualquiera mn , que designaremos por y , situada a una distancia x del vértice. Se tiene:

$$y = d_1 + x \frac{d - d_1}{h} \quad (2)$$

siendo d y d_1 los respectivos diámetros del poste en el empotramiento y en cabeza.

¿Cuál será el valor de x para el que el poste troncocónico tenga la misma resistencia que el poste ideal?

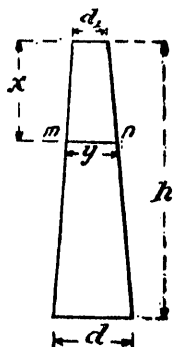


Fig 2.

Este valor se determinará por el hecho de que en la sección considerada los perfiles de los dos postes serán tangentes; basta, pues, decir que en este punto las tangentes coinciden. Ahora bien, el valor de estas tangentes se obtiene inmediatamente diferenciando (1) y (2) con relación a x , lo que da:

$$\frac{\delta y}{\delta x} = \frac{1}{3} d \left(\frac{x}{h} \right)^{-\frac{2}{3}} \quad (3)$$

$$\frac{\delta y}{\delta x} = \frac{d - d_1}{h} \quad (4)$$

Igualemos por una parte (1) y (2), por otra (3) y (4):

$$d \left(\frac{x}{h} \right)^{\frac{1}{3}} = d_1 + x \frac{d - d_1}{h}$$

$$\frac{1}{3} d \left(\frac{x}{h} \right)^{-\frac{2}{3}} = \frac{d - d_1}{h}$$

y dividamos estas dos ecuaciones nuevas una por otra; hallaremos:

$$x = \frac{1}{2} \frac{d_1}{d - d_1} h$$

Si se hace $x = h$, se halla:

$$\frac{1}{2} \frac{d_1}{d - d_1} = 1,$$

de donde:

$$d = \frac{3}{2} d_1$$

lo que demuestra que la sección de rotura es aquella cuyo diámetro es los tres medios del diámetro de la sección donde se aplica la fuerza.

Desde el punto de vista económico, siempre es ventajoso que la sección de rotura se halle al nivel del suelo. Un poste de esta clase constituye un poste-tipo; para igual volumen de madera permite aplicar a una altura determinada encima del suelo la mayor fuerza horizontal. Si la sección de rotura está más alta que el suelo, el poste es inútilmente demasiado largo; únicamente

desde el punto de vista de la resistencia, si está debajo, en la parte empotrada, como no puede romperse, la sección de rotura se habrá trasladado a la superficie, al nivel del suelo, resultando el poste demasiado débil para resistir el esfuerzo máximo. Deberá, por consiguiente, tenerse presente que el diámetro en el empotramiento sea lo más próximo posible a los tres medios del diámetro de cabeza, claro está que siempre que lo permitan los modelos que corrientemente se hallen en el mercado.

Sea ahora un poste AB (fig. 3.^a), A el punto de aplicación del esfuerzo horizontal resultante F , h la altura desde el suelo del punto A , d el diámetro del poste en el empotramiento, es decir, al nivel del suelo; en fin, I el momento de inercia de la sección de empotramiento, n la distancia de la fibra más tendida

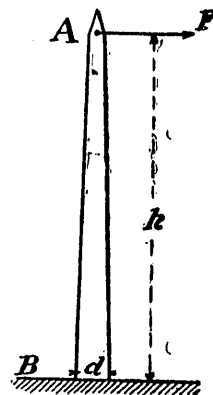


Fig 3.

bajo el esfuerzo de flexión en la fibra neutra (eje del apoyo), y R la carga práctica (ó de seguridad), que es preciso no exceder.

El mayor momento de flexión en B es Fh ; por otra parte, el momento de flexión máxima admisible tiene por valor $R \frac{I}{n}$. Se puede, pues, escribir.

$$Fh = R \frac{I}{n} \quad (5)$$

Pero siendo circular la sección y de diámetro d :

$$\left\{ \begin{array}{l} I = \frac{\pi d^4}{64} \\ n = \frac{d}{2} \end{array} \right.$$

Reemplazando en (5) I y n por estos últimos valores, se obtiene:

$$Fh = R \frac{\pi d^3}{32},$$

de donde

$$R = \frac{32 Fh}{\pi d^3}$$

Si se admite que $\frac{32}{\pi}$ es, aproximadamente, igual a 10, lo que basta como aproximación práctica, se llega a la fórmula clásica simplificada:

$$R = \frac{10 Fh}{d^3} \quad (6)$$

Ahora bien, en la práctica R no debe exceder del máximo 0,6 kilogramos por milímetro cuadrado (coeficiente de seguridad 10); se puede deducir que siempre podrá tenerse:

$$F \leq 0,06 \frac{d^3}{h} \quad (7)$$

que da el esfuerzo máximo en la cabeza de un poste de diámetro d (en el empotramiento) y de altura h (siendo ésta desde el suelo hasta el punto de aplicación de la resultante de los esfuerzos horizontales).

Resulta también fácil simplificar esta fórmula, observando que en los postes normales de 9 á 12 metros el diámetro es función de su longitud; en efecto, si se examina el siguiente cuadro, que da las características comerciales de los modelos corrientes,

Longitud total.....	8 m.	9 m.	10 m.	11 m.	12 m.
Diámetro en la coronación.....	0,13 m.	0,14 m.	0,15 m.	0,16 m.	0,17 m.
Diámetro en la base.	0,17 m.	0,19 m.	0,21 m.	0,23 m.	0,25 m.

se comprueba que el diámetro en cabeza es generalmente igual al 1,5 por 100 de la altura y el diámetro en la base tiene el 2,1

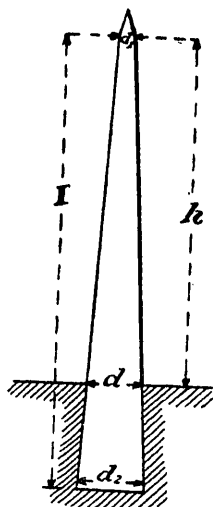


Fig 4.

por 100, lo que da un poste menos resistente que el «poste-tipo»; la sección de rotura de estos postes se halla, pues, trasladada al empotramiento.

Vatores de h (altura fuera de tierra).....	7,50 m.	8 m.	8,50 m.	9 m.	9,50 m.	10 m.	10,50 m.	11 m.	11,50 m.	12 m.	12,50 m.	13 m.
Valores de F (en kilogramos).....	45	51	58	65	72	80	88	97	105	115	125	135

Conocida ya la resistencia mecánica de los postes, veamos los esfuerzos que en la práctica se producen sobre ellos á causa del viento y de los cables que tienen que soportar. Para esto consideraremos dos casos principales: postes en alineación recta y postes en curva.

En el primero, si los tramos contiguos son iguales, como sucede ordinariamente, é igualmente tendidos, se anulan los esfuerzos horizontales debidos á la tensión, y no subsiste más que el esfuerzo debido al viento, que es máximo, para una dirección perpendicular á la línea (*). Un ejemplo permitirá darnos cuenta

(*) Hemos supuesto la hipótesis de una línea en horizontal; en una línea en pendiente resulta, en efecto, que los postes son desigualmente atraídos por ambos lados, como consecuencia de la diferencia de las flechas que tienen por valor, f en el poste más bajo S y $f + p$ en el poste más alto S' (fig. 5^a). Sin embargo, la diferencia de tracción es pequeña y se demuestra que está muy próxima á $0,009 p \times s$, siendo s la sección de la línea en milímetros cuadrados, p la diferencia de altura en metros de los dos soportes consecutivos. Puede despreciarse, excepto en casos excepcionales.

Por otra parte, el examen de la figura 4.^a demuestra que siendo siempre d el diámetro en el empotramiento, d_1 el diámetro en cabeza y d_2 el diámetro en la base,

$$d = d_1 + \frac{h(d_2 - d_1)}{L} \quad (8)$$

luego

$$h = L - 0,15 L$$

de donde

$$L = \frac{0,85}{h}$$

y

$$d_1 = 0,015 L = \frac{0,015 h}{0,85} = 0,0176 h$$

$$d_2 = 0,021 L = \frac{0,021 h}{0,85} = 0,0247 h$$

Reemplazando L , d_1 y d_2 por estos valores en (8) se halla:

$$d = 0,0236 h$$

Llevemos ahora este valor práctico de d á (7), y hallaremos:

$$F \leq 0,00000079 h^2$$

ó sea, aproximadamente:

$$F \leq 0,0000008 h^2$$

Esta fórmula, un poco empírica, pero sencilla en extremo, demuestra que el esfuerzo máximo horizontal admisible, como valor absoluto, en cabeza de un poste de madera de proporciones normales, crece como el cuadrado de la altura fuera de tierra de este poste y que es inexacto afirmar, como frecuentemente se hace, que los postes cortos son más resistentes que los largos.

El cuadro siguiente resume, por otra parte, los valores de los esfuerzos máximo F en los postes comerciales corrientes que tienen de altura fuera de tierra de 7,50 á 13 metros (ó sea de 9 á 15 metros de longitud total), con un coeficiente de seguridad igual á 10:

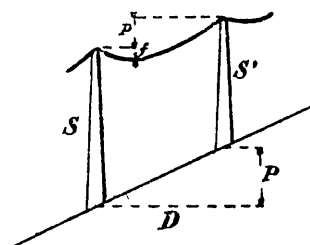


Fig 5.

normales de 12 metros, con 1,80 metros de empotramiento y separados á 50 metros.

El viento más violento previsto en los reglamentos es el de

72 kilogramos, es decir, un viento que produce una presión de 72 kilogramos por metro cuadrado, sobre una superficie plana normal á su dirección. Ahora bien, un cable de 38 milímetros cuadrados tiene alrededor de unos 7 milímetros de diámetro, admitiendo que la flecha aumenta la longitud en un 5 por 100, y que los cuatro cables estén colocados en cuadro, de modo que en realidad el viento no obre más que sobre dos de ellos, el esfuerzo horizontal resultante en cada poste por la acción del viento sobre los cables tendrá por valor:

$$2 \times 50 \times 0,007 \times 72 \times 1,05 = 52,92 \text{ kg.}$$

Además, el viento obra sobre el mismo poste; un poste normal de 12 metros, con 10,20 fuera de tierra, 0,18 de diámetro en cabeza y 0,25 al nivel del suelo, soporta una presión igual á:

$$\frac{0,18 + 0,25}{2} \times 10,80 \times 72 = 167,14 \text{ kg.}$$

Esta fuerza está aplicada en el centro de la altura y desde el punto de vista del cálculo de los momentos de flexión; aplicada en la cúspide puede valorarse con suficiente aproximación en la mitad de ese valor, ó sea 83,6 kilogramos.

El esfuerzo total que por causa del viento tendrá que soportar el poste en la cúspide será por consiguiente como máximo: $52,92 \text{ kg.} + 83,6 \text{ kg.} = 136 \text{ kg.}$, en número redondo. De esto se saca en conclusión que el poste normal de 12 metros que no es capaz de soportar con el coeficiente de seguridad 10, más que 85 á 90 kilogramos, es demasiado justo para una línea difásica con 38 milímetros cuadrados, y esto tanto más, cuanto que hemos admitido que la acción del viento únicamente se ejercía sobre dos cables, lo que exige que estén colocados al mismo nivel teniendo igual flecha. Sin embargo, generalmente se admite que en alineación recta basta con un coeficiente de seguridad de 5, lo que dobla los esfuerzos inscritos en el cuadro precedente, si entonces se supone que las flechas de los cables no son idénticas, lo que da un suplemento de esfuerzo producido por el viento igual á 53 kilogramos, de donde un esfuerzo total de 189 kilogramos (en vez de 136), se ve que se está dentro de los límites aceptables, pero se está en lo justo y muchos constructores no desconfiarían.

Examinemos ahora el caso de una línea en curva A, B, C....

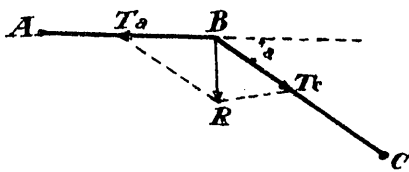


Fig 6.

(fig. 6.^a); un poste tal como B además de los esfuerzos debidos á los cables, tendrá también que soportar el esfuerzo del viento que será máximo cuando su dirección sea la de la resultante R de los esfuerzos T_a y T_c debidos á la tensión de los conductores de los tramos adyacentes.

Ahora bien, la tensión T es función de la longitud del tramo l de la flecha f y del peso p por metro lineal del conductor; se obtiene por la fórmula clásica: $T = \frac{l^2 p}{8f}$ y para afirmar la seguridad debe elegirse l (el tramo) y f (la flecha). Las tablas de M. Blondel (muy conocidas en la actualidad) permiten determi-

nar l y f para que la tensión T no exceda el valor fijado con anticipación y que añadido al efecto del viento, no deba exceder el límite de carga que puede soportar el tipo de poste que se acostumbra á usar.

El cálculo no presenta ninguna dificultad; añadamos simplemente que debe estar hecho para la temperatura más baja de la región; se comprueba á continuación que la flecha tomada por los conductores en la temperatura máxima no resulta prohibitiva.

Examinemos ahora los efectos producidos por los esfuerzos verticales; sin razón se les considera siempre como despreciables. En realidad, si no dan lugar más que á esfuerzos de compresión propiamente dichos, podría obrarse en esta forma; siendo la resistencia al aplastamiento del abeto de 0,6 kilogramos por milímetros cuadrados (con un coeficiente de seguridad de 10), lo que en un poste normal de 12 metros cuyo diámetro en la cúspide fuese de 0,17 metros, daría: $\pi \times 85^2 \times 0,6 = 13.610$ kilogramos.

Ahora bien, un poste de madera, que es una pieza cuya longitud es muy grande con relación á su sección transversal, está sometido á una consecuencia práctica bien conocida del esfuerzo de compresión que es el pandeo, verdadera flexión del poste entre su cabeza, punto donde se aplican los esfuerzos verticales y su empotramiento. Se hace, pues, preciso reducir su carga de seguridad según las fórmulas empíricas muy variadas, ya que no muy concordantes, sacadas de los resultados facilitados por la práctica.

Una de las más sencillas, y que para el caso que nos interesa da datos bastante ciertos, que es lo principal, es la de Euler:

$$F \leq \frac{\pi^2 EI}{4 l^2}$$

en la que E es el coeficiente de elasticidad de la madera, cuyo valor con el abeto puede tomarse entre 900 y 1.000, I el momento de inercia mínimo de la sección transversal, l la longitud del poste (fuera de tierra, naturalmente).

Aplicándola á un poste normal de 12 metros, con 0,17 de diámetro en cabeza y 10,20 fuera de tierra, se halla:

$$F \leq 970 \text{ kg.}$$

que es la carga vertical en cabeza que será preciso no exceder si se quiere que el poste no esté expuesto al pandeo.

II. **Postes reforzados.**—En una línea en curva, si ésta es un poco pronunciada y si los conductores tienen un diámetro superior á 30 ó 40 décimas de milímetro, se comprueba que se excede rápidamente la máxima admisible de los esfuerzos de flexión.

Así es que, como ya hemos demostrado, en una línea difásica de 38 milímetros cuadrados el poste de 12 metros resulta ya lo justo en una alineación recta. A la menor desviación de la línea ya resulta insuficiente.

Por lo demás, es fácil darse cuenta del valor de la resultante R de los esfuerzos de tracción en función del ángulo de desviación α de la línea (fig. 6.^a), observando que si para simplificar se admite que las dos tracciones son iguales á T , se tiene:

$$R = 2 T \sin \frac{\alpha}{2}$$

y que el factor $2 \sin \frac{\alpha}{2}$ tiene por valor:

Valores del ángulo α	5°	10°	15°	20°	25°	30°	40°	50°	60°
Valores de $2 \sin \frac{\alpha}{2}$	0,088	0,174	0,262	0,348	0,432	0,518	0,684	0,846	1

Entonces resulta frecuentemente preciso reforzar los soportes, para lo que se emplea diversos procedimientos que examinaremos sucesivamente: *postes reforzados sobre sí mismos*, *postes sujetos á un punto sólido exterior ó de anclaje*, *postes gemelos* y *postes apuntalados*.

1.º *Postes reforzados sobre sí mismos*.—En cabeza del poste A (fig. 7.ª) se amarra un cable de acero que pasa después por un herraje CE, fijándose á continuación en una argolla colocada en D. El herraje CE se consolida frecuentemente con un puntal CE'; y se coloca un tensor en el cable para regular la tensión del mismo.

Se ve inmediatamente que el esfuerzo horizontal F ejercido en A, puede descomponerse en otros dos, de los que uno de ellos

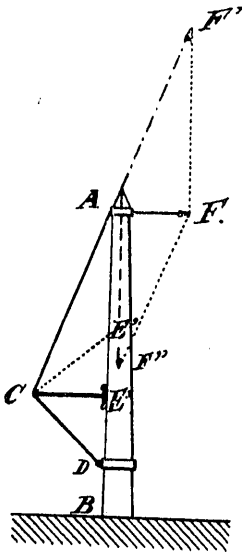


Fig 7.

AF' , que se ejerce verticalmente, hará trabajar al poste por compresión, y el otro AF'' siguiendo al cable en la dirección CA, ejercerá su acción en el punto D comprimiendo el herraje CE.

Ahora bien, se observará que no se aumenta en nada la resistencia del poste, porque no influye nada sobre el trabajo de la sección de rotura en B. Lo que se ha hecho simplemente es constituir un sólido indeformable ACD, y evitar así la flexión del poste, lo que puede ser interesante. En cambio podrá ocurrir si se somete el poste á un esfuerzo demasiado grande, que se exceda del límite de resistencia á la flexión rompiéndose el poste bruscamente entre D y B.

De manera, que es sólo un procedimiento de consolidación aparente que sólo en ciertos casos particulares podrá hallar aplicación.

El cálculo de la sección que deba darse es fácil; el esfuerzo F descompuesto en la dirección CA da una componente AF' , cuyo valor está determinado por la relación geométrica:

$$\frac{AF'}{AC} = \frac{F}{CE}$$

de donde

$$AF' = F \frac{AC}{CE}$$

Conociendo AF' se determina la sección del tirante constituida, generalmente, por un cable de acero, admitiendo un trabajo máximo de 38 á 40 kilogramos por milímetro cuadrado.

Igualmente podrá calcularse el esfuerzo de compresión sobre CE y el esfuerzo de tracción sobre la argolla D, trasladando el punto de aplicación de la fuerza AF' en C y descomponiéndolo á su vez en dos, según las direcciones CE y CD.

2.º *Postes sujetos á un punto sólido exterior ó de anclaje*.—En la práctica raramente se emplea el sistema de sujetar el poste por medio de un cable anclado en tierra á 2 ó 3 metros del pie del mismo (fig. 8.ª); además es de poca seguridad teniendo en cuenta que por mala intención puede ser cortado el cable ó bien por in-

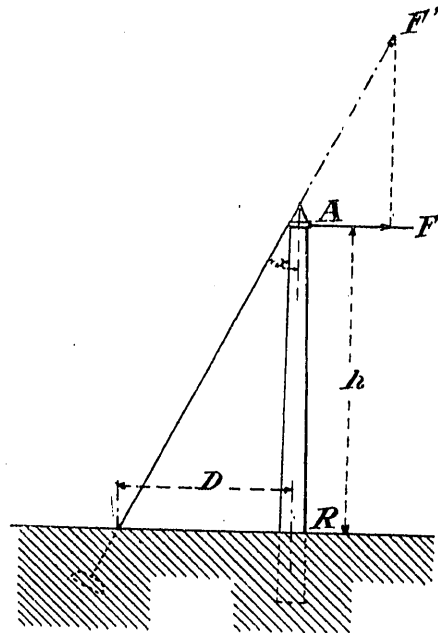


Fig 8.

advertencia; por el contrario, en las travesías de los pueblos puede hallar aplicación amarrándolo á alguna casa próxima.

Si F es la resultante de los esfuerzos horizontales, F' la componente según la dirección del cable, supuesto en el plano vertical de la resultante, α el ángulo formado por el cable y poste, y, por último, D la distancia del punto de anclaje al pie del poste, se tendrá:

$$F' = \frac{F}{\sin \alpha} = F \sqrt{1 + \left(\frac{h}{D}\right)^2}$$

El valor máximo de F' corresponde al caso del cable horizontal; entonces se obtiene $F' = F$.

Conociendo F se puede, por consiguiente, deducir fácilmente el esfuerzo de tracción sobre el cable, y, por consecuencia, la sección que debe darse á éste (basándose, como ya se ha indicado, sobre un trabajo máximo del cable de acero de 38 á 40 kilogramos por milímetro cuadrado).

En el caso donde no pueda hallarse inmueble próximo que sirva de punto de amarre sólido, será preciso recurrir á un anclaje constituido por una placa de fundición de 35 á 40 centímetros de diámetro (ó á falta de ello con dos piezas de madera unidas en cruz) que se colocará en el fondo de una fosa de 1,50 metros de profundidad, aproximadamente; se rellenará con tierra y cantos cuidadosamente apisonados, y para completar la obra será conveniente verter en ella cemento muy líquido.

En el caso de esfuerzos importantes sería también muy conveniente calcular, por lo menos aproximadamente, la superficie necesaria de anclaje; para esto se admite que el anclaje completo está constituido por el peso del bloque de tierra, de forma piramidal invertida, que tenga por base el anclaje y cuyas caras laterales estén inclinadas hacia el ángulo de desplome natural del terreno.

3.º *Postes gemelos*.—Si el sistema de consolidación de que acabamos de hablar es de uso poco corriente, por el contrario los postes gemelos se aplican cada vez más, especialmente desde estos

últimos años, porque tienen la ventaja de presentar una gran resistencia, unido á que ocupan un espacio muy reducido, lo que no sucede con los postes reforzados con cables ni con los apuntalados.

Los *postes gemelos* consisten en la yuxtaposición de dos postes unidos entre sí por tres ó cuatro pernos, formando un sólido único.

Es evidente que si la resultante de los esfuerzos se dirige perpendicularmente á la línea de los centros, la fuerza de resistencia del conjunto es doble, naturalmente, pero no sucede lo mismo si esta resultante obra en igual dirección de la línea de los centros. Sean, en efecto, P y P' los dos postes (fig. 9.); la fórmula (5)

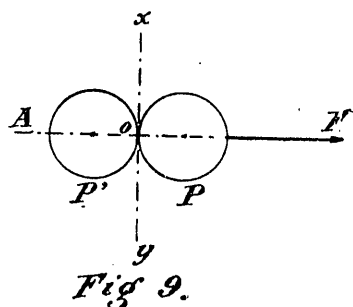


Fig. 9.

antes dada y que constituye la ecuación de resistencia de un poste, puede escribirse:

$$R = Fh \times \frac{n}{l} \quad (8)$$

Ahora bien, n es la distancia AO de la fibra más tendida A á la fibra neutra O ; por consiguiente, $n = d$, siendo d el diámetro del poste sencillo en el empotramiento. Se sabe, por otra parte: 1.º, que el momento de inercia de un círculo con relación á un diámetro tiene por valor $\frac{\pi d^4}{64}$; 2.º, que el momento de inercia de un círculo con relación á un eje cualquiera xy es igual al momento de inercia con relación á un eje que pase por el centro de este círculo (centro de gravedad) aumentado del producto de la masa por el cuadrado de la distancia de los dos ejes. Ahora bien, en este caso la masa tiene por valor $\frac{\pi d^2}{4}$ y la distancia de los dos ejes es igual á $\frac{d}{2}$.

Se saca en consecuencia que el momento de inercia del círculo P' con relación al eje xy tiene por valor:

$$\frac{\pi d^4}{64} + \frac{\pi d^2}{4} \times \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{5\pi d^4}{64}$$

Estando constituido el *poste gemelo* por la unión íntima de los dos postes sencillos P y P' , el momento de inercia del conjunto I será dos veces mayor, ó sea:

$$I = \frac{5\pi d^4}{32}$$

Reemplacemos en la fórmula (8) I por este valor, y tendremos:

$$R = Fh \frac{d}{\frac{5\pi d^4}{32}} = \frac{32 Fh}{5\pi d^3}$$

Si se admite, como ya antes hemos hecho, reemplazar $\frac{32}{\pi}$ por 10 y que se dé á R el valor de 0,6 kilogramos por milímetro cuadrado, se ve que el valor máximo admisible para F se deduce de la fórmula

$$0,6 \geq \frac{2 Fh}{d^3}$$

de donde

$$F \leq 0,3 \frac{d^3}{h}$$

Comparando esta fórmula con la (7) relativa al poste sencillo $F \leq 0,06 \frac{d^3}{h}$, se comprueba que si el esfuerzo se ejerce en la dirección de la línea de los centros la resistencia de un poste gemelo es CINCO veces mayor que la de un poste sencillo.

4.º *Postes apuntalados*.—En fin, un medio de consolidación muy enérgico consiste en oponerse á la inversión del apoyo en arco, con un segundo poste llamado de *apuntalamiento*, formando ángulo con él (fig. 10), y colocado de modo que el plano vertical formado por el conjunto contenga la resultante F de los esfuerzos horizontales.

Para calcular un poste apuntalado pueden emplearse dos métodos:

Primer método.—Es el método clásico. Si se descompone la resultante F en otras dos AF' y AF'' según las direcciones respectivas del poste y del apuntalamiento, se comprueba que la pri-

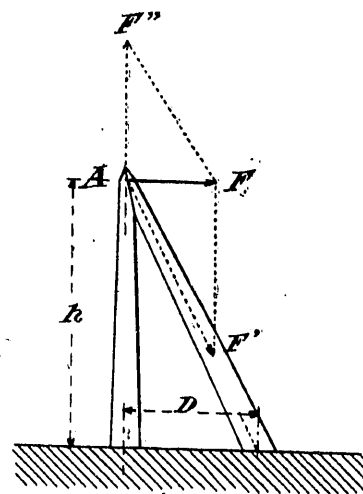


Fig. 10.

mera hace trabajar al puntal por compresión, mientras que la segunda tiende á elevar el poste fuera de tierra.

Conservando las notaciones ya adoptadas, llamemos además D la distancia de separación á nivel de suelo de los pies del poste y del puntal. La semejanza de los triángulos nos da:

$$AF' = E \frac{\sqrt{h^2 + D^2}}{D} = F \sqrt{1 + \frac{h^2}{D^2}}$$

$$AF'' = E \frac{h}{D}$$

En iguales condiciones la fuerza de arranque y la de compresión son, pues, tanto mas débiles cuanto mayor sea la separación D del puntal.

Generalmente el puntal y el poste están sólidamente unidos por medio de travesaños en forma de X, lo que permite suponer que todo pandeo del puntal es imposible. ¿Cuál es, pues, la resistencia que presenta esta ensambladura, comparada con la de un poste sencillo?

Para darnos cuenta tomemos un 12 metros normal, apuntalado con otro igual, siendo la separación en la base de 3,50 metros y de 10,20 metros la altura fuera de tierra (ó sea 1,80 metros enterrado).

Puesto que no se teme el pandeo, el esfuerzo AF' podrá alcanzar el valor máximo correspondiente á 0,6 kilogramos por milí-

metro cuadrado, ó sea 13.610 kilogramos; el esfuerzo admisible correspondiente F será entonces de

$$F = \frac{AF'}{\sqrt{1 + \frac{h^2}{D^2}}} = \frac{13.600}{\sqrt{1 + \frac{10.200^2}{3.500^2}}} = 4.420 \text{ kg.}$$

claro está que admitiendo que pueda oponerse eficazmente al esfuerzo de arranque AF'' , el que tomaría como valor:

$$F \frac{h}{D} = 4.420 \times \frac{10.200}{3.500} = 12.860 \text{ kg.}$$

Ahora bien, un poste sencillo de igual tipo solamente resiste en cabeza un esfuerzo de unos 80 kilogramos; el apuntalado examinado puede alcanzar un esfuerzo de tracción de 4.420 kilogramos; resulta, por consiguiente, *cincuenta y cinco veces más resistente* (*). Todavía podría conseguirse mayor resistencia separando el pie del puntal, pero entonces en la práctica se tropezaría con dificultades debidas al abarrotamiento de los andenes. La separación de 3,50 metros indicada, es la máxima que debe emplearse, siendo la normal de unos 3 metros.

Segundo método.—Se puede igualmente calcular el conjunto constituido por un poste apuntalado admitiendo que los travesaños permiten suponer que todo el artefacto trabaja como un sólido único.

Para simplificar el cálculo de los momentos de inercia, supongamos que el apoyo y su puntal tengan una sección cuadrada (fig. 11); designando por d el lado de la sección en el empo-

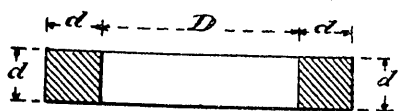


Fig. 11.

tramiento de los apoyos, D la separación del puntal al nivel del suelo, tendremos con el poste sencillo como momento de flexión máxima admisible:

$$R \frac{I}{n} = R \frac{d^3}{6}$$

Si ahora se considera que el poste y su puntal constituyen un sólido único, el momento de flexión se convertirá en

$$R \frac{I'}{n'} = R \frac{d [(2d + D)^3 - D^3]}{6(2d + D)}$$

lo que equivale á decir que el apuntalamiento multiplica la resistencia del poste ordinario por

$$\frac{(2d + D)^3 - D^3}{d^3(2d + D)}$$

Para hacer una comparación análoga á la que acabamos de

(*) Si el puntal no estuviese unido al poste por medio de resistentes travesaños, sino simplemente sujeto con pernos en el vértice, como á veces sucede, sería preciso tener en cuenta el pandeo. En el ejemplo escogido de un 12 metros apuntalado, el pie derecho no podría entonces soportar más que el esfuerzo máximo de 970 kilogramos, que ya antes hemos hallado y la fuerza correspondiente F no podría entonces exceder de

$$\sqrt{\frac{970}{1 + \frac{10.200^2}{3.500^2}}} = 315 \text{ kg.}$$

Resulta, por consiguiente, que en este caso el poste apuntalado no sería más que unas cuatro veces más resistente que el poste ordinario, y, por consiguiente, *menos resistente que un poste gemelo*. Se ve, pues, claramente la ventaja de reforzarlo por medio de sólidos travesaños en X.

hacer en aplicación del primer método, tomemos $d = 0,35$ metros, $D = 3,50$ metros; tendremos:

$$\frac{(2d + D)^3 - D^3}{d^3(2d + D)} = \frac{(2 \times 350 + 3.500)^3 - 3.500^3}{350^3(2 \times 350 + 3.500)} = 60$$

Se halla con esto que el poste apuntalado es sesenta veces más resistente que el ordinario (*).

¿Cuál es el mejor de ambos métodos de cálculo? Ni uno ni otro, porque ninguno de los dos es riguroso; el segundo, sin embargo, parece un poco optimista, porque está basado sobre la hipótesis de que el poste y su puntal constituyen un conjunto indeformable, lo que evidentemente no es completamente exacto. Podría buscarse una fórmula completa teniendo en cuenta los distintos factores que entran en juego: rigidez del nudo superior, efecto de los travesaños, etc.; pero entonces sería preciso hacer intervenir ciertos coeficientes que solamente puede dar la práctica y la mayor precisión obtenida sería más bien ilusoria.

Aconsejamos, pues, utilizar el primer método, que es por lo demás más sencillo y de aplicación más rápida. Tiene además el mérito de dar inmediatamente el valor del esfuerzo de arranque que se ejerce sobre el poste, esfuerzo que de ningún modo es despreciable, puesto que en un ejemplo acabamos de ver que para un esfuerzo de tracción horizontal de 4.420 kilogramos alcanza á más de 12.000 kilogramos.

Ahora bien: ¿Resulta posible resistir á tal esfuerzo? Desgraciadamente se tienen pocos datos prácticos relativos al esfuerzo necesario para arrancar una estaca clavada en el suelo; sin embargo, se sabe que la resistencia de empotramiento de un pilote cuya punta no se estriba en roca, en cuyo caso la resistencia es debida únicamente al rozamiento contra la tierra, varía de 800 á 1.000 kilogramos por metro cuadrado de superficie de contacto.

Luego un poste normal de 12 metros, de 0,25 metros de diámetro en la base, 0,24 en el empotramiento y enterrado en 1,80 metros, da de superficie de contacto con la tierra

$$1,80 \times 3,1416 \frac{0,25 + 0,24}{2} = 1,38 \text{ m}^2$$

Admitiendo, pues, para el rozamiento la cantidad máxima de 1.000 kilogramos por metro cuadrado, solamente se podría contar con 1.380 kilogramos, aumentados con unos 220 del peso del poste, ó sea en total 1.600 kilogramos, pero en la práctica se aumenta esta cantidad acumulando en la parte correspondiente al pie del poste un macizo de piedras mezclado con cemento líquido; en esta forma se consigue mayor superficie de contacto con la tierra y cuya rugosidad da al mismo tiempo un coeficiente de rozamiento mucho más elevado y que puede admitirse como doble del indicado antes, ó sea de 2.000 kilogramos.

Si en estas condiciones se quiere obtener una resistencia al arranque de 12.000 kilogramos (no comprendido el peso del poste que resulta despreciable), resulta fácil calcular que será preciso un cilindro de fábrica con diámetro α , tal como

$$1,80 \times 3,1416 \times \alpha = 6 \text{ m}^2$$

de donde

$$\alpha = 1,05 \text{ metros.}$$

Sería, pues, preciso construir alrededor del pie del poste un casquijo de piedras cuidadosamente apisonadas, de unos 40 centímetros de espesor. Este macizo, por lo demás, sería muy nor-

(*) El principio de este método ha sido indicado por M. Lorain, Ingeniero-Jefe de Telégrafos en su *Curso de Construcción de líneas telegráficas y telefónicas*, páginas 31 y siguientes; pero el autor ha cometido un error al asimilar la sección de la figura 11 antes citada, á un rectángulo lleno, cuando es evidente que debía considerársela como un rectángulo vaciado.

mal. Resulta, pues, en suma, bastante fácil oponerse al arranque del poste, pero debe llamarse la atención del Ingeniero respecto á la necesidad de comprobar este esfuerzo con el fin de evitar toda sorpresa desagradable.

También se ha propuesto algunas veces determinar el valor de la resistencia al arranque por el peso de un tronco de cono de tierra invertido que tenga su vértice en la base del poste y cuyos lados tengan como inclinación el talud natural del terreno (hipótesis idéntica á la que ha servido precedentemente para el cálculo de los anclajes). La aplicación da resultados aproximadamente iguales aunque un poco más optimistas.

Resta únicamente por considerar la tendencia del puntal á hundirse en la tierra; en terreno resistente no se debe, en efecto, esperar que exceda de 0,800 kilogramos de presión por centímetro cuadrado (coeficiente de seguridad de 5); ahora bien, un puntal de 12 metros tiene como sección de base

$$\frac{3,14 \times 25^2}{4} = 490 \text{ cm}^2$$

resulta, pues, que como resistencia al empotramiento no se puede contar más que con $490 \times 0,800 = 392$ kilogramos, cuando si el juego de travesaños es rígido se puede tener una componente de 13.610 kilogramos.

Resulta, pues, preciso hacer descansar el extremo inferior del puntal sobre un pequeño bloque de hormigón armado, de superficie suficiente para que la presión no exceda la cantidad de 0,800 kilogramos, antes indicada. Si se tuviese una componente de la compresión de 13.610 kilogramos correspondiente al esfuerzo máximo permitido, sería preciso prever una superficie de macizo de

$$\frac{13.610}{0,8} = 17.012 \text{ cm}^2$$

Frecuentemente se recomienda unir por sus bases en tierra, y lo más profundo posible, el porte y el puntal por medio de dos tabloncillos que constituyan un nuevo apuntalamiento; su objeto es impedir la separación del puntal; además, se puede fijar también otros dos maderos perpendiculares á los primeros, formando con ello un verdadero anclaje que comprende un macizo de tierra mucho más importante; aunque este sistema presenta algunas dificultades para su realización práctica, presenta suficientes ventajas para ser ampliamente recomendado siempre que se presenten grandes esfuerzos de tracción.

Resistencia de las tierras.—Hasta ahora no nos hemos ocupado más que de la resistencia propia de los soportes, pero existe otro factor importante que debe tener en cuenta el constructor de líneas y es la resistencia de las tierras.

Cuando un poste trabaja por flexión, comprime las tierras en el empotramiento; obra también en igual forma cuando sufre un esfuerzo de compresión como acabamos de ver. Es preciso, por consiguiente, tomar las precauciones necesarias para que el terreno no tenga que soportar un trabajo superior á su límite de resistencia; ahora bien, en terrenos fuertes, los terraplenes consistentes, los bancos de grava, etc., que constituyen los fondos de las excavaciones habituales de plantación de los postes, no es preciso exceder de 0,800 kilogramos por centímetro cuadrado, y en las tierras ligeras de superficie ó en los terraplenes nuevos, será prudente limitarse á 0,200 kilogramo por centímetro cuadrado (cantidades correspondientes á un coeficiente de seguridad de 5).

Tomemos un poste sencillo (fig. 12) en cuya cabeza se ha aplicado un esfuerzo horizontal F ; el momento de flexión que resultará al nivel del empotramiento tendrá por valor Fh . Ahora bien, se equilibrará por un momento igual que proviene de la resistencia de la parte empotrada. Puede admitirse: 1.º, que la presión de

una superficie circular de diámetro d y de altura h' se reparta sobre una superficie útil de $\frac{\pi d}{2} \times h'$; 2.º, que las fuerzas más ó menos igualmente repartidas sobre una superficie circular puedan ser reemplazadas por una fuerza única, que obre, aproximadamente, á mitad de altura.

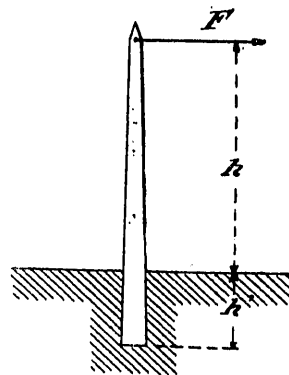


Fig 12.

Si, por consiguiente, se designa por F' esta fuerza única, aplicada á una altura $\frac{h}{2}$ ó [teniendo h' por valor $0,15 (h + h')$], $\frac{0,176}{2} h$, se tendrá:

$$Fh = F' \times 0,088 h$$

de donde

$$F = \frac{F'}{0,088} = 11,36 F'$$

Tomemos un poste ordinario de 12 metros, en cuya cabeza se ha aplicado un esfuerzo de 800 kilogramos; tendremos

$$F = 11,36 \times 80 = 910 \text{ kg.}, \text{ aproximadamente.}$$

La longitud empotrada h' es de 1,80 metros, siendo el diámetro en el empotramiento de 0,24 metros y en la base de 0,25, la superficie útil de apoyo sobre tierra será de

$$\frac{\pi}{2} \times 180 \times \frac{24 + 25}{2} = 3.330 \text{ cm}^2.$$

La presión será, por consiguiente, de

$$\frac{910}{3.330} = 0,273 \text{ kg. : cm}^2$$

lo que aun en las tierras expuestas, da también un coeficiente de seguridad de 4. Se saca en conclusión, que á condición de que la excavación esté hecha cuidadosamente, con el poste sencillo no hay nada que temer.

Consideremos ahora un gemelo; permite un esfuerzo en cabeza de $5 \times 80 = 400$ kilogramos, lo que da para F' $400 \times 11,36 = 4.545$ kilogramos. Siendo igual la superficie útil de apoyo, ó sea 3.330 centímetros cuadrados, la presión sobre la tierra es entonces de

$$\frac{4.545}{3.330} = 1,36 \text{ kg. : cm}^2$$

En terrenos ligeros el poste se inclinará inmediatamente por el pie; en un terreno de grava muy compacto podrá resistir, pero el coeficiente de seguridad casi no será más que de 3; para tener un coeficiente de 5 sería preciso aumentar la superficie de apoyo por medio de un macizo de piedras, de modo que la presión no exceda en terreno sólido de 0,800 kilogramos por centímetro cuadrado; la superficie útil deberá ser entonces tal, que siendo x el diámetro del macizo, se tenga:

$$\frac{\pi}{4} \times 180 \times x = \frac{4.545}{0,800}$$

De donde

$$x = 40 \text{ cm.}$$

En los terrenos ligeros de que antes hemos hablado, la presión no deberá exceder de $\frac{1}{8}$ kilogramo = 0,200 kilogramo por centímetro cuadrado, y se hallaría $x = 1$ metro.

Por consiguiente, en un poste gemelo raramente se puede prescindir del macizo.

III. Conclusión.—Se ha podido comprobar que en este estudio se han practicado los cálculos en forma completamente distinta á la usada generalmente, que consiste en determinar primeramente la magnitud de los esfuerzos á que será sometido un poste y á deducir en seguida la sección que éste deberá tener.

Considero que este es un método irracional; en efecto, cuando se construye una línea de alguna importancia, por otras consideraciones que no exponemos aquí, se determina con anticipación la longitud que han de tener los postes; generalmente, se emplean dos tipos de postes (raramente tres), uno normal destinado á la línea corriente en alineación recta ó ligeramente curva y otro reforzado para las curvas más pronunciadas.

El Ingeniero encargado de la construcción, ¿qué conclusión práctica podrá sacar de los cálculos que le indican que en determinado punto es preciso plantar un poste de esta ó de otra sección? Como no puede tener á su disposición todas las secciones posibles, que en realidad no son más que dos ó tres, no tendrá en cuenta para nada los cálculos y dispondrá de los soportes casi á capricho.

Si, por el contrario, sabiendo que no tiene más que dos modelos de postes bien definidos determina con anticipación el esfuerzo máximo de tracción que cada uno de ellos puede soportar, si ha calculado la tracción correspondiente para la separación media de los postes y la flecha, podrá con completo conocimiento de causa dirigir la instalación, elegir los postes, designar los sitios en que hayan de colocarse gemelos, etc., porque el único factor que le quedará para apreciar sobre el terreno (lo que resultará fácil) será el ángulo de desviación de la línea en curva (con el fin de hacer intervenir el coeficiente $2 \sin \frac{\alpha}{2}$). Con un poco de práctica y conociendo lo que puede llamarse las características de los postes y conductores de la línea, todo Ingeniero deberá poder hacer una instalación irreprochable sobre el mismo terreno y sin estudio previo.

Este resultado pudiera ser que algunos lo consideren como modelo, pero si quieren darse bien cuenta de la manera poco racional de la construcción de muchas líneas y de la mala utilización del material empleado que de ello resulta, considerarán que no resulta tiempo perdido el empleado en los cálculos que muy frecuentemente se consideran superfluos.

H.

La fuerza hidráulica que puede utilizarse en España es mayor de diez millones de caballos útiles. ¿Podrán emplearse? (1)

No es extraño que no se haya calculado bien esta fuerza, porque, variando mucho los caudales de agua que llevan los ríos de España durante el año, se ha debido tomar un promedio práctico que resulta pequeño para obtener fuerzas más ó menos constan-

tes para los trabajos á que se destinan. En las presas antiguas ú ordinarias no era posible aprovechar toda el agua que llevaba el río, y, sobre todo las de las grandes avenidas. En la actualidad, tomando la explotación grandes Compañías, es posible construir embalses-lagos, que reciben además el agua de las grandes avenidas, y poco á poco la van soltando, obteniéndose un caudal mucho mayor y constante.

Veamos antes lo que han dicho algunas revistas. Según *La Nature*, en una comunicación presentada no hace mucho por Mr. Surverger á la Sociedad Canadiense de los Ingenieros civiles, sobre la potencia hidráulica disponible en diversas naciones, fija para España sólo 5 millones de caballos de potencia utilizable y 300.000 utilizados. Atendiendo á que los extranjeros, cuando se ocupan de nuestra Nación dan muestras de no conocerla, no es extraño que nos hayan concedido tan poca fuerza. La estadística que trae *L'Exportateur* del 4 de Enero, y, por lo tanto, muy reciente, fija también los caballos efectivos de España en 5 millones y los utilizados en 300.000, siendo estos datos, al parecer, copia de los anteriores. *La Energía Eléctrica* de este año, en la página 211, cree que excede de 5 millones de caballos la fuerza hidráulica utilizable.

Atendiendo: 1.º, á lo mucho que llueve en gran parte de nuestra Nación; 2.º, á su orografía, y por lo mismo á los grandes y numerosos saltos que pueden instalarse con gran economía, y 3.º, á que mucha parte del agua va al mar sin aprovechar, por ser los ríos españoles de variadísimo estiaje, y que hoy es posible regularizarlos formando en el mismo río, por medio de elevadas presas, grandes embalses de agua que se parecen á lagos, creemos que pueden obtenerse en España más de 10 millones de caballos hidráulicos, si llevan á cabo los trabajos grandes Compañías. A éstas les será doble emplear los nuevos procedimientos hidráulicos y transformar la energía mecánica en electricidad en buenas condiciones, que, siendo de gran potencia, servirá para los grandes aprovechamientos lejanos. Pudiendo ser continuo el desarrollo de la fuerza hidráulica, estos 10 millones se igualan á muchos más millones de caballos térmicos, sabiendo aprovechar la corriente eléctrica en todas las horas del día, como ya empieza á explotarse: de día, como fuerza motriz, en fábricas y talleres; desde el oscurecer hasta después de media noche, para iluminación, y desde esta hora á la mañana, dando el fluido á muy bajo precio, para calentar los hornos de pan (1), carga de acumuladores para automóviles, etc., etc. Además, sirve continuamente para la tracción en los ferrocarriles, tranvías, fábricas metalúrgicas, abonos nitrogenados, industrias químicoeléctricas varias, etc., etc.

Para demostrar cómo en España podemos disponer de más de 10 millones de caballos hidráulicos, hay dos procedimientos: 1.º, dando á conocer los aprovechamientos y los saltos pedidos en una vasta región de nuestra Nación, y con esto deducir la de toda España, y 2.º, fijándonos en la superficie inmensa de España, en su irregular y elevada orografía y en la gran cantidad de agua que cae en las más importantes cuencas de recepción.

PRIMER PROCEDIMIENTO.—Fijémonos primero en las concesiones de saltos de agua de una región, por ejemplo, la de Cataluña. La fuerza que pueden disponer aquellas provincias, junto con una pequeña parte de los Pirineos aragoneses, es inmensa, no contando con los saltos que aun pueden pedirse, y si sólo únicamente con las concesiones otorgadas, suben ya á 1.135.000 caballos. Según el erudito y reciente trabajo del Sr. Graells, Secre-

(1) La Sociedad Elektra de Vadenwill, ha instalado en una panadería un horno eléctrico de 11 metros cuadrados de superficie, que ha funcionado bien sin interrupción desde 1911. De los ensayos de la Sociedad suiza de Panaderos resulta que, si se puede disminuir el gasto de instalación y de funcionamiento, el horno de pan de calefacción eléctrica es el mejor por su limpieza y comodidad. (*Industria é Invenções*, año 1917, I, pág. 154.)

(1) Fragmento de la conferencia «Riqueza hidroeléctrica que puede desarrollarse y consumirse en España. Grandes obras ejecutadas», dada en Sevilla durante el último Congreso de las Ciencias.