

19.600 toneladas, cuando en Diciembre de 1915 eran de 25.000 y de 40.000 en Agosto de 1915.

Es, sin embargo, evidente que el alza del cobre que tuvo lugar en 1916 fué provocada más bien por las especulaciones que por la relación real entre la oferta y la demanda. Resultó de ello, que hacia el 25 de Mayo el precio bajó á 125 libras y el 2 de Junio á 121. Es de suponer que en esta época la especulación relativa al cobre disminuyese como consecuencia de un acuerdo tomado por los principales productores de cobre americano, respecto á la más severa inspección del mercado de este metal. Tal acuerdo, destinado á hacer más estables y más claras las condiciones del mercado, debía, sin duda, entorpecer la especulación basada sobre errores.

Al lado del precio del cobre *standard* es interesante señalar los del cobre electrolítico todavía más elevados. De 60 libras que era en 15 de Julio de 1914, se elevó á 90 el 15 de Julio de 1915, á 97,5 el 30 de Noviembre del mismo año, á 110 el 3 de Enero de 1916, á 135 el 31 de Marzo, y alcanzó, por último, á 157 libras el 16 de Mayo, para volver á descender á 142 el 2 de Junio. Posteriormente estos precios han sufrido numerosas fluctuaciones y han alcanzado todavía cotizaciones superiores. La diferencia entre el precio del cobre *standard* y el del cobre electrolítico fué de 10 libras en Junio de 1915, de 20 en fin de Marzo de 1916, de 12 el 16 de Mayo y de nuevo de 20 el 2 de Junio de este último año.

Difícil es prever, en la actualidad, la repercusión que en la industria mundial del cobre ejercerá la terminación de las hostilidades. Hemos visto que la producción de este metal se ha aumentado extraordinariamente para poder dar abasto á las necesidades militares. Para poder continuar la actividad de las numerosas minas y fábricas de cobre será, pues, preciso encontrar después de la guerra nuevas y amplias salidas. En todo caso está fuera de duda que el desarrollo rápido de la industria eléctrica presenta un amplio campo (del cual á su vez depende el desarrollo económico de distintos países) y es el que permitirá contener la crisis en los primeros momentos y puede ser que más adelante favorezca una nueva expansión de la industria del cobre.

H.

Evolución de la Matemática en la Edad Contemporánea ⁽¹⁾

por,

DON J. REY PASTOR

Todas las ciencias, especialmente las naturales, sufren crisis periódicas. Sus teorías se manifiestan impotentes, en un momento dado, para resolver nuevos problemas que se presentan de modo natural, ó por exigencias de las disciplinas afines, y comienza la crítica á señalar las mejoras que urge introducir, las deficiencias que importa subsanar. Entonces surgen unos pocos hombres geniales, que inician una radical transformación; obra demoledora de la parte inútil ó mal construída del edificio, para comenzar la reedificación con arreglo á nuevas normas. Ellos dan

(1) Conferencia dada en Buenos Aires, reproducida de la que pronunció en el Ateneo de Madrid, y que es la primera de la serie que ha dado sobre sistematización de la Geometría proyectiva superior en la capital de la República Argentina.

las ideas madres, y muchos otros más modestos se encargan de desarrollarlas y elaborarlas, completando la reforma iniciada.

Mas, cuando parece que la labor está á punto de terminar, que todos los problemas capaces de solución la han obtenido, y que la Ciencia ha llegado á la perfección, comienza de nuevo otra crisis, y aparece evidente la necesidad de nueva revisión, y vuelve la crítica á demoler, y esta labor negativa continúa hasta que surgen los hombres cumbres, capaces de hacer surgir el edificio de sus cenizas, más perfecto y con nuevo vigor. Y de este continuo construir y demoler, van quedando, como precioso sedimento incorporadas al saber definitivo del espíritu humano, las ideas más geniales; las de potencialidad bastante para resistir los embates del tiempo.

No podía la Matemática escapar á esta ley general; y aunque de estabilidad mayor que las ciencias naturales—por lo cual obtuvo el dictado de *Ciencia conservadora*—, el siglo XIX la transformó tan profundamente, que, entre muchas teorías actuales y las que antes llevaban igual nombre, apenas hay otra comunidad que la semejanza de su tecnicismo.

LAS MATEMÁTICAS DEL SIGLO XVIII.—La Matemática era, en el siglo XVIII, una ciencia puesta al servicio de la Física. Mejor dicho: la Matemática, como ciencia única, no existía aún; se cultivaban, sí, con gran éxito, varias disciplinas dispersas: la Aritmética ó estudio del número, el Cálculo infinitesimal ó estudio de la cantidad, la Geometría, ciencia del espacio sensible, etc.; y de estas series de conocimientos, en cierto modo independientes, el Análisis matemático alcanzó, á fines del siglo XVIII, desarrollo tan considerable, que Matemáticas y Análisis venían á ser términos sinónimos.

Tales fueron los éxitos logrados, se acomodaban tan bien las ecuaciones diferenciales al planteo de los problemas físicos, que se llegó á la convicción de que los matemáticos, «sin necesidad de distraerse por más tiempo en la elaboración de las Matemáticas puras, podrían dedicar exclusivamente sus meditaciones al estudio de las leyes naturales» (1).

De las ecuaciones diferenciales pasan bien pronto á las ecuaciones en derivadas parciales, para abordar el problema de las cuerdas vibrantes, la Geometría infinitesimal y la Mecánica de fluidos; y como digno remate del edificio, surge grandiosa la Mecánica celeste, donde el espíritu humano parece haber llegado á mayor grado de profundidad, alcanzando éxito insuperable.

El Análisis matemático lo avasallaba todo: la Mecánica, la Geometría, la Física, todos los fenómenos naturales. Lleno de legítimo orgullo, después de sus brillantes éxitos en la teoría del calor, pudo decir Fourier, con no reprimido entusiasmo, que «no puede haber lenguaje más universal, ni más sencillo, más exento de errores y oscuridades; es decir, más digno de expresar las relaciones invariables de los seres naturales. Es tan extenso como la naturaleza misma; define todas las relaciones sensibles; mide los tiempos, los espacios, las fuerzas, las temperaturas. Ciencia difícil que se forma con lentitud; pero conserva todos los principios que adquiere, y crece y se afirma sin cesar en medio de tantos errores del espíritu humano».

Hemos transcrito íntegro este famoso párrafo de Fourier, porque él expresa, mejor que largas explicaciones, el carácter de la Matemática al comenzar el siglo XIX. En ella encontramos tres rasgos característicos que vamos á examinar separadamente:

- 1.º El Análisis es la ciencia matemática por excelencia.
- 2.º El Análisis es una ciencia auxiliar de las ciencias naturales.

(1) Bertrand, *Traité de Calcul différentiel et intégral*, 1864.

3.º El Análisis es una ciencia conservadora y perfecta.

Pero Fourier es el último representante de los matemáticos de la Revolución francesa; y cuando fué escrito su discurso, una nueva era había comenzado ya. Las tres características que hemos señalado estaban llamadas á desaparecer bien pronto. Una nueva generación iba á aportar los nuevos puntos de vista que, con el tiempo, habían de renovar totalmente esta ciencia.

LA MATEMÁTICA, CIENCIA AUTÓNOMA.—El renacimiento de la Geometría, iniciado por Monge y Poncelet, señala el fin del imperio absoluto del Análisis; he aquí, pues, modificado el primer carácter. De este desarrollo autónomo de la Geometría nos ocuparemos después.

Tratemos ahora de las otras dos características de las Matemáticas del siglo XVIII, cuya radical mudanza se debe al impulso de esta nueva generación, de la cual basta citar sus tres nombres más excelsos: Gauss (1777-1855), Abel (1802-1829) Cauchy (1789-1857).

Con ellos comienzan las Matemáticas su emancipación de las ciencias naturales, á cuya servidumbre habían estado sujetas. Sin desdeñar las aplicaciones más variadas, estos ingenios exquisitos se recrean con especial complacencia en el estudio de las cuestiones más abstractas, menos ligadas á la realidad externa. Para Gauss, es la Matemática la reina de las Ciencias, y la Aritmética es la reina de las Matemáticas. Abel comparte con Jacobi la opinión de que «el objeto único de la Ciencia es el honor del espíritu humano, y que un problema de la Teoría de números vale tanto como la cuestión del sistema del mundo». Galois se complace en proclamar que se ocupa de la Teoría de ecuaciones algebraicas, precisamente por ser la parte más pura y abstracta de las Matemáticas. Cauchy crea la Teoría del imaginarismo, lo abstracto de lo abstracto, lo ideal de lo ideal, el más grande monumento matemático del siglo XIX, la teoría que con el tiempo—¡dura lección para los utilitaristas!—había de llegar á ser la más fecunda en aplicaciones á las ciencias físicas (1).

EL RIGOR MATEMÁTICO.—Tal fué la fecundidad de las Matemáticas en el siglo XVIII, al roturar el campo virgen de la Física y la Mecánica, que, ocupados los analistas en esta recolección de abundante cosecha, apenas tuvieron tiempo para fijarse en la solidez de las bases sobre que asentaban los sillares, á toda prisa labrados. Ni siquiera se preocuparon de que hubiese armonía en las líneas generales del edificio, y belleza en sus proporciones. Ni estabilidad ni armonía era posible pedir en aquel febril amontonamiento de riquezas. Más de una vez surgían paradojas reveladoras de falta de consistencia en la construcción; pero entonces se echaba mano de la frase de D'Alembert: *Allez en avant et la foi vous viendra*. Es decir: sigamos colocando sillares, que las grietas por sí solas se cerrarán, y lo construido se consolidará.

Pero estas paradojas reclamaban, con caracteres cada vez más apremiantes, un impulso á la teoría pura, una inspección cuidadosa de los cimientos, un inventario de las riquezas acumuladas. Este espíritu crítico es el que aportan á la Matemática Cauchy, Gauss y Abel, quienes introducen una idea nueva: *el rigor*.

Ciertamente, los matemáticos del siglo XVIII hacían muchos razonamientos rigurosos; pero en este punto las exigencias no eran grandes.

En los momentos difíciles de una demostración, cuando había que salvar el escollo de la continuidad, una representación geométrica, un llamamiento á la intuición espacial, y la dificultad se consideraba vencida.

(1) Aunque sea un hecho bien sabido, no está de más recordar que las aplicaciones de las teorías matemáticas son tanto más importantes cuanto más abstractas y elevadas sean éstas. Otro ejemplo de esto es la hermosa aplicación hecha por Minkowski de la Geometría euclidimensional á la Teoría física de la relatividad.

Pero la idea nueva que señala una nueva época para esta ciencia es la proclamación del rigor como algo indispensable al razonamiento matemático; es la afirmación rotunda de que una demostración no rigurosa no es tal demostración, debe considerarse como no existente.

Hacer rigurosa la Matemática es hacerla racional; es construirla lógicamente sobre un cierto número de proposiciones fundamentales perfectamente conocidas y clasificadas; es eliminar la intuición espacial—esto es, la parte extraconceptual—de los razonamientos matemáticos, dejando ésta reducida al papel de faro, que indica el camino y señala el término del viaje, pero andando este camino sin otra ayuda que la razón pura.

Por primera vez son definidas las ideas de función, de convergencia, de infinitamente pequeño é infinitamente grande, de derivada, de integral, con una claridad y una precisión de que antes carecían. Y al proyectar claridad sobre ellas, se descubren los errores á que conduce la falta de rigor; se destierran del Análisis las series divergentes—que Abel califica de *invención del diablo*—; se dan criterios para averiguar la convergencia de las series; comienzan á preocupar los teoremas de existencia de las integrales de ecuaciones diferenciales; se demuestra por primera vez la proposición fundamental del Álgebra, convirtiendo en teorema lo que hasta entonces era simple presunción; se abandona el cómodo recurso de enunciar las cuestiones *en general*, que evitaba el estudio de las excepciones; y, por el contrario, se dedica muy especial atención á la investigación de todo género de singularidades. En fin, para no descender á una exposición detallada, citaremos los libros de Serret, de Duhamel, de Briot y Bouquet...., en los que está expuesta la parte más esencial de la Matemática de entonces.

*
* *

No es nuestro objeto—ya lo hemos advertido—reseñar el contenido de las múltiples teorías con que se enriquece la Matemática al comenzar el siglo, sino simplemente analizar la renovación de las ideas generales, forzoso es, sin embargo, enumerar algunas de las nuevas ideas que, sin alterar la marcha general de esta ciencia, se incorporan á ella, dando origen á nuevas ramas.

GAUSS.—Con sus *Disquisitiones arithmeticae* crea Gauss la actual Teoría de los números ó Aritmética superior, introduce en ella los números complejos y establece la ley de reciprocidad cuadrática; resuelve el problema de la representación conforme de regiones infinitesimales é introduce la noción de *curvatura total*, creando la moderna teoría de la curvatura de superficies; enriquece el Análisis con la muy importante teoría de la serie hipergeométrica, etc.

Por si todo esto, más sus trabajos antes citados sobre las series y sobre el teorema fundamental del Álgebra, no fueran bastante para colocarlo en primera fila entre los genios de todos los tiempos, todavía sienta las bases de la moderna Geodesia, y resuelve problemas astronómicos considerados como imposibles, y con Weber construye el primer telégrafo eléctrico, é inventa multitud de aparatos físicos é imprime avance considerable á la Óptica, á las teorías de la Electricidad y del Magnetismo; y después del sinnúmero de sus publicaciones, resulta, al ser revisados sus manuscritos, que aun estaba en posesión de capitales descubrimientos, posteriormente desarrollados con gran éxito; la Geometría no euclidiana, las funciones doblemente periódicas, los cuaternios....

CAUCHY.—Si hay algún otro matemático comparable al *princeps mathematicorum* por la genialidad y la variada extensión de sus descubrimientos, es Cauchy. Antes hemos insistido sobre la importancia de haber establecido con base rigurosa la conver-

gencia de las series y los principios del Cálculo, de haber estudiado las cuestiones de existencia de las integrales, de haber abordado valientemente el estudio de las singularidades, antes rehuído. Citemos asimismo la resolución del problema algebraico que luego había de dar fama á Sturm, el cálculo de las raíces de las ecuaciones numéricas, el desarrollo completo de la teoría de las determinantes, de los grupos de sustituciones.

Pero su contribución capital, con ser éstas tan importantes, es la creación de la teoría de las funciones de variable compleja, que durante todo el siglo XIX ha ocupado una posición central, y actualmente sigue en lugar preeminente, siempre fecunda y siempre variada.

Dos han sido, pues, los servicios de Cauchy á la Matemática: vigorizarla y duplicar su extensión.

ABEL.—Comparte Abel con Gauss y Cauchy el honor de haber fundado la Matemática moderna. Truncada por su muerte prematura, no es la obra de Abel tan extensa como la de éstos, pero sí comparable á ellas por su profundidad y trascendencia.

Legendre había consagrado cincuenta años al estudio de las integrales elípticas; las clasificó, las relacionó entre sí, las tabuló y, á pesar de haber adivinado que allí estaba contenido «el germen de una rama importante del Análisis», no tuvo la fortuna de hacerlo fructificar.

Y para lograr este éxito le hubiera bastado una idea simplicísima: la inversión de la integral; él veía solo un problema de Cálculo integral, y no llegaba á adivinar la *función*. Son Abel y Jacobi quienes aportan esta idea nueva de la *inversión*, y con ella crean la teoría de las funciones elípticas, que hubiera bastado para inmortalizarlos; sin ella no existiría, probablemente, la actual Teoría general de funciones analíticas, orgullo del Análisis. Abel avanza un paso más; y, generalizando las funciones elípticas, llega á las que hoy llamamos *abelianas*, medula de la moderna Geometría algebraica.

Con su famoso teorema sobre la imposibilidad de la resolución de las ecuaciones generales por medio de radicales—imposibilidad antes adivinada por Ruffini—, demuestra lo vano del esfuerzo de los matemáticos del siglo XVIII, y pone término á toda una época de la historia del Algebra.

GALOIS.—Resolver una ecuación por medio de radicales es hallar sus raíces utilizando las de una ó varias ecuaciones binomias, es decir, *adjuntar* á la ecuación dada otras ecuaciones de un tipo muy particular. Es Galois quien se pregunta por primera vez: ¿Por qué fijarse exclusivamente en las ecuaciones binomias? ¿No es esto un caso especialísimo de un problema más general, que consista en hallar las raíces de una ecuación por medio de las raíces de otras ecuaciones adjuntas á la primera?

Es esta idea nueva de la *adjunción* la que Galois aporta al Algebra y con ella abre el nuevo camino por donde había de marchar esta ciencia en lo sucesivo. Abordado el problema de las ecuaciones algébricas desde tan elevado punto de vista, descubre este malogrado genio que el estudio completo de una ecuación se reduce á la investigación de un grupo de sustituciones entre sus raíces—grupo que lleva el nombre de Galois—, en el cual están contenidas como en germen todas las ocultas propiedades de la ecuación. Traduciendo las relaciones simbolizadas en el grupo, se descubre si la ecuación es resoluble ó no por radicales, si sus raíces pueden construirse con la regla y el compás, quedando así resueltos los difíciles problemas planteados por Abel y Gauss. La teoría de las ecuaciones abelianas y gaussianas queda, pues, incluida dentro de la de Galois. Ella y la de invariantes, creada posteriormente por la escuela inglesa de los Sylvester, Cayley, Boole, continuada por Aronhold, Clebsch, Gordan, Hilbert.....,

componen el armónico cuerpo de doctrina que se llama Algebra moderna.

Pero la obra de Galois tiene mayor trascendencia que la creación de una nueva disciplina, por importante que ésta sea. Estriba en haber revelado el gran poder clasificador y organizador de la teoría de grupos para dar unidad á la Ciencia, virtualidad antes oculta, que había de alcanzar su más espléndida manifestación en las generalizaciones posteriores de Klein y Lie, de que luego trataremos.

ESCUELAS FRANCESA Y ALEMANA.—Después de esta brevisima reseña del influjo de los hombres de comienzos del siglo, y sobre todo Gauss y Cauchy, en la Historia universal de la cultura, es muy interesante analizar la influencia decisiva que han ejercido en la marcha científica de sus respectivos países; y, por reflexión, en el nuestro.

Si exceptuamos, acaso, en estos últimos tiempos á Poincaré, es Cauchy el último matemático universal que produce Francia, es, en cambio, Gauss el primer gran matemático nacido en Alemania. Cierra Cauchy el ciclo brillante de los Clairaut, y Lambert, Lagrange (1), Laplace, Legendre, Ampère, Poinsot, Poisson y Fourier, que dan glorioso renombre á Francia durante todo el siglo XVIII. Gauss, por el contrario, abre el camino á los Dirichlet, Jacobi, Riemann, Weierstrass, Kummer, Kronecker, Dedekind, Fuchs, Neumann, Lie (2), que durante casi todo el siglo XIX hacen la Matemática una ciencia germana; serie gloriosa que cierran los cuatro más grandes matemáticos actuales: Cantor, Hilbert, Klein y Schwarz.

Radicalmente distinta, y en muchos puntos antagónica, es la obra de aquellos dos hombres cumbres, que trabajaron con independencia; y esencialmente diversa es también la obra de las dos escuelas que representan en Alemania y Francia. Dijérase que hay una incompatibilidad histórica en los destinos de estos dos países admirables, exigiendo la prosperidad de uno el agotamiento del otro, y parece como si Gauss hubiera recibido de manos de Cauchy la antorcha encendida de la supremacía matemática.

Suele fijarse una fecha memorable, en la que comienza esta supremacía germánica en las ciencias exactas: es la fundación en Berlín del *Journal de Crelle*, el año 1826. La mayor parte, y la mejor de las investigaciones de Abel, de Jacobi, de Steiner, de Plücker, de Eisenstein....., es preciso buscarla en los primeros tomos de este archivo venerable, el cual, durante mucho tiempo, fué el depósito de la Matemática naciente, centro de discusiones fructíferas, estímulo poderoso para la investigación.

* *

MONGE Y PONCELET.—Hemos hablado hasta aquí casi exclusivamente del Análisis. El desarrollo de la Geometría es paralelo, y de él vamos á ocuparnos. Los precursores de la Geometría moderna son Monge (1746-1818), Carnot (1753-1823) y Poncelet (1788-1867), tres hombres de la Revolución: Monge, el Ministro de Marina de la Convención nacional; Carnot, el organizador de la victoria; Poncelet, el prisionero de Saratoff en la retirada de Moscú.

Monge crea la Geometría descriptiva; Carnot, la continúa y publica su Geometría de posición; Poncelet separa por primera vez las propiedades gráficas de las propiedades métricas, creando así la moderna Geometría proyectiva.

Este renacimiento de la Geometría tiene un gran valor para la emancipación de la Matemática, á que antes aludíamos citándola como una de las características del siglo XIX. La especula-

(1) Nacido en Turín, Profesor en París de 1795 á 1813.

(2) Insigne Profesor en Leipzig, nacido en Noruega y creador de la Teoría de grupos continuos.

ción desinteresada del espacio, sin el estímulo de las ciencias naturales, contribuye á constituir la matemática como ciencia autónoma, con problemas y métodos propios. «Con su Geometría — decía Lagrange, un poco asombrado ante los nuevos horizontes descubiertos por Monge—este demonio de hombre se hará inmortal.»

Con las bellas aplicaciones del Análisis á los problemas geométricos, se reanuda la historia de la Geometría analítica que parecía interrumpida; y el Cálculo, que tan admirables aplicaciones había obtenido en la Física, imprime notable progreso á la Geometría, abriendo nuevos caminos á la investigación. Los trabajos de Monge y de su discípulo Dupin, sobre la curvatura, impulsan considerablemente la Geometría infinitesimal, cuyo desarrollo ulterior en Francia, tiene como punto de partida la famosa Memoria de Gauss, *Disquisitiones generales circa superficies curvas*, cuya aparición en 1827 marca la fecha decisiva en la historia de esta Ciencia (1).

Los métodos proyectivos de Poncelet, presentados en oposición á esta Geometría analítica, aunque desfavorablemente acogidos al principio por sus compatriotas, tenían potencialidad bastante para abrirse camino, suscitando nuevas investigaciones. En las discusiones de Poncelet y Gergonne, nace el famoso *principio de dualidad* que permite «hacer Geometría por partida doble», nueva idea incorporada definitivamente á la Ciencia.

Esta transformación por *polares reciprocas* en que funda Poncelet la ley de correlación, tiene un gran valor histórico, por ser la primera transformación geométrica que hace corresponder á cada punto algo distinto de un punto, primer paso dado hacia la arbitrariedad del elemento generador del espacio. Es introducir en la Geometría la noción más amplia de *correspondencia*, equivalente á la de *función*; y como ésta, bastante fecunda para imprimir con el tiempo nuevo carácter á la Geometría.

CHASLES.—Con la Restauración parece haber muerto la naciente Geometría francesa, tan brillantemente inaugurada; y ya no vuelve á producir Francia más que un solo geómetra de primera fila: Chasles (1793-1880). Obra brillante la suya, cuajada de ideas felices, cuyo éxito clamoroso pudo justificar el dictado de *emperador de la Geometría* que alguien le dió; pero en muchos puntos sin consistencia bastante para resistir los embates del espíritu crítico de su siglo. Por esto, hoy, cuando ya no queda apenas algo de ella, subsiste en gran parte la de los oscuros geómetras que, con trabajo concienzudo y silencioso, construían la hermosa fábrica de la Geometría moderna. Son éstos: Möbius (1790-1868), Steiner (1796-1863), Staudt (1788-1867), Plücker (1801-1868); y con ellos también el cetro de la Geometría pasa á manos de los alemanes, como poco antes habían conquistado la supremacía en el Análisis.

Tres eran las ideas fundamentales del sistema geométrico de Chasles: 1.ª, introducción del principio de los signos; 2.ª, introducción de los elementos imaginarios para alcanzar la misma generalidad que la Geometría analítica; 3.ª, demostración directa simultánea de las proporciones correlativas (1).

Pero la primera idea no tenía la novedad que Chasles creía, habiéndola ya desarrollado completamente Möbius. En la segunda no tiene éxito, pues no llega á separar los dos elementos imaginarios conjugados, cuestión ardua que sólo Staudt logra resolver. Con la tercera pierde la ley de correlación su principal ventaja; y al eludir sistemáticamente el empleo de la *transformación* de figuras, se aparta del camino real por donde había de marchar

después triunfante la Geometría moderna; camino adivinado por Poncelet y descubierto por Plücker.

GEÓMETRAS ALEMANES.—Dos tendencias geométricas aparecen. Por un lado, Steiner y Chasles oponen á la Geometría analítica de Descartes la nueva Geometría proyectiva, que ellos llaman *sintética*, por aspirar á construirla con total independencia del Álgebra, dominando al *fantasma del imaginarismo*. Objetivos ambos que alcanzan por fin Paulus y Staudt para las figuras lineales y cuadráticas. Sustituir este fantasma que persiguió á Steiner en los últimos años de su vida, y eterna pesadilla de los geómetras, por una involución, es decir, por un ente real, y apelar al sentido de la recta para separar cada elemento imaginario de su conjugado; he aquí la idea capital que Staudt aporta á la Geometría.

Por otro lado, Plücker, el fundador de la Geometría analítica moderna, enriquece el método de Descartes con las coordenadas trilineales, las tangenciales, y, sobre todo con sus notaciones abreviadas y las ecuaciones homogéneas, crea un instrumento analítico con toda la flexibilidad y generalidad exigida por la Geometría proyectiva. Como aplicación brillante, crea la Geometría de la recta, en la cual no es ya el punto, sino la recta, el elemento generador; idea de enorme trascendencia que habían de desarrollar con gran éxito, llevándola al más alto grado de generalidad, los geómetras del siglo XX.

Varias generaciones de grandes geómetras sostienen hasta fines del siglo XIX la supremacía germánica, iniciada por Möbius, Steiner, Staudt y Plücker..... Son Grassmann, Hesse; Clebsch, Lie, Reye, Fiedler, Klein, Noether..... los artífices de la Geometría durante el siglo XIX, á los cuales, siempre citando solamente figuras de primera fila, es justo agregar los ingleses Cayley y Salmon. Pero, á fines del siglo, el cetro de la Geometría pasa á manos de los italianos.

**

El desplazamiento del centro de gravedad de la Matemática desde Francia á Alemania, en los comienzos del siglo XIX, ha sido funesto para nuestra cultura. Los autores franceses, considerando insuperable la obra de Cauchy y de Chasles se limitaron á reproducir en los libros sus teorías, sin dejarse influir por las ideas de allende el Rhin. No ya los tratados de Duhamel, Sturm, Briot....., publicados hacia mediados del siglo, sino muchos otros posteriores, como los de Comberousse, Laurent....., están escritos como si no hubieran existido Dirichlet, Riemann ni Weierstrass; y estos tratados, que por su materia pertenecen á la primera mitad del siglo, aunque por su fecha sean posteriores, han constituido hasta hoy nuestra única fuente de información.

HERMITE Y BRIOSCHI.—Solamente la conmoción del año terrible logra sacar á Francia de este enquistamiento, y son las generaciones posteriores al 70 las que elevan á Francia al envidiable nivel matemático en que hoy se halla. Es la generación de Halphen, Jordan, Méray y Darboux; es la generación siguiente de Poincaré, Picard, Goursat y Apell; es la generación actual de Borel, Hadamard, Painlevé, Labesgue, Baire.....

Pero justo es reivindicar para un solo hombre la paternidad de este renacimiento matemático de Francia. El hombre que, rompiendo el anillo de hierro, entabla desde muy joven relaciones con los matemáticos alemanes (1), importa las ideas de Jacobi, Weierstrass y Riemann, y en sus maravillosas lecciones de la Sorbona educa é inspira á tantas generaciones de analistas; es Hermite, el *maestro* por antonomasia (1822-1901).

(1) Véase Darboux, *Étude sur le développement des méthodes géométriques*, 1904.

(1) Véase Darboux, loc. cit., pág. 239.

(1) Véase la interesante correspondencia con P. du Bois-Reymond, publicada en el *Archiv de Math u. Physik*, 1915.

Brioschi (1824-94) es el Hermite de Italia, que inicia el brillante y rápido renacimiento matemático de su patria, ampliamente cimentado sobre originales puntos de vista por sus eximios discípulos Beltrami, Betti, Cremona, Casoratti, los cuales preparan el terreno sobre que había de elevarse la actual Matemática italiana, que participa de la profundidad de la Ciencia alemana y de la brillantez de la Matemática francesa.

Esta *italianidad* de que se muestran orgullosos, es actualmente sostenida por toda una pléyade de brillantes geómetras, cuyos nombres irán apareciendo cuando reseñemos las modernas teorías. Son Veronese, Bianchi, Segre, Bertini, Castellnuovo, Enriques, Severi, Berzolari, Fano..... Y la escuela de analistas, fundada por Dini, cuenta asimismo con ilustres representantes: Volterra, Pincherle, Pascal, y los malogrados Cesaro, Capelli.....

CULTURA ESPAÑOLA.—Se ha repetido en muchas ocasiones que la causa de nuestro evidente atraso matemático estriba en haber sido franceses los libros en que nos hemos inspirado. Pero tal afirmación, que sólo es verdad á medias, no podría explicar el considerable desnivel matemático que existe entre Francia y España.

Es preciso modificar esta idea, que ya ha pasado á la categoría de tópico, y proclamar sinceramente, una y mil veces, que una de las causas de nuestro atraso matemático es el habernos inspirado, durante la segunda mitad del siglo XIX y parte del actual, en los libros franceses de mediados del siglo último; con lo

cual se han sumado los dos atrasos: el de aquellos autores, más la diferencia de fechas.

¡Qué distinta sería hoy nuestra cultura si hubiéramos sustituido, siquiera desde el año 80, los funestos libros de Duhamel, Sturm y Comberousse, por Jordan, Serret, Hermite y Hottel, reemplazando éstos más tarde por Picard, Goursat y Vallée-Poussin!

¡Y cuánto más amplios y modernos serían nuestros conocimientos geométricos si en lugar de encerrarnos dentro de las humildes cónicas durante un tercio de siglo, hubiéramos leído siquiera desde el año 90 las traducciones francesas de Salmon y Clebsch-Lindemann y las obras originales de Darboux!

Atendiendo á su contenido, separa un trecho de casi medio siglo á los libros franceses anteriores y posteriores al año 70; es la distancia de la Matemática de Gauss-Cauchy á la de Riemann-Weierstrass.

Y este foso profundo es el que tienen que salvar, por su propio impulso, los pocos jóvenes que salen de nuestros centros de enseñanza superior con energías bastantes para rehacer su formación científica, emprendiendo el estudio de libros actuales, no queriendo resignarse á continuar de por vida en la otra orilla (1).

(Continuará.)

(1) El cuadro de nuestra cultura matemática en el siglo XIX puede verse en nuestro discurso inaugural de la Sección 1.^a en el Congreso de Valladolid, publicado también en la REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS, Octubre 1915, y en la *Revista de Montes*, Diciembre 1915.

REVISTA EXTRANJERA

Las instalaciones para el transbordo y el almacenaje del carbón en los extremos del canal de Panamá.

Estas instalaciones están destinadas, por una parte, á constituir una reserva de combustible para la marina de guerra de los Estados Unidos, y por otra á facilitar la navegación. Comprenden cada una un depósito de gran capacidad para almacenar el combustible y aparatos de carga y descarga de gran rendimiento para poder entregar el carbón á los buques con la mayor rapidez posible. Completan, pues, el importante material establecido en los dos extremos del canal para el servicio de los puertos que en ellos se encuentran.

Estas dos instalaciones, terminadas hace poco, han sido construidas, una en Cristóbal, en la costa del Atlántico, y la otra en Balboa, en la del Pacífico. La capacidad de los dos depósitos es normalmente de 500.000 toneladas y puede llegar excepcionalmente á 700.000. La instalación de Cristóbal, que es la más importante, tiene una capacidad normal de 350.000 toneladas de carbón.

En cada uno de estos depósitos una parte del carbón se conserva bajo el agua, en un foso que ocupa una parte de la superficie del depósito. Sobre el carbón sumergido hay todavía más carbón, de manera de aumentar la reserva. Almacenando así el carbón bajo el agua, no solamente se ha realizado una gran economía en el establecimiento de los depósitos, sino que también se ha colocado el combustible en condiciones que le preservan de su alteración en el aire.

Ya hemos indicado, en efecto, en esta REVISTA, que el carbón expuesto al aire pierde poco á poco una parte de sus materias volátiles, y, por consiguiente, una cierta proporción de su potencia calorífica. Además, los montones de carbón expuestos al aire sufren un calentamiento importante que puede venir á ser peligroso. Para el carbón destinado al abastecimiento de los bu-

ques de comercio, estos inconvenientes son relativamente de poca importancia, porque este combustible no permanece largo tiempo en el depósito. No sucede lo mismo con la reserva de carbón que debe permanecer constantemente á la disposición del Almirantazgo y al que hay interés en preservar de todo peligro de incendio.

El empleo de depósitos sumergibles se extiende por otra parte cada vez más, sobre todo en los Estados Unidos, donde su capacidad es algunas veces considerable. Así es como en Pittsburg, la Duquesne Light C.^o acaba de construir un foso de paredes de hormigón de 237 metros de longitud, 43 de anchura y 6 de profundidad, donde se conservan bajo el agua 100.000 toneladas de carbón.

La masa almacenada bajo el agua en los depósitos de Panamá llega á 100.000 toneladas en Cristóbal y á 50.000 en Balboa.

Nos parece interesante describir estas instalaciones resumiendo para ello un artículo publicado por el Ingeniero de Artes y Manufacturas M. A. Dumas en *Le Génie Civil*, en el que trata de este asunto según las Memorias anuales del Gobernador del canal de Panamá y el *Panama Canal Record*, del 17 de Enero último.

INSTALACIÓN DE CRISTÓBAL.—La estación de Cristóbal, cuyo emplazamiento muestra la figura 1.^a, se compone de un muelle rectangular de 558 metros de longitud y 138 de anchura, construido en parte sobre la costa y en parte sobre pilas de hormigón, fundados sobre la roca á una profundidad que varía de 15 á 22 metros. Este muelle (figuras 2.^a y 3.^a) contiene al depósito de carbón, bordeado por un lado por el muelle reservado al desembarco del combustible traído por los barcos carboneros, y por el otro por un muelle en que se amarran los buques en escala que vienen á hacer carbón. En el lado menor, frente al mar, se encuentra un tercer muelle que tiene un silo de carbón destinado especialmente al abastecimiento de los remolcadores y