

locomotoras-ténder ligeras, del tipo seis acoplado, las cuales fueron proyectadas, construídas y embaladas para transporte marítimo en dieciséis días laborables. Otra orden del Gobierno ruso, que comprendía 250 grandes locomotoras del tipo «Decapod» para trenes de carga, fué recibida en 11 de Junio de 1915, y quedó cumplida al enviarse la última en 21 de Octubre del mismo año, con lo que resultó que el tiempo empleado en su construcción no pasó de diecinueve semanas.

La mayor locomotora que existe hoy en el mundo es, quizás, la usada por el ferrocarril Eric, que pesa 410 toneladas. Hasta ahora no se le ha exigido que trabajase al máximo de su potencia, pero se dice que ha podido arrastrar 251 vagones del tipo «góndola» ó con bordes, completamente cargados, formando un tren que pesaba 35.284.000 libras, á la velocidad de 15 millas por hora. Es del tipo «Triplex Compound», que combina tres máquinas completas en una sola locomotora.

En la actualidad están prestando servicio en los Estados Unidos unas 64.000 locomotoras, de las cuales 14.000 son para trenes de pasajeros, 38.000 para los de carga, y el resto, para usos diversos no clasificados.

(De la Gaceta de los Caminos de Hierro.)

Acerca de las magnitudes electromagnéticas

por

M. ASCOLI

(CONCLUSIÓN) (1)

Ecuaciones de ELECTROMAGNETISMO.—Veamos ahora la forma que tomarán las distintas ecuaciones de electromagnetismo cuando se conserven en ellas los coeficientes ϵ y μ y la constante λ .

Estas ecuaciones serán generales en el mayor grado; serán, además, valederas para todos los sistemas de unidades que se pueda adoptar.

No es posible desarrollar completamente tal proposición en este artículo, pues intentar hacerlo sería escribir un tratado sobre electromagnetismo. Contentémonos, pues, con un resumen y omitamos las deducciones que podrían hacerse según procedimientos muy conocidos.

Nos es lícito adoptar las siguientes ecuaciones, en sustitución de las cuatro fundamentales (D):

$$\begin{aligned} (1) \text{ Fuerza} & \dots\dots\dots f = \frac{1}{\epsilon} \frac{Q^2}{l^2} \\ (2) \text{ Fuerza} & \dots\dots\dots f = \frac{1}{\mu} \frac{m^2}{l^2} \\ (3) \text{ Trabajo} & \dots\dots\dots W = \frac{4\pi}{\lambda} mI \\ (4) \text{ Velocidad} & \dots\dots\dots u = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}}{\lambda} \end{aligned}$$

de las que á título de definiciones se derivan directamente las siguientes:

$$\begin{aligned} (5) \text{ Campo eléctrico} & \dots\dots\dots F = \frac{f}{Q} \left(= \frac{1}{\epsilon} \frac{Q}{l^2} \right) \\ (6) \text{ Campo magnético} & \dots\dots\dots H = \frac{f}{m} \left(= \frac{1}{\mu} \frac{m}{l^2} \right) \\ (7) \text{ Potencial eléctrico} & \dots\dots\dots V_e = Fl \\ (8) \text{ Potencial magnético} & \dots\dots\dots V_m = Hl \\ (9) \text{ Flujo del vector } F & \dots\dots\dots \Phi_f = \frac{4\pi}{\epsilon} Q \end{aligned}$$

(1) Véase el número anterior.

$$\begin{aligned} (10) \text{ Flujo del vector } H & \dots\dots\dots \Phi_h = \frac{4\pi}{\epsilon} m \\ (11) \text{ Desplazamiento eléctrico} & \dots\dots\dots D = \epsilon F \\ (12) \text{ Inducción magnética} & \dots\dots\dots B = \mu H \\ (13) \text{ Flujo del vector } D & \dots\dots\dots \Phi_d = 4\pi m \\ (14) \text{ Flujo de inducción magnética} & \dots\dots\dots \Phi = 4\pi m \\ (15) \text{ Momento magnético} & \dots\dots\dots ml \\ (16) \text{ Intensidad magnética ó número de la} \\ & \text{unidad de volumen} \dots\dots\dots J = \frac{m}{l^3} \\ (17) \text{ Potencia de una lámina magnética} & \dots\dots\dots P = \mathcal{H} = \frac{m}{l} \\ (18) \text{ Capacidad electrostática} & \dots\dots\dots C = \epsilon l \end{aligned}$$

En estas ecuaciones, l significa una longitud ó una expresión que tiene las dimensiones de una longitud; por consiguiente, puede ser medida con unidades de longitud.

El potencial magnético de una lámina de potencia P , deducido de la expresión general

$$V_m = \frac{1}{\mu} \int \frac{dm}{r}$$

toma la forma:

$$(19) \quad V_m = \frac{1}{\mu} P \omega$$

donde ω , ángulo sólido, es un número abstracto.

La energía de potencial de una lámina en un campo magnético, debido á un sistema electromagnético cualquiera, deducido de la expresión general

$$W = \int V_m dm'$$

toma la forma:

$$(20) \quad W = P \Phi_h$$

en donde Φ_h es el flujo del vector H , que proviene del campo y atraviesa la lámina. Si se quisiera introducir el flujo de inducción Φ unido al contorno de la lámina, la expresión (20) se convertiría:

$$(21) \quad W = P \frac{\Phi}{\mu}$$

En el caso en que el flujo provenga de una segunda lámina P' , su expresión se deduce de la del potencial

$$V_m = \frac{\lambda}{\mu} P' \omega$$

y del campo normal en la primera lámina

$$H_n = - \frac{\lambda}{\mu} P' \frac{d\omega}{dn}$$

El flujo es:

$$\int H_n dS = - \frac{\lambda}{\mu} P' \int \frac{d\omega}{dn} dS$$

donde la integral tiene dimensiones de una línea; se puede, pues, sentar:

$$\Phi_h = \frac{\lambda}{\mu} P' l$$

y la ecuación (20) se convierte entonces:

$$(22) \quad W = \frac{l}{\mu} P P'$$

La longitud l es la longitud que se expresa por medio de la integral doble:

$$\iint \frac{\cos \epsilon}{r} ds ds' = l \quad (d)$$

á la que se ha dado el nombre de coeficiente de inducción, bastante impropriamente por cierto, bien que pueda servir de ella para calcular este coeficiente. En todo caso, esta integral difiere del coeficiente por el que es preciso multiplicar el producto PP' de las dos potencia para obtener la energía recíproca.

Inductancia.—Pasemos ahora al principio de la equivalencia entre láminas eléctricas y recordemos que este principio establece la identidad del campo magnético de una lámina sencilla y el de una corriente de intensidad determinada que recorre el contorno.

En la ecuación (19) del pontencial de la lámina, entran como factores, ω que es simplemente numérico y un factor que no es solamente la potencia P , sino que contiene, además, el coeficiente $\frac{\lambda}{\mu}$ que se refiere al medio. La ley de la equivalencia establece también la proporcionalidad entre la potencia de la lámina y la intensidad de la corriente, la cual, en todos los puntos del espacio anterior, posee el mismo potencial. El coeficiente de proporcionalidad dependerá de μ , así como de una constante de carácter electromagnético que es la que acabamos de designar por λ en la ecuación (3) y cuyo valor precisamente puede deducirse del principio de la equivalencia. Esto es lo que expresa la ecuación

$$(23) \quad \frac{P}{\mu} = \frac{I}{\lambda}$$

la que debe ser sustituida en la ecuación incompleta y heterogénea $I = P$, que tan frecuentemente se emplea sin reservas.

La ecuación (19) da inmediatamente el potencial de la corriente I , equivalente á la lámina de potencia P :

$$(24) \quad V_m = \frac{I}{\lambda} \omega$$

La ecuación (21) da la energía de una corriente en un campo de inducción magnética:

$$(25) \quad W = \frac{I}{\lambda} \Phi$$

La ecuación (22), por el contrario, da la energía recíproca de dos corrientes I, I' , equivalentes á las dos láminas P, P' :

$$(26) \quad \begin{aligned} P &= \frac{\mu}{\lambda} I & P' &= \frac{\mu}{\lambda} I' \\ W &= \frac{\mu l}{\lambda} II' \end{aligned}$$

Comparada esta ecuación con la (25), indica que el flujo que proviene de la corriente I se expresa en esta forma:

$$(27) \quad \Phi = \frac{\mu l}{\lambda} I'$$

Según la ecuación (25), la fuerza electromotriz inducida por las variaciones del flujo de inducción Φ es:

$$(28) \quad E = \frac{\lambda}{\mu} \frac{d\Phi}{dt}$$

Las tres relaciones (26), (27) y (28) se substituyen á las que generalmente sirven para definir la inductancia, mediante las convenciones ordinarias ($\lambda = 1$), las tres definiciones coinciden; no sucede esto cuando las expresiones son completas.

Según la ecuación (26), la inductancia definiría un coeficiente por el que sería preciso multiplicar el producto de las dos co-

rrientes para obtener la energía recíproca; este coeficiente se expresa por:

$$(29) \quad \mathfrak{N} = \frac{\mu}{\lambda^2} l$$

donde l es conocido por la ecuación (d). Según la ecuación (28), la inductancia se define: el coeficiente por el que es preciso multiplicar la derivada $\frac{dI'}{dt}$ para obtener la fuerza electromotriz inducida. Este coeficiente coincide con el que da la ecuación (30). Pero si se quiere deducir el coeficiente de autoinducción como el flujo de inducción magnética ligado al circuito recorrido por la unidad de corriente, se obtiene entonces una definición que no coincide generalmente con las dos precedentes:

$$\mathcal{L} = \frac{\mu}{\lambda} l$$

á menos que no se haga á $\lambda = 1$. Se preferirá, evidentemente, la primera definición, basada sobre el fenómeno de la inducción electromagnética al que se refieren estos coeficientes.

Se hará, sin embargo, coincidir estas tres definiciones si en vez de considerar el vector $\frac{B}{\lambda}$ que se podría llamar *inducción electromagnética*.

El flujo de este vector sería:

$$\frac{\Phi}{\lambda} = \Phi' = \frac{\mu l}{\lambda^2} I'$$

que reemplazaría la ecuación (27).

La ecuación (28) se reemplazaría por:

$$E = - \frac{d\Phi'}{dt} = - \frac{\mu l}{\lambda^2} I'$$

En esta forma la inductancia se definiría también como el flujo de *inducción electromagnética*, ligado á un circuito recorrido por la unidad de corriente.

ECUACIONES DE MAXWELL.—La ecuación de la circulación aplicada á la corriente de desplazamiento es:

$$\frac{4\pi}{\lambda} \int \frac{dD}{dt} ds = \int H ds$$

ó bien

$$\frac{\epsilon}{\lambda} \int \frac{dF_n}{dt} dS = \int H_s ds;$$

la de la inducción

$$E = \frac{1}{\lambda} \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{\mu}{\lambda} \int \frac{dH_n}{dt} dS$$

ó bien

$$- \frac{\mu}{\lambda} \int \frac{dD_n}{dt} dS = \int F_s ds \quad (b)$$

que dan inmediatamente las ecuaciones del campo electromagnético de Maxwell; las que aplicadas al caso de un campo magnético perpendicular en todos puntos á una dirección y constantemente uniforme en los planos perpendiculares á esta última, conducen á la ecuación:

$$\frac{\mu}{\lambda} \frac{d^2 H}{dt^2} = \frac{\lambda}{\epsilon} \frac{d^2 H}{dx^2}$$

ó bien

$$\frac{d^2 H}{dt^2} = \frac{\lambda^2 d^2 H}{\mu \epsilon dx^2}$$

que es la ecuación de propagación de una onda plana en la dirección x y animada de una velocidad $\frac{\lambda}{\mu \epsilon}$. Se llega á ella sin que sea necesario, como de ordinario ocurre, introducir ningún coeficiente que dependa de las unidades.

De todo esto, resulta claramente que la complicación despreciable que proviene de la conservación de los coeficientes en la redacción de las fórmulas completas, se compensa con exceso con una gran simplificación en el razonamiento y en las deducciones, así como suprime en absoluto toda posibilidad de equivocaciones ó de falsas interpretaciones.

Coefficiente λ . Sistema $[\mu, \text{kg. m. s.}]$.—Terminemos estas consideraciones reuniendo las ecuaciones de las dimensiones en que hayamos dejado en evidencia el coeficiente λ , para algunas de las magnitudes más importantes:

$$\left. \begin{aligned} [Q] &= \left[\lambda^{\frac{1}{2}} \mu^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} \right] \\ [I] &= \left[\lambda^{\frac{1}{2}} \mu^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1} \right] \\ [H] &= \left[\mu^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1} \right] \\ [B] &= \left[\mu^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} T^{-1} \right] \\ [\Phi] &= \left[\lambda^{\frac{1}{2}} \mu^{\frac{1}{2}} M^{\frac{3}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1} \right] \\ [E] &= \left[\lambda^{-\frac{1}{2}} \mu^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2} \right] \\ [R] &= \left[\lambda^{-2} \mu L T^{-1} \right] \\ [L] &= \left[\lambda^{-2} \mu L \right] \\ [C] &= \left[\lambda^2 \mu^{-1} L^{-1} T^2 \right] \end{aligned} \right\} \quad (E)$$

Estas ecuaciones que contienen también á λ permiten, aun considerándole como un número abstracto, ver cómo varían los valores numéricos de las magnitudes y de sus unidades de medida con las variaciones del valor numérico del coeficiente λ . Pueden servir, por ejemplo, para determinar el valor que sería preciso atribuir á λ para hallar los valores de unidades de masa y de longitud, tales, que las unidades de magnitudes eléctricas que de ello resultasen, fueran las del sistema práctico.

El sistema práctico es un sistema absoluto que tiene por unidades de longitud y de masa 10^9 centímetros y 10^{-11} gramos. Se sabe que en sistema que se adopta el metro y el kilogramo por unidades de longitud y de masa, ó 10^2 centímetros y 10^3 gramos, la unidad de energía ó de potencia es el julio y el vatio (y aún más: la misma unidad de potencia y energía se obtiene, generalmente, con todos los sistemas en que las unidades de longitud y de masa son múltiplos del centímetro y del gramo, con potencia α y β de 10, tales como $2\alpha + \beta = 7$).

Ahora bien, la relación entre las unidades prácticas y el sistema c. g. s. son:

$$\begin{aligned} 10^{-1} &= 10^{-\frac{11}{21} + \frac{9}{2}} && \text{para } Q \text{ é } I \\ 10^{+8} &= 10^{-\frac{11}{2} + \frac{27}{2}} && \text{para } R \\ 10^9 &= 10^9 && \text{para } R \\ 10^9 &= 10^9 && \text{para } L \\ 10^{-9} &= 10^{-9} && \text{para } C \end{aligned}$$

Si las unidades prácticas derivan del sistema kilogramos y metros y no del de gramos y centímetros, la relación entre las unidades de masa se convierte en 10^{-14} en vez de 10^{-11} , y la relación entre las unidades de longitud, 10^7 en vez de 10^9 . Por consiguiente, las relaciones entre las unidades se convierten en:

$$\begin{aligned} 10^{-\frac{41}{2} + \frac{7}{2}} &= 10^{-\frac{7}{2}} && \text{para } Q \text{ é } I \\ 10^{-\frac{14}{2} + \frac{71}{2}} &= 10^{-\frac{7}{2}} && \text{para } E \\ 10^7 &&& \text{para } R \\ 10^7 &&& \text{para } L \\ 10^{-7} &&& \text{para } C \end{aligned}$$

Ahora bien, las ecuaciones (E) demuestran que los exponentes de λ en las dimensiones de estas magnitudes son $+1 -1 -2 -2 +2$; por consiguiente, las magnitudes de las unidades serán las mismas en el sistema μ m. kg. s. que en el sistema práctico si se tiene cuidado de elegir para λ el valor numérico

$$\lambda = \lambda O^{\frac{7}{2}} = 3.162$$

conservando siempre para el espacio vacío $\mu = 1$, lo que da por resultado no alterar los valores de la permeabilidad del sistema práctico. Igualmente, la fuerza electromotriz inducida $\frac{1}{\lambda} \frac{d\Phi}{dt}$ se halla expresada en voltios; por el contrario, la tercera definición de la inductancia no coincide con las otras; es 3.162 veces menor.

Podemos, pues, afirmar que el ohmio, el culombio, el amperio, el voltio, el faradio y la permeabilidad del espacio vacío, son unidades de un sistema electromagnético absoluto μ m. kg. s., mientras que se dé á λ el valor numérico 3.162.

Hemos hablado de este sistema con el fin de exponer la utilidad de conservar en las ecuaciones el coeficiente λ . Añadamos únicamente que este sistema μ m. kg. s. está fundado sobre los mismos principios y sobre las mismas posiciones que el sistema μ cg. s., y no difiere más que en la atribución á λ de otro valor numérico que no sea la unidad.

En algunas importantes notas publicadas por Giorgi en 1901 á 1903 (*), propone y desarrolla un sistema por medio del cual alcanzaba lo que se ha llamado la *racionalización*; adoptaba además como unidades fundamentales arbitrarias, el metro, el kilogramo, el segundo y el amperio internacional (ó cualquier otra de las unidades de Chicago).

La permeabilidad magnética del éter no se adopta ya como unidad; adquiere el valor $4\pi 10^{-7}$ (donde, sin embargo, 4π se entiende tomado como un número que coincide con 4π en la misma medida de aproximación, como las unidades internacionales coinciden con las unidades teóricas). Gracias á este sistema es lícito suprimir el factor 4π en varias fórmulas de electromagnetismo, donde sin ofrecer su presencia nada de irracional, es inútil y puede considerarse como estorbo. El inconveniente de este sistema es que da á las permeabilidades valores muy incómodos; Giorgi propone remediarlo sustituyendo el término inductivo magnético al de permeabilidad que reserva para la relación entre la acción inductiva de una sustancia y la del éter; este procedimiento hace de la permeabilidad un número abstracto.

El sistema que acabamos de desarrollar, que no tiene ninguna necesidad de esta complicación, demuestra que existen otros medios de alcanzar el objeto y de introducir las unidades, metros y kilogramos, sin alterar las unidades prácticas principales.

(*) Véase «Atti», de la A. E. I., 1901, 1902 y 1903.

Resumen.

Las consideraciones que hemos expuesto tienen por objeto disipar ciertas dudas y señalar algunos errores que resultan del método generalmente adoptado para definir las magnitudes de electromagnetismo, así como las unidades y las dimensiones de estas magnitudes con relación á las magnitudes fundamentales.

El medio más sencillo de alcanzar este fin es no arriesgar ninguna hipótesis arbitraria especial sobre la naturaleza de las magnitudes, y al mismo tiempo poner siempre en evidencia en las fórmulas todos los coeficientes que permiten las leyes generales; solamente así es como se llega á las relaciones que expresan las leyes y dan origen á definiciones completamente independientes del sistema de unidades de medida, cuya elección queda, por consiguiente, completamente libre.

No es haciendo hipótesis especiales respecto á las magnitudes como se establece los distintos sistemas, sino eligiendo como magnitudes fundamentales magnitudes de naturaleza diversa. Las dimensiones de las distintas magnitudes deben estar expresadas en función de *todas* las magnitudes fundamentales que las leyes físicas conocidas obligan á considerar como muy necesarias en la definición de las derivadas.

En esta forma permanecen iguales las dimensiones de una magnitud, cualquiera que sea el sistema de unidades adoptado para medirla.

Por el contrario, y con relación á cada unidad fundamental particular, pueden las dimensiones aparecer distintas en dos sistemas diferentes, si estos dos sistemas contienen una ó varias magnitudes fundamentales de naturaleza distinta.

Por esto es por lo que la relación entre las dimensiones de una misma magnitud, en sistemas distintos, se expresa siempre por medio de un número sin dimensiones, este estado, da de hecho lugar á las relaciones especiales que existen entre las magnitudes de naturaleza física distinta, tomadas como magnitudes fundamentales en los distintos sistemas que expresan las leyes físicas.

No se puede juzgar de la homogeneidad de varias magnitudes, más que por el examen de las ecuaciones *completas* y de este examen deducir si es posible ó no medirlas con la misma unidad de medida ó si es oportuno dar el mismo nombre á las unidades que se emplea para medirlas.

Conservar en las ecuaciones *todas* las magnitudes fundamentales no altera, de modo alguno, ni el valor de las unidades definidas, ni los valores numéricos de las magnitudes medidas; esto permite únicamente emitir un juicio respecto á la homogeneidad.

Es erróneo afirmar que en el sistema electromagnético el campo magnético y la inducción magnética son magnitudes que se puedan medir con la misma unidad; errónea es también la pretensión de que la naturaleza de ambas dimensiones sea distinta y, por consiguiente, querer establecer dos nombres diferentes para las unidades que les corresponden, equivale á querer modificar los principios establecidos referentes á las medidas eléctricas ó los sistemas de unidades actualmente reconocidos.

Bien por el contrario, lo que se trata es de evitar la confusión entre las ecuaciones simplemente numéricas y las ecuaciones de homogeneidad; lo que se ha intentado es poner de manifiesto hasta qué punto estas apreciaciones erróneas dependen precisamente de la costumbre tomada de considerar las ecuaciones de dimensión incompletas (pero solamente en *MLT*).

H.

**EL RIEGO EN ITALIA**

POR EL

INGENIERO LUIS LUIGGI

(CONTINUACIÓN) (1)

f) *Aqua derivada de ríos.*—Estos precios son aceptables en regiones semiáridas, como las Apulias, Calabria, Sicilia y Cerdeña, donde tres ó cuatro riegos desde mediados de Marzo á mediados de Mayo, cuando las plantas están en pleno crecimiento pueden salvar la cosecha y compensar con creces los gastos originados por el agua. Además, se asegura así una segunda cosecha de maíz, papas, melones, etc.

Sin embargo, dichos precios son todavía demasiado altos para los riegos ordinarios de praderas, los cuales representan el cultivo más generalizado en la Lombardía y el Piamonte.

Por otra parte, para el riego de grandes extensiones de tierra la cantidad de agua que puede ser embalsada en un lago artificial es relativamente demasiado pequeña, y el caudal derivado puede variar desde pocos metros cúbicos hasta 20 metros cúbicos por segundo, en la zona del Tirso, 44 metros cúbicos por segundo en la del Fortore. Pero estos dos casos son verdaderamente excepcionales.

En consecuencia, cuando es necesario conseguir más grandes cantidades de agua, á precios lo más bajos y es posible derivarlas de ríos, estas derivaciones son las más convenientes.

Tales son las efectuadas en algunos ríos alimentados por lagos naturales, como el Ticino, Adda, Oglio y Mincio, cuyas aguas son, relativamente, algo cálidas; ó en ríos alimentados por ventisqueros, verdaderos lagos de hielo, como el Tánaro, Pó (hasta Turín), Dora, Sesia, Orco, Adige y muchos otros, cuyas aguas resultan algo frías, y, por consiguiente, menos eficientes que las primeras, provistas por los lagos.

Las obras que se requieren para efectuar una derivación son, en general:

- a) Un dique sumergible, sólido, de buena mampostería á través del río, capaz de represar las aguas á un nivel que domine la zona por regar.
- b) El edificio de toma, bocacaz, provisto de suficientes compuertas, las que llegan á 20 en el canal Villaresi.
- c) El desarenador, que consiste en una ó más compuertas, adyacentes á las de la toma, dispuestas de tal manera que provoquen una fuerte corriente frente y paralelamente á las mismas, para librar la toma de todos los materiales de acarreo, que tienen tendencia á depositarse delante de las compuertas, y evitar que entren en el canal.

En la toma empieza el canal principal de derivación que sigue con una pendiente variable de 0,15 á 0,50 metros por 1.000, según la sección y el volumen de agua del canal, de manera que la velocidad no resulte inferior á 0,50 metros por segundo para evitar depósitos, y no mayor de 0,70 metros en los canales excavados en tierra ordinaria, para evitar corrosiones. Para velocidades mayores es necesario proteger el canal con revestimientos. En los acueductos, sifones y obras de arte, la velocidad adoptada es de 1,20 á 2 metros, y en casos excepcionales, de 3 metros por segundo; pero entonces la mampostería debe ser asentada con mortero cementicio.

El canal principal está provisto de las correspondientes obras

(1) Véase el núm. 2136.