

REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS

PUBLICACION TECNICA DEL CUERPO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

DIRECTOR

D. MANUEL MALUQUER Y SALVADOR

COLABORADORES

LOS INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

SE PUBLICA LOS JUEVES

Dirección y Administración: Plaza de Oriente, 6, primero derecha.

PERFECCIONAMIENTO DE LA LOCOMOTORA NORTEAMERICANA

De las locomotoras construídas en los Estados Unidos durante el año 1916, más de una tercera parte fué para países extranjeros. La producción total llegó á ser de 4.075 máquinas, de las cuales 2.708 se destinaron á servicios nacionales y 1.367 para su envío á otras naciones. Los pedidos de exportación procedieron de casi todas las partes del mundo. Y la demanda extranjera sigue aumentando, como lo prueba el hecho de que en el citado año se aceptaron órdenes para más de 2.000 locomotoras, lo que representa probablemente un 40 por 100 de todas las recibidas, tanto para ferrocarriles norteamericanos como para los de otras naciones.

Hasta 1916, con excepción de las locomotoras suministradas á Rusia, las máquinas producidas en aquellos talleres se construyeron generalmente según diseños extranjeros, y por ello merece hacerse notar que durante los últimos meses del pasado año se han recibido pedidos de locomotoras de modelo norteamericano para Francia, España é Italia.

Los precios de las locomotoras no han tenido un aumento tan marcado como los de vagones y coches; pero calculándolo por lo bajo el costo de las locomotoras encargadas el año último, viene á ser mayor entre 5.000 y 20.000 dólares por máquina que el de las similares construídas durante 1914, de lo que resulta que el promedio del aumento en dicho período ha sido por lo menos de un 50 por 100. Según declaraciones recientes que hizo públicas uno de estos ferrocarriles, las locomotoras tipo «Mikado» que adquirió en 1914, costaron á razón de 20.300 dólares una, mientras que las compradas en 1916 lo fueron á 33.900 por máquina. Una comparación por el estilo de las locomotoras tipo «Mallet», descubre un aumento que oscila entre 32.300 y 51.500 dólares para cada una. En ambos casos, las locomotoras encargadas durante dichos años pueden compararse perfectamente, pues eran de idéntico diseño y peso total, y fueron construídas por el mismo taller.

Si bien se ha observado un aumento en el número de locomotoras «Mikado» ha sido en realidad tan pequeño, comparado con el que se notó en el total de las locomotoras encargadas, que denota que este modelo está decayendo, mientras que el «Santa Fe» viene prefiriéndose cada vez más en los servicios de mercancías de gran peso.

Las primeras locomotoras construídas del tipo «Mountain» fueron puestas en servicio en 1911, con objeto de facilitar el

arrastres de trenes de pasajeros en trayectos montañosos de gran pendiente, sin necesidad de emplear dos máquinas. Y salvo en el caso de 1912, en cada año de los sucesivos se encargó cierto número de esas locomotoras hasta llegar á ser de 47 las que se tenían pedidas hasta principios del año 1916. Que ese tipo se va abriendo camino lo demuestra el montante de las órdenes recibidas durante el año pasado, que asciende á unas 180 máquinas, entre las que se dedican á servicio rápido de carga y las destinadas á trenes de pasajeros.

Pocas han sido las locomotoras del tipo «Pacific» que se han construído con peso total, excediendo 300.000 libras y esfuerzo tractor mayor de 40.000.

Esas máquinas, con un promedio de carga sobre los ejes tan elevados como de 68.000 libras y fuerza tractora muy cerca de 50.000 libras, se consideran como el máximo de peso y potencia tractora á que se puede llegar con el modelo «Pacific».

El promedio de peso de la locomotora tipo «Mountain», actualmente en uso ó en construcción, pasa de 330.000 libras, y que será posible aumentar la capacidad de arrastre con esas máquinas lo indica el hecho de haber sido fabricadas para desarrollar una fuerza tractora que llega á 57.000 libras, con un promedio de carga en los ejes ligeramente inferior á 60.000 libras.

La locomotora «Mallet» va ganando popularidad, como lo prueba el aumento de casi 100 máquinas en el número de las encargadas durante 1916 sobre el que se pidió en 1915. Del total registrado, una buena proporción se debía á Empresas que vienen usando con éxito ese tipo de máquina en sus redes férreas.

De las locomotoras encargadas durante el pasado año hubo un 80 por 100 provisto de recalentadores y un 70 por 100 que llevó bóvedas en los hogares. La tendencia al aumento del grado de recalentamiento ha sido muy marcada en los últimos meses de 1916, notándose que muchas de las máquinas pedidas entonces requerían mayor número de unidades que el proporcionado á las similares que se fabricaron en los dos años precedentes.

La historia del progreso de la locomotora norteamericana data de 1830. Se cree que fué Peter Cooper el que proyectó la primera máquina en los Estados Unidos. Era sumamente pequeña, pues no pesaba más de una tonelada, y sólo funcionó una ó dos veces en dicho año, únicamente para exhibiciones en la línea del ferrocarril Baltimore & Ohio.

Poco después se completó en una fundición del Estado de Nueva York, la que se considera como la primera locomotora de construcción norteamericana para transporte de pasajeros puesta en activo servicio.

Esta máquina, que hizo su primer viaje en Agosto de 1831,

obtuvo gran fama por desarrollar la entonces extraordinaria velocidad de 40 millas por hora.

En aquel mismo año fué construída, para exhibirla, una locomotora en miniatura que proyectó Matthias W. Baldwin, y funcionaba sobre una vía hecha con tabloncillos de pino cubiertos con chapa de hierro. Este modelo resultó un gran éxito y atrajo considerable atención entre el público. Arrastraba dos pequeños vagones en los que había asientos para cuatro pasajeros; podía quemar carbón de piedra ó vegetal y aprovechaba el vapor agotado para aumentar el tiro.

Al éxito de este modelo se debió en gran parte el que Mr. Baldwin recibiera en dicho año un pedido de una locomotora para el ferrocarril Philadelphia, Germantown & Norristown, que pensaba usarla en su línea de 6 millas á Germantown. Aquellos eran los tiempos en que el proyectista de locomotoras tenía que desplegar verdadera inventiva, ya que nada había que pudiera servirle de precedente para guiarlo en su obra. Mucha ayuda derivó de una locomotora inglesa, fabricada para el ferrocarril Camden & Amboy, que había sido almacenada en un cobertizo de Bordentown, N. J. La máquina estaba aún sin armar, y de la inspección de sus distintas piezas obtuvo Mr. Baldwin una idea de cómo proceder en el trabajo que se le había encomendado. Resultado de ello fué la primera locomotora verdad construída por mister Baldwin y que se conoció con el nombre de Old Ironsides; la máquina se terminó y puso á prueba en 23 de Noviembre de 1832. Aunque se le notaron algunos defectos, puede considerársela como un éxito, si se toman en cuenta las dificultades que hubo que vencer en su diseño y construcción. La locomotora tenía cuatro ruedas, de las que solamente las posteriores eran ruedas motrices y medían 54 pulgadas de diámetro. El cilindro era de 9,5 por 18 pulgadas, y el peso de la máquina, lista para ser usada, se asegura pasaba de cinco toneladas. El tender iba apoyado en cuatro ruedas, siendo, naturalmente, de tamaño diminuto.

En el año siguiente construyó Mr. Baldwin otra máquina en la que introdujo un número de mejoras, siendo de tan buen diseño, que se vió reproducido en la mayoría de las locomotoras fabricadas durante los ocho ó nueve años siguientes. Estas máquinas iban sostenidas por seis ruedas, una bogia delantera de cuatro y un solo par de ruedas motrices, el cual iba colocado detrás del hogar. El acoplamiento era interior, el eje impulsor yendo dispuesto con lo que se conocía como semicigüeñal, es decir, que la clavija del cigüeñal iba insertada directamente en uno de los rayos, y la rueda hacía, de ese modo, de brazo exterior del cigüeñal. Esto permitía colocar los cilindros con una separación mayor de la que hubiese sido posible de emplear cigüeñales interiores del modelo ordinario. Además, hacía posible situar las bielas entre las ruedas y los lados del hogar, el cual, en este tipo de locomotora, se hallaba delante del eje motor. El hogar era de forma circular y llevaba superpuesto un domo del tipo de almiar ó Bury.

Allá por los principios de la década de 1840-50 se observó que era imperioso disponer de locomotoras con mayor fuerza de arrastre que la obtenida hasta entonces con un solo par de ruedas motrices. Esto dió origen á que en 1842 se introdujera una forma de bogia articulada, que tenía tres pares de ruedas, todas ellas acopladas. El primero y segundo par de ruedas iban colocados en bastidores vibratorios, dispuestos de tal modo, que los ejes quedaban siempre paralelos unos á otros, pero permitiéndoseles cierto límite de desplazamiento lateral. Las bielas de acoplamiento iban provistas de cojinetes cilíndricos, con el objeto de que se adaptasen al desplazamiento lateral de las ruedas cuando la locomotora siguiera una curva. Este tipo de máquina, con su am-

plia separación entre los ejes orientables y excelente distribución del peso, fué hallada de gran servicio en las vías ligeras, desiguales y abundando en curvas que caracterizaban los ferrocarriles de aquella época.

La mayoría de las locomotoras construídas en los años de 1840-50 fueron de ese modelo, mas en la década siguiente disminuyó su demanda, viéndose generalmente reemplazadas por máquinas que tenían dos ó tres pares de ruedas motrices acopladas y una bogia delantera de cuatro ruedas. La primera locomotora de ocho ruedas ó del tipo «American» (dos pares de ruedas motrices y una bogia delantera de cuatro ruedas) se construyó para el ferrocarril «South Carolina» en 1845.

Por aquel tiempo se empezó á estudiar detenidamente el problema de la distribución del vapor en los cilindros, y fué durante 1845 cuando empezaron á usarse en las locomotoras para trenes de pasajeros válvulas separadas de admisión, destinadas á interrumpir el paso del vapor á la mitad de la carrera. También se tomó en consideración el consumo de combustible y muchos fueron los aparatos inventados con objeto de mejorar la combustión del carbón bituminoso. El uso del acero en la construcción de locomotoras fué discutido entonces y debe hacerse notar que los hogares hechos de ese metal se usaron por primera vez en 1861, y en 1862 las llantas. En la construcción de locomotoras se originó un sistema que incluía el empleo de patrones y calibres, gracias al cual las partes similares de máquinas de la misma serie resultaban permutables. Esto representó un gran adelanto y vino á simplificar el problema de la reparación de locomotoras, ya que se hacía posible obtener piezas de repuesto que ajustaban perfectamente, para cualquier locomotora construída por ese sistema.

Durante este período no se registraron innovaciones notables en el proyecto y construcción de locomotoras, aunque pudo observarse un aumento progresivo del peso y fuerza tractora sobre los tipos precedentes. El modelo de ocho ruedas ó «American» (disposición de ruedas 4-4-0), era casi universalmente usado para servicio de pasajeros y en bastante escala para el de mercancías: los tipos «Mogul» (2-6-0) y de diez ruedas (4-6-0) se empleaban mucho, principalmente para trenes de carga, mientras que el «Consolidation» (2-8-0) empezaba á generalizarse para arrastres de gran peso en trayectos empinados. Fué en ese período cuando se exportaron locomotoras norteamericanas por primera vez á Australia, Nueva Zelanda y Rusia.

El aumento de peso que se venía dando á los trenes y las mayores velocidades á que se movían, presentó á estos Ingenieros proyectistas el problema de cómo obtener mayor cantidad de vapor en proporción á la adhesión ó peso concentrado sobre las ruedas motrices. En la Exposición Internacional celebrada en Chicago en 1893, se exhibió una locomotora de gran velocidad, la «Columbia», que fué el primer paso dado para lograr dicho objeto. Aquella máquina tenía dos pares de ruedas acopladas, una bogia delantera de dos ruedas y un solo par de ruedas traseras. El hogar fué colocado detrás del eje motor posterior y encima del eje de las ruedas traseras, en donde había sitio disponible para un hogar que tuviera gran tamaño y amplia superficie de parrilla. En 1895 se llevó esta idea aún más lejos en el tipo «Atlantic», al cual se le colocó una bogia delantera de cuatro ruedas, en vez de la de dos que llevaba el «Columbia». Esas máquinas, proyectadas por William P. Henszey, fueron las precursoras de los varios modelos de gran potencia que se hallan prestando servicio actualmente en una buena parte del importante tráfico ferroviario de los Estados Unidos. Un perfeccionamiento natural del tipo «Atlantic» es el «Pacific», que tiene tres pares de ruedas motrices con una bogia delantera de cuatro ruedas y otra trasera de

dos, hallándose provisto de una gran caldera, cuyo hogar de mucha anchura y profundidad se colocó sobre las ruedas traseras. Se construyó este tipo de máquina para quemar lignito de clase pobre, y su caldera era de gran tamaño en proporción á la fuerza tractora desarrollada.

Otro modelo favorito es el «Mikado», que se denominó así porque las primeras locomotoras construídas de ese tipo fueron para la Japan Railway Company, en 1897. Resulta muy á propósito para servicio de carga de gran peso, pues tiene cuatro pares de ruedas motrices, con una bogia delantera de dos ruedas y otra posterior idéntica. Estas locomotoras japonesas llevaban un hogar muy grande para consumir carbón de clase muy inferior y obtuvieron extraordinario éxito. Hoy día pueden verse numerosas «Mikado» en casi todos los ferrocarriles norteamericanos de alguna importancia.

Los otros dos tipos son el «Mountain», parecido al «Mikado» con excepción de la bogia delantera que tiene cuatro ruedas; y el «Santa Fe», con cinco pares de ruedas acopladas, bogia delantera de dos ruedas y otra trasera de igual número. La primera máquina se emplea para trenes de pasajeros y los de mercancía á gran velocidad, y la última para los de carga de gran peso, á pequeña velocidad.

El uso de la bogia trasera no sólo ha venido á disminuir la proporción del peso total concentrado sobre las ruedas motrices, sino que ha hecho posibles las locomotoras de gran fuerza que tanto se emplean ahora en los ferrocarriles norteamericanos. Para poder obtener máquinas de mucha potencia lo más esencial es una capacidad grande para la producción de vapor. La introducción de la bogia trasera permite soportar el mayor peso que representa la caldera de gran tamaño y proporciona además sitio para un hogar de cabida tal que permita quemar económicamente las cantidades considerables de combustible que han de consumirse.

Hace algunos años se usaban mucho por los ferrocarriles norteamericanos locomotoras Compound, pero hoy día la construcción de esa clase se reduce casi exclusivamente á las «Mallet» de tipo articulado. La primera máquina «Mallet» fabricada en los Estados Unidos fué con carácter experimental, y se debió á la American Locomotive Company, poniéndola en servicio el ferrocarril Baltimore & Ohio en 1904. Sin embargo, la primera Empresa que se sirvió de ellas en gran escala fué la del Great Northern, que recibió cinco máquinas «Mallet» de los talleres Baldwin, en 1906. En aquel tiempo se las consideró como las mayores en existencia y tuvieron un gran éxito. El tipo «Mallet» se distingue por llevar dos grupos de ruedas motrices bajo una sola caldera. Los bastidores del grupo posterior van situados en alineamiento rígido con la caldera, mientras que los del grupo delantero quedan conectados con aquéllos por medio de una clavija á guisa de gozne. De este modo se obtiene suficiente flexibilidad para permitir el paso á la locomotora sobre curvas muy cerradas. Los cilindros están dispuestos según el sistema Compound, los del grupo posterior de ruedas funcionando á alta presión y los del delantero á baja presión. Así construída resulta ser una locomotora que desarrolla gran fuerza de tracción y es de reducido consumo de agua y de combustible. Las máquinas «Mallet» son excelentes para el remolque de trenes en parajes montañosos, habiendo sido construído un gran número de ellas para ese servicio, y también son consideradas muy útiles para trayectos á nivel, en donde el tráfico sea á velocidades relativamente pequeñas, pero que se efectúe en condiciones difíciles.

Un perfeccionamiento del tipo «Mallet» es la locomotora de triple articulación, en la cual el tender es movido á vapor, con lo que resulta aprovechable para adhesión un 90 por 100, aproximadamente, del peso total. Hay una de esas máquinas que se

apoya en 28 ruedas, de las que 24 son motrices divididas en tres grupos de á cuatro pares. Los cilindros de alta presión son los del grupo intermedio y los de los grupos anterior y posterior de baja presión.

Se asegura que cada locomotora de este tipo desarrolla una fuerza tractora tres veces más grande que la del «Mikado» ó del «Consolidation» que lleve el mismo peso sobre cada par de ruedas motrices.

Es una máquina en extremo adecuada para el remolque de trenes en pendientes muy pronunciadas, en donde los convoyes sean de gran peso y se muevan á una velocidad moderada.

La locomotora de gran tamaño se ha convertido ahora en una central de fuerza de impulsión propia, equipada con un sinnúmero de aparatos para el ahorro de trabajo y economía de combustible tan perfectos, que le permiten desarrollar cada caballo de vapor-hora con un consumo de combustible y de agua que se compara favorablemente con el requerido por igual cantidad de energía en instalaciones fijas. Entre esos aparatos figuran, en primer término, los recalentadores.

Su uso no se había generalizado en los Estados Unidos con anterioridad á los seis ó siete últimos años. Empleando vapor recalentado á una temperatura de 200° F. sobre el punto de saturación, se obtiene una economía en el consumo de carbón que, en condiciones favorables, nunca es menor del 25 por 100.

Esto equivale á un aumento en la capacidad de la locomotora, y por esa razón gran número de máquinas muy potentes que se habían construído para usar vapor saturado han sido reformadas y provistas de recalentadores.

Los aparatos adoptados para aumentar la capacidad de las locomotoras y su funcionamiento económico consisten en tipos perfeccionados de hogares, provistos de cámaras de combustión y de bóvedas, alimentadores mecánicos de combustible y puertas de hogares, sacudidores de parrillas y mecanismos de inversión accionados mecánicamente.

En la mayoría de los casos se construyen las locomotoras siguiendo estrictamente las condiciones exigidas por cada pedido; no se fabrican, como sucede con otros artículos, para formar un surtido que ofrecer en venta, con excepción, quizás, de las locomotoras ligeras que se destinan al servicio de contratistas de obras y para usos particulares.

Muchos ferrocarriles proyectan en sus oficinas técnicas el tipo de máquinas que necesitan, y el constructor se atiene á los dibujos y Memoria descriptiva que le suministran. Cuando se trata de locomotoras para la exportación, resulta con frecuencia necesario fabricarlas según diseños extranjeros, los cuales se diferencian radicalmente de los comunes en la construcción norteamericana. Esto fué lo ocurrido con 20 locomotoras para trenes de pasajeros, del modelo «De Glehn», fabricadas para el ferrocarril París-Orleans, en 1907, y con las 280 máquinas ligeras, del tipo «Pechot», que fueron construídas para el Gobierno francés, como pedido de urgencia, después del principio de la guerra europea.

Los elementos de que disponen los talleres norteamericanos de locomotoras, permitiéndoles garantizar entregas en corto plazo, han sido causa de que obtuvieran importantes pedidos del extranjero. Por ejemplo, en 16 de Diciembre de 1877 se recibió una orden de Rusia de 40 locomotoras «Mogul» de gran tamaño para las líneas de dos ferrocarriles. Todas esas máquinas habían de ser entregadas en el Imperio moscovita para el siguiente mes de Mayo, lo que significaba una construcción en extremo rápida. Pues bien; la primera locomotora quedó terminada y lista para su expedición cuatro semanas después de aceptarse el pedido, y la última se concluyó en 13 de Febrero de 1878. Durante los primeros meses de la presente guerra, el Gobierno francés pidió 20

locomotoras-ténder ligeras, del tipo seis acoplado, las cuales fueron proyectadas, construídas y embaladas para transporte marítimo en dieciséis días laborables. Otra orden del Gobierno ruso, que comprendía 250 grandes locomotoras del tipo «Decapod» para trenes de carga, fué recibida en 11 de Junio de 1915, y quedó cumplida al enviarse la última en 21 de Octubre del mismo año, con lo que resultó que el tiempo empleado en su construcción no pasó de diecinueve semanas.

La mayor locomotora que existe hoy en el mundo es, quizás, la usada por el ferrocarril Eric, que pesa 410 toneladas. Hasta ahora no se le ha exigido que trabajase al máximo de su potencia, pero se dice que ha podido arrastrar 251 vagones del tipo «góndola» ó con bordes, completamente cargados, formando un tren que pesaba 35.284.000 libras, á la velocidad de 15 millas por hora. Es del tipo «Triplex Compound», que combina tres máquinas completas en una sola locomotora.

En la actualidad están prestando servicio en los Estados Unidos unas 64.000 locomotoras, de las cuales 14.000 son para trenes de pasajeros, 38.000 para los de carga, y el resto, para usos diversos no clasificados.

(De la Gaceta de los Caminos de Hierro.)

Acerca de las magnitudes electromagnéticas

por

M. ASCOLI

(CONCLUSIÓN) (1)

Ecuaciones de ELECTROMAGNETISMO.—Veamos ahora la forma que tomarán las distintas ecuaciones de electromagnetismo cuando se conserven en ellas los coeficientes ϵ y μ y la constante λ .

Estas ecuaciones serán generales en el mayor grado; serán, además, valederas para todos los sistemas de unidades que se pueda adoptar.

No es posible desarrollar completamente tal proposición en este artículo, pues intentar hacerlo sería escribir un tratado sobre electromagnetismo. Contentémonos, pues, con un resumen y omitamos las deducciones que podrían hacerse según procedimientos muy conocidos.

Nos es lícito adoptar las siguientes ecuaciones, en sustitución de las cuatro fundamentales (D):

$$\begin{aligned} (1) \text{ Fuerza} & \dots\dots\dots f = \frac{1}{\epsilon} \frac{Q^2}{l^2} \\ (2) \text{ Fuerza} & \dots\dots\dots f = \frac{1}{\mu} \frac{m^2}{l^2} \\ (3) \text{ Trabajo} & \dots\dots\dots W = \frac{4\pi}{\lambda} mI \\ (4) \text{ Velocidad} & \dots\dots\dots u = \sqrt{\frac{\epsilon u}{\lambda}} \end{aligned}$$

de las que á título de definiciones se derivan directamente las siguientes:

$$\begin{aligned} (5) \text{ Campo eléctrico} & \dots\dots\dots F = \frac{f}{Q} \left(= \frac{1}{\epsilon} \frac{Q}{l^2} \right) \\ (6) \text{ Campo magnético} & \dots\dots\dots H = \frac{f}{m} \left(= \frac{1}{\mu} \frac{m}{l^2} \right) \\ (7) \text{ Potencial eléctrico} & \dots\dots\dots V_e = Fl \\ (8) \text{ Potencial magnético} & \dots\dots\dots V_m = Hl \\ (9) \text{ Flujo del vector } F & \dots\dots\dots \Phi_f = \frac{4\pi}{\epsilon} Q \end{aligned}$$

(1) Véase el número anterior.

$$\begin{aligned} (10) \text{ Flujo del vector } H & \dots\dots\dots \Phi_h = \frac{4\pi}{\epsilon} m \\ (11) \text{ Desplazamiento eléctrico} & \dots\dots\dots D = \epsilon F \\ (12) \text{ Inducción magnética} & \dots\dots\dots B = \mu H \\ (13) \text{ Flujo del vector } D & \dots\dots\dots \Phi_d = 4\pi m \\ (14) \text{ Flujo de inducción magnética} & \dots\dots\dots \Phi = 4\pi m \\ (15) \text{ Momento magnético} & \dots\dots\dots ml \\ (16) \text{ Intensidad magnética ó número de la} \\ & \text{unidad de volumen} \dots\dots\dots J = \frac{m}{l^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (17) \text{ Potencia de una lámina magnética} & \dots\dots\dots P = \mathcal{H} = \frac{m}{l} \\ (18) \text{ Capacidad electrostática} & \dots\dots\dots C = \epsilon l \end{aligned}$$

En estas ecuaciones, l significa una longitud ó una expresión que tiene las dimensiones de una longitud; por consiguiente, puede ser medida con unidades de longitud.

El potencial magnético de una lámina de potencia P , deducido de la expresión general

$$V_m = \frac{1}{\mu} \int \frac{dm}{r}$$

toma la forma:

$$(19) \quad V_m = \frac{1}{\mu} P \omega$$

donde ω , ángulo sólido, es un número abstracto.

La energía de potencial de una lámina en un campo magnético, debido á un sistema electromagnético cualquiera, deducido de la expresión general

$$W = \int V_m dm'$$

toma la forma:

$$(20) \quad W = P \Phi_h$$

en donde Φ_h es el flujo del vector H , que proviene del campo y atraviesa la lámina. Si se quisiera introducir el flujo de inducción Φ unido al contorno de la lámina, la expresión (20) se convertiría:

$$(21) \quad W = P \frac{\Phi}{\mu}$$

En el caso en que el flujo provenga de una segunda lámina P' , su expresión se deduce de la del potencial

$$V_m = \frac{\lambda}{\mu} P' \omega$$

y del campo normal en la primera lámina

$$H_n = - \frac{\lambda}{\mu} P' \frac{d\omega}{dn}$$

El flujo es:

$$\int H_n dS = - \frac{\lambda}{\mu} P' \int \frac{d\omega}{dn} dS$$

donde la integral tiene dimensiones de una línea; se puede, pues, sentar:

$$\Phi_h = \frac{\lambda}{\mu} P' l$$

y la ecuación (20) se convierte entonces:

$$(22) \quad W = \frac{l}{\mu} P P'$$