

REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS

PUBLICACION TECNICA DEL CUERPO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

DIRECTOR

D. MANUEL MALUQUER Y SALVADOR

COLABORADORES

LOS INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

SE PUBLICA LOS JUEVES

Dirección y Administración: Plaza de Oriente, 6, primero derecha.

LAS MATEMÁTICAS EN ESPAÑA DURANTE EL SIGLO XIX ⁽¹⁾

Discurso inaugural de la Sección 1.^a, Ciencias matemáticas, del Congreso de Valladolid, celebrado por la Asociación Española para el progreso de las Ciencias,

POR

D. JULIO REY PASTOR

(Catedrático de la Universidad de Madrid.)

SEÑORES:

La finalidad y el título de nuestra Asociación convidan á tratar en estos discursos del *progreso de las Ciencias* en sus relaciones con España. Pero ocurre preguntar: ¿Cuál es el objeto de esta Asociación? ¿Es el *progreso de España en las Ciencias*, ó es el *progreso de las Ciencias en España*?

No tengáis esta cuestión por baladí, considerando indiferente su esclarecimiento. Firmemente creo que en tal retruécano está contenido el problema de la política pedagógica que convenga seguir á nuestro país.

Enunciado de otro modo: ¿Podemos colaborar ya en la Ciencia universal, ó debemos todavía limitarnos á asimilarla? Ignoro si para las demás Ciencias puede darse ya una contestación fundada; para la Matemática es todavía prematura la cuestión, y resolverla exige conocer antes la posición exacta de España respecto de la cultura mundial en este orden de conocimientos.

Por su visión de este vital problema pueden ser clasificados en dos grupos los matemáticos españoles:

Primero. Los hombres modernos, es decir, amantes del progreso, que se han dado cuenta más ó menos aproximada de nuestra posición y desean vivamente su mejora.

Segundo. Los hombres que niegan la necesidad de este progreso, algunos de los cuales no son modernos, por desconocer la cultura matemática europea; otros, á pesar de conocer algo de ella por viajes, noticias ó lecturas; otros, que ni la conocen, ni lo son, ni lo serían aunque la conocieran.

(1) Creemos interesante para nuestros lectores la publicación de este notable discurso del ilustrado catedrático de la Universidad de Madrid señor Rey Pastor, acerca de la historia de la ciencia matemática en relación con nuestro país, en la cual figura en lugar preeminente la Escuela de nuestro Cuerpo.

Fácil es predecir la actitud del segundo grupo al oír pronunciar por centésima vez esta fatídica palabra: *revisión*. Amantes de la semioscuridad crepuscular, como los murciélagos, no toleran que un rayo de luz venga á iluminar la penumbra de su cómoda posición, obligándoles, quizás, á salir de ella.

Su estrategia defensiva dispone como armas de todos los tópicos conocidos. Nos hablarán del patriotismo—ellos que nada útil producen—creyendo, sin duda, que la Patria se engrandece con libros de texto y discursos vindicadores, compuestos de inexactitudes diluidas en retórica. Nos hablarán de las «tradiciones nacionales hondamente arraigadas, que es insensato destruir, haciendo tabla rasa del pasado», como si nosotros tuviéramos tradición en este género de estudios ó pudiera tener alguna influencia el factor geográfico en disciplina tan esencialmente internacional como es la Matemática. Nos hablarán del optimismo, sin tener en cuenta que los hechos presentes son realidades objetivas que sólo cabe conocer ó ignorar, pero no discutir; y que optimismo y pesimismo son posiciones que adopta el ánimo para conjeturar el porvenir.

Sólo nos dirigimos, pues, á los hombres del primer grupo, á los de espíritu moderno, es decir, amantes del progreso y, por tanto, patriotas; pero patriotas con hechos y no con discursos.

—«Basta ya de labor negativa—exclamarán, quizás, algunos de ellos—; hora es ya de empezar á construir». Tranquilícense. Nada vamos á demoler. Sólo se trata de valorar, y también valorar es construir.

¿Qué se diría de los herederos de una Empresa que no comenzaran haciendo un inventario cuidadoso de sus bienes, como base para el balance completo de la explotación á que van á consagrar su vida? Quizás sea ésta la explicación natural del espíritu crítico de las juventudes de todos los tiempos.

Ya en otra ocasión (1) hemos revisado la herencia matemática de los pasados siglos; y, ciertamente, no fué tiempo perdido el empleado en descubrir cuán errónea era la idea que de esta herencia nos habíamos formado. Falta ahora completar la labor, revisando la obra matemática española del siglo XIX.

Tal valoración es de todo punto necesaria como base para la construcción ulterior. Por falta de ella han circulado largo tiempo, pasando ya á la categoría de axiomas, inexactitudes tales como la superioridad de nuestra cultura geométrica; graves errores de perspectiva respecto del valor de la Aritmética universal, de la Combinatoria, de la Descriptiva, de la Geo-

(1) «Los matemáticos españoles del siglo XVI». Discurso inaugural del curso académico de 1913-14 en la Universidad de Oviedo.

metría cuadrática y de la Trigonometría, en el organismo matemático.

Hasta ha llegado á afirmar, en ocasión análoga á ésta, uno de nuestros más distinguidos consocios, que «en cuanto á la Geometría, es tan grande el desarrollo adquirido, que en la actualidad figuramos en primera línea en el concierto mundial». Y esta visión, tan general como totalmente equivocada, según hemos de demostrar, es, sin duda, una de las causas del estancamiento de nuestra cultura durante un cuarto de siglo. Naturalmente, no mejora quien se cree perfecto.

*
* *

Hacer la Historia de una ciencia es seguir el desarrollo de las ideas y hechos nuevos que van acreciendo su caudal; es separar las ideas triunfantes, que han logrado incorporarse al organismo científico, de las ideas vencidas que, con el tiempo, han sido eliminadas del mismo; es precisar si el éxito de las ideas arraigadas es simplemente de yuxtaposición—y entonces hay que fijar el momento de ella—, ó si es el éxito más trascendental de la inducción ó de la renovación, y entonces hay que determinar las acciones y reacciones que la idea nueva produce en las ideas preexistentes.

Problema mucho más sencillo entraña la historia científica de un país; la cual, para ser completa, ha de reseñar los progresos de la Ciencia en el país y los progresos del país en la Ciencia.

Volviendo á nuestro particular punto de vista, historiar los progresos de la Matemática en España es determinar nuestra contribución á esta disciplina. Reseñar los progresos de España en la Matemática es seguir á través del tiempo la renovación de nuestros conocimientos matemáticos; es precisar la fecha en que cada nueva idea ó cada hecho nuevo ha sido introducido en España; es perseguir su desarrollo hasta que se hayan aclimatado entre nosotros, ó hayan sido eliminados. Y es precisamente este conjunto de conocimientos que han logrado aclimatarse, los que constituyen en cada momento lo que se llama cultura matemática del país. No basta que alguno de sus individuos se halle en posesión de un hecho ó de una idea; no es necesario que ésta sea adquirida por un gran número de personas; lo necesario y suficiente es que la idea ó el hecho sea accesible al país, por haber sido expuesta en los libros, ó haber llegado á la enseñanza.

¿Pero es posible—preguntaréis quizás—seguir la trayectoria de una idea, precisar su introducción en la Ciencia universal primero, y en España después? Nada más convincente para probar esta posibilidad, que demostrarla en un ejemplo.

Uno de los pocos problemas, cuya fama ha salido del dominio de los matemáticos, es el de la cuadratura del círculo por medio de la regla y el compás. El fracaso de las infinitas tentativas hechas desde la época más remota, y cierta especie de adivinación que no contribuye poco al adelantamiento de la Ciencia, indujeron á considerar como imposible el empeño tan tenazmente perseguido. Se adivinaba esta imposibilidad, pero no se lograba demostrarla; y para demostrarla bastaba probar esto: el número π es trascendente, es decir, no puede ser raíz de una ecuación algébrica de coeficientes enteros.

Que el número π , así como también el número e , son irracionales, es decir, que ninguno de ellos puede ser raíz de una ecuación de primer grado con coeficientes enteros, es un hecho demostrado desde antiguo. Pero la trascendencia es algo más que la irracionalidad; exige que el número en cuestión no sea tampoco raíz de ninguna ecuación de segundo grado, ni de tercero, ni de ningún otro por elevado que sea; y esta trascendencia de

ambos números famosos e y π , aunque sospechada, no se lograba probar rigurosamente.

A Hermite corresponde la gloria de haberlo conseguido para el número e (1873); y siguiendo marcha análoga, lo demuestra Lindemann para π (1882). La cuestión quedó así definitivamente resuelta. El problema de la cuadratura, antes considerado simplemente como *difícil*, quedaba clasificado como *imposible*.

Pues bien; si tratamos de precisar la fecha exacta en que este hecho nuevo de la trascendencia de π , ó de la imposibilidad de la cuadratura, llega á España, repasando los escritos españoles de la época, leyendo las publicaciones de las Corporaciones sabias, observamos lo siguiente: Antes de 1886 se encomia por todos la *dificultad* de la cuadratura, que se considera como «descomunal empresa» (1); se lamenta «no poder tomar resolución alguna que aparte la turba de los cuadradores del círculo», como habían hecho algunas Corporaciones extranjeras, y «tener que resignarse á examinar con paciencia cuantas singularidades se les ocurra presentar». «Nos encontramos tan atrasados—dice el gran Saavedra (2), del cual son estos párrafos—que en realidad no se puede contestar en nombre de la Ciencia, que cierto número de investigaciones sea totalmente absurdo». Y aunque demostrada la irracionalidad de π , no probada todavía su trascendencia, «queda la duda, por remota que sea, de si habrá alguna singular combinación de sumas ó productos de radicales, diversamente agrupados y de grados muy altos, ó construcciones geométricas que satisfagan con exactitud al problema».

Después de 1886 se observa un cambio radical de juicio. Ya no vuelve á sonar en lo sucesivo la palabra *difícil* al tratar de la cuadratura, sino que se habla del «insensato empeño» (3), de la absurda pretensión de «resolver lo irresoluble» (4). Ya no se llama, como antes, «descomunal empresa»; se califica rotundamente de «persecución obstinada é insensata de lo imposible» (5). Por primera vez suena en España esta frase: «es verdad científica demostrada que la cuadratura geométrica del círculo es imposible» (6).

¿Qué acontecimiento ha podido producir cambio tan radical? Es, sencillamente, que en 1886 Echegaray ha dado á conocer aquí la demostración de Lindemann. Es que ha llegado ya, incorporándose á nuestro saber, la idea nueva cuya ausencia produjo aquella incertidumbre, como estrella que en la noche borrascosa aparece de pronto en el cielo para orientarnos, librándonos de caer en el abismo del error.

Esto mismo acontece en todas las regiones de la Ciencia; á cada idea ó hecho nuevo corresponde una fecha y un nombre propio; como á cada nueva estrella y á cada cometa va inseparablemente unido el nombre de su descubridor en los cielos. En la esfera mucho más modesta de la historia científica de un país le corresponden también dos coordenadas geográficas que determinan su introducción en él; y en este ejemplo, son: una fecha, 1886, y un nombre: Echegaray.

Nos hemos detenido con exceso en tal ejemplo, citando hasta los nombres propios, en son de elogio, porque es uno de los con-

(1) Merino, *Anuario de la Academia de Ciencias de Madrid*, 1885, página 116. Después de lamentar el sinnúmero de trabajos que anualmente presentan los «malaventurados inventores ó descubridores de lo que no es tan fácil encontrar, como ellos cándidamente se figuran», concluye de acuerdo con el informe de Saavedra, que «el intento de cuadrar el círculo no puede a priori calificarse de absurdo ó como de todo punto irrealizable».

(2) *Anuario de la Academia de Ciencias de Madrid*, 1885, pág. 119.

(3) Merino, *Anuario*, 1891, pág. 99.

(4) Idem, 1890, pág. 95.

(5) Idem, 1887, pág. 80.

(6) Idem, 1890, pág. 97.

tados casos en que una noción matemática llega á nuestra patria en tan escaso plazo. Desgraciadamente, suelen sufrir, antes de arribar á estas costas de Poniente, retraso infinitamente mayor. Así, por ejemplo, la noción moderna de función, debida á Dirichlet (1837); el famoso problema de Riemann, origen de la teoría de la representación conforme (1851); las ideas del programa de Erlangen, iniciador de la Geometría moderna (1872); la noción de curva analítica de Weierstrass (1876), no han llegado á España hasta 1914. Muchas otras, igualmente fundamentales, no han pisado todavía nuestro suelo.

Y á veces el retraso es tal, que hacen su aparición entre nosotros las teorías y los métodos en plena decrepitud. Llegaron las teorías de Cauchy cuando ya habían sido derogadas en su parte esencial. Apenas se introdujo en España el sistema de Staudt, era sustituido en Alemania é Italia por el método axiomático. Tal es la triste suerte de los países occidentales: que aparecen los astros en su horizonte cuando en las tierras de Oriente han llegado á su ocaso.

Como habéis visto en el sencillo ejemplo de la cuadratura, no es tarea breve la filiación de cada idea fundamental á su llegada á un país. Esta obra de la valoración de nuestra cultura matemática á través del tiempo—mejor dicho, un proyecto de ella, que someto á vuestra discusión—es lo que quiero presentaros, en vez del discurso que nuestros compañeros de Asociación me encargaron, haciéndome inesperado é inmerecido honor. Más que pronunciar discursos, importa realizar actos que vayan sentando las bases sobre las que ha de alzarse nuestra futura construcción matemática.

Pero estos trabajos de medición ó valoración de magnitudes materiales ó espirituales exigen la colaboración de varios observadores para eliminar toda influencia de la ecuación personal; labor más propia, por tanto, para realizada en el retiro de la Sección, que en la solemnidad de un acto inaugural. Sólo un breve resumen de ella hacemos aquí, ocupando el espacio que habría llenado el discurso, si tal discurso hubiéramos escrito.

Tratemos primero del *progreso de España en la Ciencia matemática* durante el siglo XIX; luego hablaremos del *progreso de la Matemática en España*.

Suele señalarse el año 1845 como fecha en que comienza la vida científica de nuestra Nación. La guerra de la Independencia, primero; la revolución y anarquía, después; una lucha civil más tarde, habían formado durante la primera mitad del siglo un ambiente nada propicio, en verdad, para el tranquilo cultivo de las ciencias.

Hasta aquella fecha continuó imperando el escolasticismo en la enseñanza universitaria de las Ciencias físico-matemáticas. «Todo se reducía—dice el erudito Vicuña (1)—á que tal padre grave, ó cual hombre curioso, leyera algún libro en latín desde la cátedra, referente á asuntos matemáticos ó físicos. Un extracto de la Geometría de Euclides, algún resumen de Aritmética, nada ó casi nada de Algebra, unas nociones de Cosmografía, otras de Música, y una disertación, inspirada en la Filosofía aristotélica, sobre los fenómenos naturales; á esto quedaba reducida la enseñanza de las Ciencias físico-matemáticas.... Las reglas empíricas sustituían á las investigaciones teóricas, y en Salamanca se daban lecciones de canto, en lugar de teoría acústica de la

Música. ¡Qué sucedería en las Universidades de segundo orden, repartidas por pueblos y lugares....!» (1).

La importancia que se ha concedido á esta fecha 1845, estriba en haberse realizado en ella la organización de las enseñanzas universitarias de estas Ciencias físico-matemáticas, creándose una sección especial dentro de la Facultad de Filosofía y Letras; y, además, en haberse fundado por entonces (1847) la Real Academia de Ciencias, de Madrid.

Desgraciadamente, toda organización es inútil cuando no hay hombres aptos para representarla; y aunque se procuró «elegir el personal más lucido que pudo reunirse, por oposición una gran parte de él, y con los medios materiales de que antes se carecía», aquellos hombres, educados en la antigua Matemática, no pudieron introducir las ideas nuevas de que ellos carecían; y las obras de Vallejo, Odriozola, Feliú, Pascua, García San Pedro....., que sirvieron durante muchos años de texto en las Universidades, en el Colegio general militar, en la Academia de Artillería, etc., por su materia entran de lleno en el siglo XVIII, siendo todas ellas muy inferiores á la de Lacroix, monumento y síntesis de la Matemática de aquella centuria.

Bien es cierto que «antes del plan de 1845 estábamos trescientos años detrás de la Europa culta» como dice atinadamente Vicuña (2), y justo es, por tanto, consignar este apreciable progreso.

El cual continuó con paso seguro, siendo favorecido no poco por la ley de Moyano (1857), que crea la Facultad de Ciencias y amplía los estudios matemáticos, constituyendo con ellos una Sección de Ciencias exactas; también por la Academia de Ciencias, que emprende la publicación de extractos de algunos artículos de Revistas francesas (3), los cuales, aunque de índole muy elemental, servían para ir despertando la curiosidad por los estudios matemáticos.

Comienza por entonces la importación de obras francesas: los libros de Cirodde, el Algebra de Lefebure de Fourcy, la de Bourdon, la Geometría de Vincent, el Cálculo de Navier, el de Cournot....., obras anodinas todas, incapaces de inspirar amor á esta Ciencia en un país que nace á ella. Si alguna obra original existe entre los libros importados, como son los elementos de Legendre, es del siglo XVIII; y todas, sin excepción, entran de lleno en esta centuria, si atendemos á su contenido, aunque lleven fecha posterior.

Estas eran las fuentes en que bebían nuestros antepasados, cuando Gauss, Abel y Cauchy habían renovado todo el Análisis; y habían nacido las Geometrías no euclidianas; y la Geometría proyectiva había llegado con Staudt á completa madurez; y Riemann había creado la moderna teoría de funciones; en una palabra, cuando ya había nacido, no solamente toda la Matemática que conocemos actualmente, sino muchas otras teorías que aún no han llegado á nosotros.

Y al medir la trascendencia que ha tenido para nuestro progreso ulterior esta desgraciada entrada de España en la Matemática, nace en el ánimo la idea de protesta contra la injusta fama alcanzada por algunos de aquellos hombres, que durante más de medio siglo han ejercido funesto influjo en nuestra cultura; que hallándose en los más altos cargos de nuestra enseñanza, y habiendo sido enviados á París, en el preciso momento de la renovación de esta Ciencia, nada absolutamente trajeron de la nueva

(1) Justo es reconocer que en la Escuela de Caminos se enseñaba ya, hacia el año 40, la Matemática de fines del siglo XVIII, por las traducciones de Lacroix y Monge.

(2) Loc. cit., pág. 75.

(3) *Revista de los Progresos de las Ciencias*, tomo I (1851) y siguientes. Los artículos eran extractados, principalmente, de los *Nouvelles Annales* del *Journal de Liouville* y algunos de las *Comptes Rendus*.

(1) «Discurso de apertura del curso académico de 1875-76 en la Universidad de Madrid», páginas 28 y 25.

Matemática; que pudiendo contribuir á nuestro progreso con la influencia, quizás decisiva, de su privilegiada posición, no sintieron sobre sí el peso de la grave responsabilidad contraída ante su patria.

Mientras son completamente ineficaces las organizaciones cuando las personas son inferiores á su época, basta un solo hombre para trazar nuevos rumbos, á pesar de todos los organismos constituidos.

Este hombre extraordinario que inicia en España el tránsito de la Matemática del siglo XVIII á la de Gauss y Cauchy es el venerado Presidente de nuestra Asociación. Para la Matemática española, el siglo XIX comienza en 1865, y comienza con Echegaray.

Su labor admirable se divide en dos épocas, que pudiéramos titular *vulgarización con éxito y vulgarización en el vacío*, clasificación que corresponde, como hemos de comprender luego, á los dos modos de ser de toda nuestra cultura en la Edad contemporánea, antes de la Restauración y después de ella.

En la primera época importa la Geometría superior de Chasles (1) y el Cálculo de variaciones (2); introduce la Teoría de los determinantes mediante un arreglo de los tratados de Trudi y Brioschi (3); finalmente, vulgariza la trascendencia de π (4) para acabar en España con la plaga de los cuadradores, y los trabajos de Wantzel (5) para exterminar la de los trisectores.

No cayó en el vacío esta semilla, y pronto arraiga, produciendo un notable renacimiento matemático, que irradia de la Escuela de Caminos, cuya fama llega á su apogeo con la organización del año 65, enseñándose en sus aulas el Cálculo de Duhamel, con las funciones elípticas, y el Cálculo de variaciones. Don Eulogio Jiménez importa la Teoría de los números (1872) mediante una buena adaptación española de la clásica obra de Lejeune-Dirichlet (6); continúa la divulgación del sistema de Chasles (1878-80) (7) é importa y traduce las obras de Baltzer (1879-81) sobre Matemáticas elementales (8), cuyas ideas, poco modificadas, constituyen hoy todavía el programa de los dos primeros cursos en casi todas las Facultades de Ciencias (9). Bosch vulgariza los cuaternios (1873) (10). Merino importa el método de Gräffe modificado por Encke, para la resolución de ecuaciones numéricas (1879) (11). Ollero difunde el Cálculo de probabilidades (1879) (12).

Digna de elogio es también, por haber contribuido á este renacimiento, la obra de Rey Heredia (1865) (1) sobre las cantidades imaginarias, la cual, aunque filosófica y no matemática, y de índole muy elemental, sirvió al menos para vulgarizar entre nosotros estos estudios, más tarde continuados sin avance apreciable, pero con cierta originalidad de método, por Fola (2) y Lasala (3).

Estimulada quizás por la fama de la Escuela de Caminos, comienza la Facultad á tener vida científica propia, y pronto pasa á ser única en el cultivo de la Matemática pura. Al comenzar en 1878 su profesorado en la Universidad de Madrid, continúa Torroja la labor de Echegaray, adoptando el sistema geométrico de Chasles, y en 1884 lo sustituye por el de Staudt, introduciendo así en España la Geometría proyectiva sintética.

Hacia 1880 comienza, por fin, á llegar á la Universidad el Análisis de Cauchy (4), cuyos fundamentos explica Archilla en la misma Facultad. La traducción del mediocre tratado de Rubini sobre las formas algébricas (1885), introduce esta teoría, que pronto pasó á casi todos los programas oficiales, llegando á obtener hasta tres adaptaciones españolas; García de Galdeano importa la teoría de las funciones de variable compleja de Cauchy (1883) y la de los grupos de sustituciones (1886); Clariana incluye nociones de la primera en los programas universitarios (1891)..... (5).

La labor realizada en este cuarto de siglo, desde 1865 á 1890, es algo más que síntoma de pujante renacimiento; es toda una renovación profunda. Muy imperfecta era nuestra cultura matemática antes del año 90; muchas teorías importantes faltaban por introducir; pero deber de justicia es admirar la obra de estos hombres educados antes de la Restauración, ávidos de cultura, que de la nada tuvieron que crearlo todo (6).

Llegamos á un momento crítico en nuestra historia científica. La fundación de nuestra primera Revista matemática (1891) y la renovación casi total del profesorado de las Facultades de Ciencias (1890-95) señalan el comienzo de una nueva época. No seguiremos paso á paso la obra de las generaciones de matemáticos posteriores á la Restauración. Salvemos mentalmente este espacio de tiempo, y colocándonos en el momento actual, hagamos un examen retrospectivo del camino recorrido.

Antes del año 90 se introdujo en España la teoría de las formas, y hasta llegó á incorporarse á los programas oficiales. Pasado un cuarto de siglo, ¿en qué Universidad Escuela especial se explica? ¿A cuántos son hoy familiares las nociones de covariantes, de sustituciones ortogonales ó de formas canónicas, que entonces formaban parte integrante de la enseñanza preparatoria á los estudios superiores? ¿No han sido dados al olvido los cuaternios y el método de Gräffe?

(1) *Teoría trascendental de las cantidades imaginarias*, Madrid, 1865.

(2) *Investigaciones filosófico-matemáticas sobre las cantidades imaginarias*, Madrid, 1881.

(3) *Teoría de las cantidades imaginarias*, Bilbao, 1894.

(4) Sólo llega la escasa parte contenida en el Cálculo de Duhamel (1856), libro que no entra todavía de lleno en el sistema de Cauchy y que, desgraciadamente, circula aún entre nosotros. Al mismo tiempo que Archilla, difunde Portuondo las ideas de este libro con su *Ensayo sobre el infinito*, Madrid, 1893.

(5) La bibliografía completa puede verse en el trabajo que hemos redactado para el artículo «España» de la Enciclopedia Espasa.

(6) Época en que florecieron lozanamente las Ciencias, dice atinadamente Arrillaga refiriéndose á aquel tiempo, en que estos españoles beneméritos hubieron de organizarlo todo en el orden de las Ciencias y en el de sus aplicaciones; profesiones liberales, enseñanzas de ellas, ferrocarriles, telégrafos, y variados servicios de ingeniería encaminados al desarrollo de la riqueza pública y privada; toda una vida científica y económica. Justo es agregar á los nombres de Echegaray, Jiménez, Archilla, Torroja y Galdeano, los de Saavedra, Ibáñez, Merino, Aguilar..... entre los cultivadores de las Matemáticas aplicadas.

(1) «Introducción á la Geometría superior». *Revista de los Progresos de las Ciencias*, pág. 449, 1866.

(2) *Cálculo de variaciones*, Madrid, 1858.

(3) «Memoria sobre la teoría de los determinantes», Madrid, 1868, tomo VII de *Memorias y documentos*. «Aplicaciones de los determinantes», *Revista de los Progresos de las Ciencias*, 1868, pág. 320.

(4) «Sobre la imposibilidad de la cuadratura del círculo», *Revista de los Progresos de las Ciencias*, tomo XXI, pág. 493, 1886.

(5) «Método de Wantzel para conocer si un problema puede resolverse con la recta y el círculo», *Revista de los Progresos de las Ciencias*, tomo XXII, pág. 1, 1887. «División de la circunferencia en partes iguales», ídem, pág. 69.

(6) *Tratado elemental de la teoría de los números*, Memoria premiada por la Academia de Ciencias de Madrid, publicada en 1877.

(7) «Introducción á la Geometría sintética», *Boletín de la Institución Libre de Enseñanza*, 1878-80.

(8) *Aritmética vulgar*, 1879. *Aritmética universal*, 1880. *Álgebra*, 1880. *Geometría*, 1880. *Trigonometría*, 1881.

(9) Así lo reconoce también el Sr. Octavio de Toledo:

«Las ideas contenidas en las obras de Baltzer, especialmente las que informan su *Aritmética universal*, son la matriz de la casi totalidad de las obras que acerca de esta materia se han escrito en nuestro país de algunos años á esta parte». *Revista de la Sociedad Matemática Española*, tomo II, pág. 4, 1912.

(10) «Juicio crítico acerca de los cuadrinomos de Rowan Hamilton», *Revista Universal de Madrid*, pág. 526, 1873.

(11) «Resolución de las ecuaciones numéricas», *Revista de los Progresos de las Ciencias*, pág. 14, 1879.

(12) *Tratado de cálculos de probabilidades*, Segovia, 1879.

¿Y qué ideas modernas se han incorporado á nuestra cultura desde 1890? Todo se ha reducido á multiplicar sin tino ni medida—sobre todo desde el funesto plan de 1900—las enseñanzas elementales, dotándolas de algoritmos ó tecnicismo que aparentemente las elevan, cuando lo que urge es reducirlas al mínimo indispensable para completar nociones fundamentales no adquiridas en el Bachillerato, dejando espacio libre para llegar á la cultura superior, fin primordial de la Universidad, y la única eficaz para el progreso.

Se han publicado excelentes tratados de Geometría proyectiva elemental, tanto sintética como analítica, de todos bien conocidos; libros de Aritmética y Álgebra inspirados en las obras elementales de Baltzer; unos y otros han consolidado las teorías explicadas desde hace muchos años en la Facultad por un brillante cuadro de profesores, queridos maestros nuestros; pero esto es simplemente una meritoria complementación, un afianzamiento estimable, no es un progreso esencial.

En la Matemática de Cauchy y Staudt—es decir, de la primera mitad del siglo pasado—estábamos el año 90, y en ella seguimos hoy. El tránsito á la Matemática de Riemann y Weierstrass—esto es, de la segunda mitad del siglo (1)—no ha sido todavía iniciado. A la distancia considerable que nos separaba entonces del nivel medio europeo, hay que sumar un cuarto de siglo más, perdido para nuestro renacimiento. En la Historia de la cultura; donde este nivel medio europeo es el módulo ó término de comparación, que se dilata rapidísimamente, el reposo ó el avance lento significa retroceso.

De nada ha servido la admirable obra patriótica del *Progreso matemático*, nuestra primera Revista, después no superada. La Geometría no euclidiana y la de cuatro dimensiones, importadas por su fundador y Director el benemérito Galdeano, con la colaboración de Reyes Prosper....., han sido aves de paso. Ni tuvo éxito en la atrevida empresa de introducir entre nosotros el Análisis moderno, con su «Nueva enciclopedia matemática». Fracados pueden considerarse también, por no hallar eco perceptible, los notables cursos de Echegaray en el Ateneo, sobre la Teoría de las sustituciones y ecuaciones algebraicas, sobre las funciones elípticas y abelianas, sobre las ecuaciones diferenciales.....

¿Y cuáles han sido, en cambio, los progresos de la Matemática durante este cuarto de siglo? Tantos y tales que es imposible una enumeración medianamente completa. Surge por obra de Jordan, Baire y Lebesgue, el hermoso cuerpo de doctrina que se llama Teoría de las funciones discontinuas. Abre Lebesgue, con su famosa integral, nuevos horizontes al Análisis de las variables reales. Organiza Klein la grandiosa rama que se llama Teoría de las funciones automorfas. La Representación conforme entra en su tercera época, con los trabajos fundamentales de Poincaré y Koebe, que logran resolver el problema de la uniformización. En la Aritmética superior, la Teoría de los campos de racionalidad debe progresos esenciales á Hilbert, Dickson, Moore..... Imprimen avance considerable Hölder, Frobenius, Miller..... á la Teoría de grupos abstractos. La de los invariantes entra en su tercera fase con los trabajos capitales de Hilbert. Surge independiente y fecunda la Geometría proyectiva diferencial. Se hace autónoma con Rey la Teoría de las configuraciones, y recibe contribuciones que multiplican su extensión. En Italia, recibe impulso formidable con Segre, Bertini, Severi, Enriques, Castelnuovo..... la Geometría algebrica fundada por Brill y Noether.....

(1) Las diferencias esenciales entre una y otra Matemática pueden verse en nuestro trabajo «Evolución de la Matemática en la Edad contemporánea», ó en nuestro libro *Introducción á la Matemática superior*.

Antes hemos prometido omitir toda opinión personal, consignando escuetamente hechos, fechas y nombres; pero á veces los hechos, con su muda elocuencia, son también iconoclastas.

Hablemos ahora del *progreso de la Matemática en España*, es decir de nuestra contribución á esta Ciencia.

Contemplando su desarrollo en todas las naciones cultas, durante la Edad contemporánea, vemos en los cientos de tomos de las revistas publicadas en todos los idiomas, millares y millares de hechos nuevos aportados por modestos investigadores, que vienen á enriquecer el caudal de la Matemática, sin marcada trascendencia en su marcha general; millares de ideas sembradas á voleo en el ancho campo, siempre fecundo, de esta Ciencia secular.

De ellas arraiga una mínima parte, y sólo las ideas de mayor poder germinativo, las que descubren nuevos horizontes, inducen á más amplias investigaciones, surgiendo tras penosa elaboración, que dura largo tiempo, la nueva teoría con derecho á un puesto en el organismo constituido.

Finalmente, cuando una teoría ha llegado á la madurez; pareciendo como agotado el filón, y su trascendencia la eleva á la categoría de conocimiento necesario, suelen surgir uno ó varios tratadistas que sistematizan en forma didáctica lo más esencial, aquella parte que, por presentarse ya como definitiva y perfecta, no parece en mucho tiempo susceptible de modificación.

Innecesario parecerá á mis ilustrados oyentes repetir aquí ideas tan elementales, y, sin embargo, no están fuera de lugar, ni aun es posible prescindir de ellas, para examinar el extraño desarrollo de la cultura matemática española.

Porque, como se observa en el breve resumen histórico anterior, acontece en nuestra patria un hecho singular. Las ideas matemáticas llegan á ella cuando han dado de sí todo lo que podían dar; cuando ya es casi imposible continuar la explotación de la cantera, es decir, cuando han cristalizado en un libro. La historia de nuestra cultura matemática no es la historia de las ideas, ni siquiera la historia de los matemáticos; es la historia de los manuales.

Sólo á título de curiosidad figura en nuestras bibliotecas alguna revista matemática. Si alguien quiere investigar sobre un problema, nunca preguntará qué *Memorias* tratan del asunto, sino cuáles *libros*; y si en los tratados corrientes no lo encuentra, se declara nuevo el problema ó la idea. Matemático se proclama á quien de dos manuales sabe sacar un tercero. Y llega la desorientación al extremo de considerar como panteones inútiles á las colecciones de revistas, que son los viveros donde germina la Matemática naciente; depósito de la Ciencia irregular, móvil, rica en ideas y problemas; cuando los panteones son precisamente los libros, porque en ellos se archiva la Ciencia ya elaborada y, por tanto, muerta.

Antes nos dolíamos del fugaz paso por nuestro suelo de algunas teorías. Mas no debe extrañarnos; es que, en realidad, no llegan las teorías, sino la parte de las teorías que ha pasado á los libros; peor todavía, la contenida en un solo tratado.

No se ha importado aún en España la teoría de las formas; solamente el libro de Rubini. Ni ha llegado todavía la Geometría proyectiva; sólo vino el tratado de Staudt. Ni ha sido introducida la teoría de números, ni la de funciones elípticas; sólo conocemos parte de los libros de Dirichlet y Briot-Bouquet. Ni, en realidad, llegaron las investigaciones de Hermite y Lindemann sobre la trascendencia de e y π , sino el breve extracto contenido en las notas de la Geometría de Rouché y Comberousse.

Importar una teoría no es traer el tronco mutilado en forma rigurosamente geométrica; hay que traer el organismo completo, con sus raíces en las teorías adyacentes; hay que traer, sobre todo, la parte irregular, variable, no desarrollada todavía; las paradojas y los problemas no resueltos, que son las yemas de las que han de nacer nuevas ramas. ¿Y es extraño que no arraiguen y fructifiquen aquí las teorías, si traemos del extranjero el árbol, dejando allí sus órganos de nutrición y reproducción?

Educados en esta Ciencia redondeada y perfecta de los manuales, donde todo aparece terminado; donde no hay ni lagunas que llenar, ni fronteras que extender, nace en nosotros cierto respeto supersticioso hacia los investigadores. Parécenos hombres elegidos por el cielo, que necesariamente deben llevar apellido alemán, inglés ó francés, ó siquiera italiano; hombres superiores, á los cuales sólo cabe admirar, pero no imitar.

No nos asusta abordar por cuenta propia problemas ya resueltos desde larga fecha, sin hacer averiguación bibliográfica ninguna, es decir, sin preocuparnos lo más mínimo toda la anterior labor de la Humanidad y, en cambio, nos parece imposible construir sobre lo ya construido, aportando algún hecho nuevo, por insignificante que sea. No tenemos en cuenta que llegar antes que otro á un sitio recóndito es cuestión de oportunidad y no de superioridad intelectual, y que si no es fácil descubrir nuevos parajes en las regiones inexploradas de Africa, infinitamente más difícil es encontrarlo en las cultivadas Alemania ó Bélgica.

El punto de vista que pretende justificar nuestra cómoda posición de espectadores de la Ciencia, sería lógico admitiendo *a priori* nuestra inferioridad mental respecto de todas las razas cultas; porque sólo así podríamos considerarnos incapaces de hacer lo que realiza, por condición *sine qua non*, todo Doctor alemán, italiano ó francés, inglés ó norteamericano, suizo, rumano ó danés, holandés ó sueco.

Pero no; que en esta actitud pasiva ante la Ciencia no hay nada de modestia, lo demuestran dos hechos singulares:

La predilección de los matemáticos españoles por ocuparse de los problemas famosos de reconocida dificultad, en que han laborado mayor número de ingenios ilustres, con el ánimo, sin duda, de mejorar y rectificar su obra, ó simplemente de ordenarla; pretensión sólo posible en quien tiene un muy elevado concepto de sí mismo.

Y, por si esto fuera poco, el sinnúmero de aficionados que, apenas iniciados en las Matemáticas elementales, se creen señalados por el dedo de Dios para resolver los célebres problemas cuya dificultad han oído encomiar; sin tener noticia á veces, y otras teniéndola, de que su imposibilidad está ya demostrada. Y no nos referimos solamente á los bien conocidos de cuadrar el círculo ó trisecar el ángulo con la regla y el compás; ó resolver todas las ecuaciones por medio de raíces; ó demostrar el postulado de Euclides por medio de los restantes postulados, sino también á otros problemas menos vulgares, ó más superiores, pero igualmente imposibles, como el de construir la Geometría proyectiva de las figuras algébricas con los recursos del sistema cuadrático de Staudt.

El otro hecho singular que queríamos citar es la desproporcionada abundancia de tratados en nuestra escasa producción matemática.

Escribir un tratado que no sea una reproducción más ó menos desfigurada de un manual extranjero, presupone, si la selección de materiales ha de ser discreta, un conocimiento completo de la literatura matemática, no posible donde carecen las bibliotecas de las más importantes colecciones de revistas. Si ha de ser algo distinto de un mosaico abigarrado, la ordenación en un

plan sistemático, con un átomo de originalidad, exige una difícil elaboración del material, sólo posible para quienes están familiarizados con la investigación.

Mucho más difícil que investigar en un punto concreto de la Ciencia, acarreando nuevos materiales, quizá utilizables para la construcción del edificio, es alcanzar originalidad en el método, esto es, trazar los planos del edificio mismo ó modificar con ventaja los ya trazados. Pero los matemáticos españoles, considerándonos incapaces para trabajar como peones, sentamos plaza de arquitectos.

Hasta los más intransigentes vindicadores de la Ciencia española se han visto obligados á reconocer la total ausencia de grandes matemáticos en nuestra Historia como nación; pero este hecho triste no es indicio bastante para juzgarnos, pues la distribución de los genios en los diversos países es algo misteriosamente providencial, sin visible proporcionalidad con la cultura de las naciones.

Mucho más lamentable es la falta de investigadores; de los modestos obreros de todos los países, que, sin ser genios, desarrollan las ideas del genio y con ellas construyen la Ciencia. Y más desconsolador todavía, para los optimistas que aun tenemos fe en el porvenir de la raza, es la desesperanza de que pueda haberlos mientras no desechemos nuestra equivocada concepción de la Ciencia estática, llegando á la concepción dinámica; mientras no se opere un cambio radical de procedimiento pedagógico en los cursos superiores, sustituyendo al libro la revista y el seminario á la clase repetidora; y, ante todo y sobre todo, mientras no poseamos una cultura matemática moderna. Quien pretende explorar nuevos países, ha de comenzar llegando hasta las fronteras que limitan el mundo conocido.

Y no investigando, no tomando parte activa en la obra de la Ciencia, ¿cómo han de arraigar y aclimatarse aquí las teorías matemáticas? Sólo permanecerán, como hasta ahora, mientras haya un hombre tenaz que las exija en los exámenes y las incluya en los cuestionarios de oposiciones. Plantas exóticas, traídas de lejanos países, que sólo viven raquítica vida de estufa, y mueren apenas falta el hombre que las cuidaba.

Ni debemos esperar que progresen las Ciencias afines, de base matemática, ni que prosperen las aplicaciones técnicas, sin la investigación abstracta. Que la Ciencia sólo es amorosa, y es pródiga, para los que la riegan con el sudor de su trabajo.

Y he aquí, pues, cómo somos conducidos, de modo natural, á la doble conclusión, de que la Matemática no progresará en España, no nos deberá nada, mientras España no progrese en la Matemática, mientras no poseamos cultura matemática moderna; y, recíprocamente, no habrá cultura moderna duradera mientras no tengamos investigadores.

El progreso de España en las Ciencias y el progreso de las Ciencias en España son, por tanto, objetivos inseparables que nos hemos de proponer simultáneamente para romper este círculo vicioso.

Con la constitución actual de nuestros Centros de enseñanza, poco eficaz será, para lograr ninguno de ambos, todo plan de estudios, todo nuevo método pedagógico. Si no siempre se enseña bien lo que bien se sabe, imposible es que enseñemos bien ni mal las teorías que no conocemos. Antes que estudiar Pedagogía hemos de estudiar Matemáticas.

Ante nosotros está la gráfica de nuestra cultura, que nos indica intuitivamente, exactamente, lo que á cada uno de nosotros falta, para llegar en su especialidad á la cultura media europea. Mortifiquemos un poco nuestro amor propio en aras del bien general, y trabajemos todos, con labor callada, tenaz, heroica,

para elevar la curva española hasta tocar y confundirse con la línea europea.

Y cuando, después de esta penosa ascensión á la cumbre, hubamos atravesado los dominios de la Matemática actual, llegando á la imprecisa línea divisoria de las agnas, que separa lo conocido de lo inexplorado, donde los problemas nacen abundantes y las analogías son fáciles y las generalizaciones fecundas, surgirán espontáneamente los investigadores españoles, si no han agotado á la raza cuatro siglos de inactividad matemática; y en las revistas internacionales aparecerán nombres españoles al lado de los extranjeros de todos los países cultos; y será posible la publicación de Revistas españolas con vida próspera, empresa cuatro veces reanudada y siempre suspendida por falta de producción original; y á medida que vaya ampliándose nuestra cultura con nuevas adquisiciones irá formándose, de modo natural, el vocabulario matemático español, empeño vano actualmente, por tres veces fracasado; y tendrán brillantez real, no externa, estos Congresos, por la cantidad y calidad de las Memorias presentadas.

Un cuarto de siglo de renovación, y otro de consolidación y perfeccionamiento componen, como hemos visto, nuestra historia matemática en la Edad contemporánea. Síntomas elocuentes anuncian el comienzo de una tercera época; y no es el menos expresivo la preciosa colaboración con que nos han honrado en esta Asamblea distinguidos matemáticos portugueses; prenda segura de alianza con la noble nación lusitana en esta penosa ascensión hacia la cumbre de la Ciencia.

Para terminar esta ya demasiado extensa introducción á vuestras tareas, justo es citar á las dos instituciones que han emprendido en nuestros días el recto camino para alcanzar los dos objetivos en que hemos compendiado el problema de nuestra cultura superior.

El progreso de Cataluña—y por tanto de España—en las Ciencias, persigue el Instituto de Estudios Catalanes con la formación de una biblioteca científica moderna y la organización de cursos intensivos superiores—equivalentes al *privatissimus* alemán—, ya comenzados con excelente éxito, abandonando la vulgarización como labor de escaso rendimiento.

La investigación individual era imposible en nuestro país hasta hace pocos años, por la carencia de bibliotecas provistas de literatura científica moderna. Y no sólo por esta razón se imponía una organización de los esfuerzos aislados para alcanzar el segundo objetivo: el progreso de las Ciencias en España. Como ha dicho Picard, «en el estado actual de nuestros conocimientos, el porvenir está en la investigación colectiva y en el agrupamiento juicioso de esfuerzos, que de otro modo correrían el riesgo de permanecer estériles. Las naciones en que el trabajo científico esté mejor organizado y en que los discípulos deseen trabajar con la dirección de un maestro, tendrán una gran superioridad, aumentándose así, de modo considerable, el rendimiento de las investigaciones» (1).

Este procedimiento es el ensayado, hasta ahora con buen éxito, por la Junta para ampliación de estudios, en sus Centros de investigación. En el Seminario matemático, fundado recientemente, unos cuantos jóvenes entusiastas nos hemos congregado, animados en el trabajo por la esperanza de poder proclamar en día no lejano, ampliando la conocida frase de Chasles: «En el estado actual de la Ciencia, quien quiera puede generalizar y crear en Matemáticas; ya no es necesario el genio para agregar una piedra al edificio».

HE DICHO.

LOS FERROCARRILES SUIZOS ⁽¹⁾

(A propósito de una obra de Mr. Placide Weissenbach, antiguo Presidente de la octava sesión del Congreso internacional de Ferrocarriles.)

POR EL

Dr. A. BONZÓN

Segundo Vicecanciller de la Confederación suiza.

(CONTINUACIÓN)

X.—Desarrollo de la red suiza de 1900 á 1914.

a) FERROCARRILES FEDERALES.

La reversión de las cinco grandes redes hizo que pasase á los ferrocarriles federales una línea en plena construcción, la del Simplón. La Empresa Brandt, Brandau y Compañía terminó las obras y se inauguró con grandes fiestas internacionales celebradas en Lausana, Ginebra, Vevey-Montreux, Sión, Milán y Génova; quedó abierta para el servicio el 1.º de Junio de 1906. La Casa Brown, Boveri y Compañía de Barcelona, en Suiza, consiguió en muy corto tiempo hacer en el gran túnel las instalaciones para la tracción eléctrica, y el éxito que coronó su iniciativa demostró que este método de tracción se aplicaría ventajosamente á las vías transalpinas suizas.

Abierto el Simplón y enlazado en buenas condiciones con la red de los ferrocarriles italianos, sólo faltaba darle buenas vías de acceso por el lado suizo. (Véase en el cuadro unido á continuación las vías de acceso al Simplón).

Desde hacía ya mucho tiempo, la Confederación, los ferrocarriles federales y el cantón de Vaud, se habían decidido por la línea Frasnue-Vallorbe, que pasando por el Mont d'Or y evitando el rodeo por Pontarlier, resultaba la distancia más corta entre París y Milán y que reducía la altitud de la travesía del Jura de 1.014 á 896 metros. Ahora bien, el cantón de Ginebra deseaba igualmente estar comprendido dentro del itinerario París-Milán, y patrocinaba una línea París-Lons le Saunier-Ginebra-Simplón-Milán, llamada de la Faucille, que aunque de mayor recorrido que la de Frasnue-Vallorbe, presentaba la ventaja de alcanzar menores altitudes y podía considerarse como una línea en horizontal. En efecto, mientras que el punto culminante del túnel de la línea Frasnue-Vallorbe está situado á 896 metros, el del proyecto de la línea de la Faucille solamente lo está 515, pero exigía la resolución de problemas internacionales mucho más complicados que los exigidos por la línea Frasnue-Vallorbe y, sobre todo, resultaba mucho más cara. Por último, un tercer cantón, el de Berna, á raíz de la inauguración del Simplón había fundado una Compañía del ferrocarril de los Alpes berneses, Berna-Lötschberg-Simplón, cuyo objetivo era enlazar, por el camino más corto, el Este de Francia y el cantón de Berna con el Simplón. A este efecto proyectó la línea Spiez-Brigue, que atraviesa los Alpes berneses en el Lötschberg por un túnel, á una altitud de 1.244 metros, ya en construcción, y con una longitud de 14.536 metros; estaba también en proyecto una nueva travesía del Jura, entre Moutier y Granges, por medio de un túnel de 8.560 metros, á la pequeña altitud de 545 metros, que pondría al Lötschberg en comunicación con Delle y con Basilea por medio de una línea que casi podría calificarse como en horizontal. Mientras que los ferrocarriles federales van cediendo poco á poco

(1) *La Science Moderne*, París, 1905.

(1) Véase el número anterior.