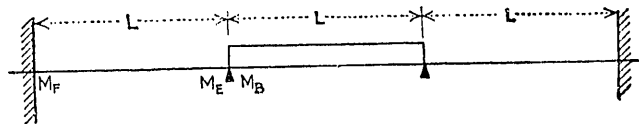


tramos iguales empotrados los extremos y sencillamente apoyados en los pies derechos intermedios. Aquí de nuevo los valores de M_B y M_E llegan a valer $wL^2/12$, mientras que M_F vale $wL^2/12$. A este último caso se refiere la figura 5.^a

Fig. 5.^a

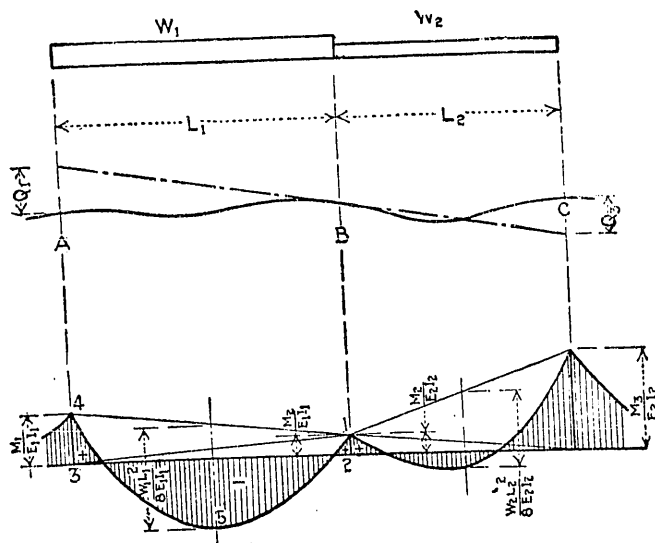
Teorema de los tres momentos.—Es importante, desde el punto de vista teórico, hacer notar que el teorema de los tres momentos puede ser deducido muy sencillamente aplicando el método antes expuesto.

Sea el caso de dos tramos de diferente longitud, con cargas distintas, uniformemente repartidas, y con distintos momentos de inercia las secciones de cada tramo, como se indica en la figura 6.^a

Empleando el teorema de los tres momentos obtenemos $n - 2$ ecuaciones entre n incógnitas. Las dos ecuaciones que faltan para tener determinadas todas las incógnitas se pueden escribir expresando las condiciones en que se encuentran los apoyos extremos de los tramos.

Para cada extremo de tramo, excepto para los de los tramos finales, se pueden escribir dos relaciones, entre el momento del extremo de tramo considerado y los momentos de los dos extremos de los adyacentes.

La condición usada para poder escribir estas relaciones es la de la continuidad de la viga á través de los puntos de apoyo ó extremos de tramos, ó sea que dos tramos adyacentes, después de la deformación, tiene la tangente común en el punto de apoyo.

Fig. 6.^a

Sea Q_1 y Q_2 la desviación en A y C (fig. 6.^a) de la tangente común á la viga en B, punto de apoyo intermedio entre las tres. Sea L_1 , w_1 , I_1 la longitud, carga por unidad de longitud y momento de inercia de la sección de la viga en el tramo izquierdo, y L_2 , w_2 , I_2 los valores análogos para el tramo de la derecha.

La desviación Q_1 está medida por el momento estático del área 3-4-5-1-2 alrededor del punto A. Esto es también igual al momento del área 4-5-1 menos el momento del área 1-2-3 menos el momento del área 1-3-4, lo que da la expresión siguiente:

$$Q_1 = \frac{w_1 L_1^2}{8 E_1 I_1} \left(\frac{2 L_1}{3} \right) \left(\frac{L_1}{2} \right) - \frac{M_1}{E_1 I_1} \left(\frac{L_1}{2} \right) \left(\frac{L_1}{3} \right) - \frac{M_2}{E_1 I_1} \left(\frac{L_1}{2} \right) \left(\frac{2 L_1}{3} \right)$$

Análogamente

$$Q_2 = \frac{w_2 L_2^2}{8 E_2 I_2} \left(\frac{2 L_2}{3} \right) \left(\frac{L_2}{2} \right) - \frac{M_2}{E_2 I_2} \left(\frac{L_2}{2} \right) \left(\frac{L_2}{3} \right) - \frac{M_3}{E_2 I_2} \left(\frac{L_2}{2} \right) \left(\frac{2 L_2}{3} \right)$$

Como $\frac{Q_1}{L_1} = -\frac{Q_2}{L_2}$, expresión de que la tangente es común á los dos tramos en el apoyo central, podemos escribir el teorema de los tres momentos sustituyendo y reduciendo. Poniendo el signo menos al del apoyo tendremos, finalmente,

$$\frac{w_1 L_1^5}{2 L E_1 I_1} + \frac{w_2 L_2^5}{2 L E_2 I_2} + \frac{M_1 L_1}{6 E_1 I_1} + \frac{M_2}{3} \left(\frac{L_1}{E_1 I_1} + \frac{L_2}{E_2 I_2} \right) + \frac{M_3 L_2}{6 E_2 I_2} = 0$$

Ahora bien, haciendo la hipótesis de que $E_1 = E_2$ y que $I_1 = I_2$ tendremos la forma corriente de la expresión del teorema de los tres momentos:

$$M_1 L_1 + 2 M_2 (L_1 + L_2) + M_3 L_2 = - \left(\frac{w_1 L_1^5}{L} + \frac{w_2 L_2^5}{L} \right)$$

RAMÓN MARÍA SERRET.

PREVISIÓN Y ANUNCIO DE CRECIDAS

Instrucciones redactadas por el Servicio Central Hidráulico.

(CONTINUACIÓN) (1)

Estaciones pluviométricas.—En los casos en que la pendiente de la vaguada es muy rápida, el trayecto corto ó, en general, en las corrientes muy torrenciales, puede suceder que no haya tiempo suficiente para transmitir los datos, hacer la previsión y anunciarla al público con la antelación necesaria para tomar las disposiciones convenientes, y entonces se debe montar el servicio, para deducir las alturas del agua en los puntos amenazados de la altura de agua de lluvia caída en la cuenca, y, especialmente, en su parte alta.

Aunque la precisión sea menor, la ganancia de tiempo es importante y puede ser indispensable.

Aun empleando el sistema de que antes se ha hablado, se debe también tomar los datos pluviométricos y relacionarlos con los hidrométricos, pues de este modo se puede hallar indicios expresivos de la importancia de la crecida, así como de su carácter, según la generalidad ó parcialidad de la lluvia, y, además, determinar las características de las cuencas, tales como los coeficientes de avenamiento, etc.

En Hungría existen 2.000 estaciones pluviométricas, la mitad del servicio hidrométrico y la otra mitad del servicio meteorológico; y se llega hasta publicar diariamente una carta del territorio con las curvas isohyetas del día anterior, medio exactísimo de conocer en qué cuenca parcial ó parte de ella ha llovido, y la cantidad y distribución del agua caída, con lo que se puede prever cuál ó cuáles de los afluentes pueden ser influidos por las lluvias, é influir, á su vez, en las alturas del río principal.

Como el grado de saturación de los terrenos, y, por lo tanto,

(1) Véase el número anterior.

la cantidad de agua de lluvia que es susceptible de ser absorbida en cada caso, varía mucho, el procedimiento de que hablamos es poco preciso cuando se trata de crecidas ordinarias; pero en las inundaciones producidas por temporales de grandes lluvias el problema se simplifica y es posible darle solución.

El estudio del régimen de las lluvias corresponde á las Divisiones hidráulicas según aparece en la Real orden de 4 de Agosto de 1903; pero habiendo sido establecidas hasta ahora las estaciones pluviométricas sin sujeción á norma alguna fija, se dan á continuación algunas instrucciones para sujetarse á un plan en lo sucesivo.

Para el establecimiento de las instrucciones pluviométricas hay que procurar que los datos recogidos en ellas den una idea suficiente de la repartición de las lluvias en la cuenca total, y deben estar distribuídas uniformemente en número adecuado para apreciar las diferencias de precipitación, dentro, naturalmente, de lo que permitan los recursos de que se disponga.

Las establecidas en los mismos puntos que las de aforo, tal como las han montado algunas Divisiones, no tienen otra ventaja que la de estar á cargo del mismo observador, pero pueden no dar la mayor eficacia si no están dentro del mismo plan que las otras desde el punto de vista geográfico. Son del mayor interés las próximas á las divisorias, sobre todo las de los macizos montañosos que se oponen á los vientos lluviosos, dato que se puede conocer en cada país.

Al proceder á la elección del punto adecuado, se tendrá en cuenta la posibilidad de transmitir los partes por telégrafo ó teléfono, y, de no haber otro medio, se propondrá el establecimiento de líneas telefónicas, siempre que se pueda hacer con un gasto moderado.

Instalación.—Se debe colocar los pluviómetros á pequeña distancia del suelo, cuidando de que no estén tan próximos que salpique dentro de ellos la lluvia y el barro. Por término medio, pueden estar de 0,60 á 1 metro de altura, siendo favorable la posición más baja, si se puede atenuar la radiación del suelo.

No debe haber edificios ni grandes árboles que entorpezcan la llegada del agua al aparato, para lo cual se habrá de situar éste á una distancia, por lo menos, igual á la altura de aquéllos.

Es conveniente que el pluviómetro esté algo resguardado de los fuertes vientos, y sólo se los instalará sobre los tejados cuando no haya mejor disposición. De establecerlos en ellos debe ser en el centro de un tejado plano y extenso, siendo favorable que esté circundado de pretilos.

El viento puede producir perturbaciones importantes, especialmente cuando el agua cae en forma de nieve. Puede llegar la diferencia hasta el 20 por 100.

Se debe sujetar el aparato fuertemente á una estaca sólida-mente clavada, teniendo la precaución de que la boca esté algo más elevada que el extremo de la estaca.

Es preciso cuidar también de que no estén expuestos á ser destruídos ó averiados por animales, y de que no estén al alcance del público.

Instrucciones á los observadores.—Los observadores, elegidos de la mayor confianza posible, recibirán escritas las instrucciones de su servicio. Este comprende la anotación en las libretas del modelo 2: de la altura de lluvia caída durante el día, con la hora de empezar y de terminar; de la altura del agua procedente de la fusión de la nieve caída durante el día, si la hubiere; del espesor de la nieve caída después de la última observación; del espesor total y extensión de la misma, si la hay sobre el terreno, en los últimos quince días; de la intensidad de la escarcha, granizo ó cualquier otra forma de precipitación del agua

atmosférica; de la dirección y fuerza del viento; del estado del tiempo.

Es también de su obligación la transmisión de estos datos al Ingeniero encargado en la forma que se le ordene. Con este objeto tendrá determinado de antemano cuándo ha de enviar á éste, por correo, parte diario de las observaciones, del modelo 1, y cuándo y en qué condiciones le ha de remitir por telégrafo. Por regla general, cuya modificación depende de causas locales, se puede aceptar que al llegar la lluvia á 20 milímetros en veinticuatro horas, el observador debe telegrafiar al Ingeniero encargado, y continuar haciéndolo diariamente hasta que caiga menos de 5 milímetros en el mismo tiempo, pero sólo la práctica puede establecer este extremo definitivamente.

En las instrucciones á los encargados constará también la lista de las personas ó entidades á las que el observador debe remitir los boletines en cada caso.

La altura del agua de lluvia ó nieve se expresará en milímetros.

Los observadores remitirán á la División la parte libre que desprendan del estado semanal del modelo 2.

En el Apéndice se incluyen las instrucciones publicadas por el Observatorio Central Meteorológico en lo referente al uso de los pluviómetros, que podrán servir de norma á las que se transmitan á los observadores.

En los casos en que por el escaso número de días de lluvias al año se tema que los observadores pierdan el hábito de hacer una observación diaria, y puedan llegar hasta olvidar el deber de transmitir las cuando el aviso es necesario, conviene obligarlos á remitir un parte diario aunque sea negativo. La instalación de los evaporímetros tiene, además de suministrar datos de interés, la ventaja de obligar á una observación cotidiana, que se puede completar con las relativas al estado del tiempo, dirección y fuerza del viento, escarcha, hielo, etc. La transmisión por medio de tarjetas postales es ventajosa para estos casos.

En el Apéndice se reproduce las indicaciones que el Observatorio Central Meteorológico hace acerca de la manera de hacer las notaciones y los signos convenidos internacionalmente.

Respecto á la dirección del viento, en el caso de que no se instale aparato alguno que la señale, basta con que los observadores tengan los conocimientos más elementales y que indiquen que el viento viene de uno de los puntos cardinales Norte, Sur, Levante ó Poniente, ó de los intermedios primero, segundo, tercero ó cuarto cuadrante, para lo que se les dará las ideas indispensables.

Si se instalan veletas, las notaciones serán las de la rosa de los vientos.

En cuanto á la velocidad, si hay anemómetro instalado, se designará conforme á la escala telegráfica internacional del cuadro II, y si la apreciación se hace sin aparatos se les hará conocer la escala aproximada que se detalla en el cuadro III.

Datos complementarios.—Además de los recogidos por el personal dependiente de las Divisiones afecto á las estaciones pluviométricas, cada División debe procurar completarlos con los que puedan proporcionar los Centros oficiales que tengan montado servicio pluviométrico.

El Observatorio central meteorológico ha accedido á prestar su valioso concurso haciendo que las estaciones que de él dependen faciliten los partes de la lluvia caída en la forma que se les ordene, y, por lo tanto, las Divisiones hidráulicas deberán elegir las que consideren necesarias entre las incluídas en la relación que va en el Apéndice y comunicarlo al Sr. Director de aquel Centro, al propio tiempo que se ponen en relación con los encargados. Recíprocamente deberán dar conocimiento al Observato-

rio de las nuevas estaciones que instalen en lo sucesivo para que, á su vez, pueda utilizarlas.

También la Inspección de Ordenación de Montes ha tenido la deferencia de dar las órdenes oportunas para que entre las estaciones que tiene montadas y de las que se publica lista aparte en el Apéndice, puedan los Ingenieros Jefes de las Divisiones hidráulicas elegir las que sean útiles para este servicio, y en cuanto se remita á los observadores los impresos é instrucciones necesarios, enviarán los boletines ó telegramas que se les ordene en las condiciones que se establezca por los Ingenieros Jefes respectivos.

Por lo tanto, respecto de la instalación de nuevas estaciones pluviométricas ó meteorológicas, se ha de proceder siempre con el criterio de no establecer ninguna en los puntos en que las tenga montadas el Observatorio central meteorológico, la Ordenación de montes ó, en general, cualquier otro Centro oficial que pueda suministrar los datos necesarios; y teniendo en cuenta la situación de todas estas estaciones, se establecerá solamente las necesarias para la previsión directa de las crecidas, y únicamente se podrán crear otras que completen el plan y que, por decirlo así, rellenen los huecos que dejen las actuales, cualquiera que sea el Centro de que dependan, cuando los recursos de que se pueda disponer lo permitan sin perjuicio de otras necesidades más urgentes.

Aun en los casos en que no sea posible aprovechar estos elementos directamente para la previsión inmediata, son de la mayor utilidad para el estudio meteorológico é hidrológico de la cuenca, mediante el cual se puede llegar al conocimiento exacto de los datos del problema y perfeccionar el cálculo de que nos ocupamos.

Los modelos de los estados mensuales que formará el Ingeniero, así como del resumen anual de cada estación que las Divisiones remitirán al Servicio central hidráulico, van en los anejos con los números 3 y 4, respectivamente.

En el caso de emplear el método de la observación directa de las corrientes relacionando la altura del agua en distintas estaciones hidrométricas, aun cuando para el hecho concreto del cálculo y anuncio baste con la observación de las escalas, también es de gran interés la recopilación de las observaciones pluviométricas, como servicio auxiliar; los datos que proporcionan son muy útiles, pues dan, cuando son transmitidos inmediatamente, el indicio más seguro para que comience á funcionar el servicio de urgencia. En efecto, en cuanto pasa de cierta altura la lluvia caída en un tiempo dado, ó se precipita una cantidad extraordinaria en poco tiempo, se puede suponer la proximidad de una crecida de consideración, mientras que á falta de estos datos es preciso, si no se quiere ser sorprendido por los acontecimientos, limitarse á las apreciaciones personales faltas de precisión, y á indicios de experiencia poco exactos, de los cuales, sin embargo, no se debe prescindir en absoluto, pues en cada localidad puede haberlos capaces de dar una orientación útil.

Cartas de curvas isohyetas.—Como resultado de las observaciones pluviométricas, cada División trazará una carta del territorio que abarca, representando la precipitación normal de lluvia por medio de curvas isohyetas trazadas cada 100 milímetros de altura de lluvia, desde cero á la mayor conocida. En esta carta se toma, en cada punto correspondiente á una estación, la media de todas las alturas anuales realizadas en el período de tiempo más largo posible, es decir, la media en todos esos años de las cantidades totales de agua caída durante un año. El trazado es análogo al de las curvas de nivel después de fijados los puntos con la altura correspondiente á cada estación, determinando las cotas enteras por interpolación.

Esta carta representa el estado normal de precipitación anual de agua en la comarca, y se irá perfeccionando á medida que aumenten los años que se tome en cuenta y el número de estaciones si las existentes no son suficientes.

Para mayor exactitud, se debe reunir á los datos propios los que posee ya recopilados el Observatorio central meteorológico, y en general los de los documentos oficiales publicados por el Instituto Geográfico, tales como la *Reseña geográfica y estadística* del año 1912, y los de otros Centros. Se remitirá una copia al Servicio central cuando se haga ó cuando se la modifique.

Cartas análogas se trazarán para todos los meses, tomando la media de los totales mensuales en todos los años de que se trata. Es decir, la misma operación que para la carta anterior, limitada á cada mes. Se hará por el mismo procedimiento, pero trazando una curva para cada 10 milímetros de altura de lluvia. Estas representan la precipitación normal por meses en la comarca, y también se mandará copia de ellas al Servicio central.

Tanto unas como otras quedan fijas para siempre, salvo el completarlas si los datos reunidos no son suficientes, y detallar más las formas de las curvas á medida que aumenta el número de estaciones.

Después, en la marcha corriente del servicio se traza cada mes la carta correspondiente con la cantidad total de agua caída en el mismo, también de 10 en 10 milímetros. Estas representan el estado particular de las lluvias en esa mes, que, comparado con la media normal del mismo que nos dan las anteriores, pone de manifiesto el exceso ó defecto de lluvia y la diferencia de distribución, para poder compararlos después con los efectos producidos en el río.

Por medio de estas curvas se puede ubicar el volumen de agua caído con más exactitud que la que proporcionan los procedimientos corrientes.

En los anejos 5, 6 y 7 van los modelos de estas diversas cartas.

Como ya se ha dicho, se lleva en algunos países á trazar estas curvas diariamente, lo que perfecciona el sistema considerablemente, y es de desear que se pueda llegar á ese grado de precisión.

Curvas de altura de lluvia anuales.—También se incluye en los anejos los modelos, en la forma y escala aproximada en que se ha de hacer la recopilación para el Servicio central de los gráficos anuales de alturas de lluvia en cada estación pluviométrica, en los cuales, las abscisas son los días y las ordenadas las alturas correspondientes en milímetros de la lluvia caída en veinticuatro horas. Estos gráficos representan la distribución anual de las lluvias en cada punto elegido y se los ajustará al modelo 9.

Aparte de este gráfico, que sirve como resumen anual, se hará la curva de cada período de lluvias en la escala conveniente para el cálculo de las previsiones, cuando se emplee este procedimiento.

El servicio de las estaciones pluviométricas funcionará en forma y condiciones análogas al de las hidrométricas, por lo que se refiere á la transmisión de los boletines en caso de lluvias ordinarias y extraordinarias, y se remitirá al Servicio central los mismos documentos por correo ó por telégrafo.

Para utilizar estas indicaciones como señal de empezar el servicio de urgencia, el Ingeniero encargado cotejará diariamente los partes de los encargados de los pluviómetros, que los remitirán por telégrafo en cuanto el agua caída llegue á la altura conveniente; y cuando crea próxima una crecida importante, cuidará, avisándolo por telégrafo si es preciso, de que los encargados cumplan las instrucciones recibidas para estos casos, y

avisará á las Autoridades previamente designadas y al Servicio central hidráulico.

Estaciones indicadoras.—Tanto cuando se hace la previsión por medio de las escalas fluviales, como cuando se funda en la observación de las lluvias, se establecerá, si no son suficientes las existentes, el número de estaciones para el estudio, que permitan los recursos con que se cuente; pero para la previsión, como se ha de proceder rápidamente, no se hará entrar en el cálculo todas ellas, sino las que por su situación é influencia sean suficientes y decisivas por ser sus indicaciones características. Aparte de la experiencia, hay indicios y señales que se hará conocer en la reseña de procedimientos de previsión y que, unidos al conocimiento del régimen de las corrientes que ya se tiene, pueden dar una norma para la elección de tales estaciones que, por esta razón, se llamará en lo sucesivo *indicadoras*.

Anuncio.—Una vez redactada la previsión, bien anuncie la cota probable, bien solamente el peligro ó el carácter de la crecida, es preciso que este anuncio llegue á los interesados con rapidez, con seguridad y en forma auténtica. Por lo tanto, ha de estar designado de antemano el conducto que ha de seguir, y el servicio dispuesto siempre á funcionar en el momento oportuno sin entorpecimiento ni retraso.

En este período la responsabilidad de la difusión corresponde en parte á las Autoridades gubernativas, y para que quede definida se ha dictado la Real orden que va publicada en el Apéndice, y en la que constan las reglas á que se han de sujetar las diversas entidades que intervienen.

Para evitar dilaciones el mismo Ingeniero encargado de la previsión remite los anuncios por correo, ó por telégrafo ó por teléfono, según el tiempo disponible, á las Autoridades locales interesadas (Gobernadores ó Alcaldes de las poblaciones más importantes), á los encargados de las presas ó puntos del río en que se deba fijar un anuncio ó establecer señales convenientes, á los encargados de pantanos, á los Jefes de estación de las líneas férreas que sirven la comarca, y en general á las entidades determinadas en el Reglamento correspondiente. En él constará á quién se deberá dirigirlos en caso de crecidas ordinarias y en el de inundaciones.

En todos los casos se remitirá copia al Servicio central hidráulico.

Además se fijará el anuncio en la puerta del domicilio de la División hidráulica.

Cuando el anuncio se haga por telégrafo ó por teléfono se remitirá también inmediatamente un boletín por correo que sirva para confirmar el telegrama, y en caso necesario para suplirle.

Las localidades secundarias son avisadas por los Alcaldes ó Autoridades á quienes se avisa directamente, y por medio de tablas depositadas en las Alcaldías; cuando se las haya podido calcular pueden hallar la cota que corresponde á su término, ó á falta de esto estar prevenidos para tomar las medidas de defensa necesarias.

Para evitar la confusión producida por informes contradictorios y la alarma provocada por los que exageran las noticias, así como para no tomar medidas innecesarias, es por lo que corresponde esta iniciativa á la Administración; y es preciso que el público conozca dónde puede adquirir directamente los informes, pues las reseñas obtenidas personalmente son las que más satisfacen.

Los anuncios deben no ser tan escasos que produzcan impaciencia, ni tan frecuentes que la costumbre haga que pasen inadvertidos. Parece suficiente, en tiempo de grandes crecidas, dos anuncios por día, de modo que cada uno confirme ó rectifique el anterior; pero esto se ha de determinar por el tiempo en que el

anuncio pueda preceder á la realización, y, por lo tanto, depende de la velocidad de la onda de crecida, de la distancia á que las estaciones indicadoras están situadas y de la duración ordinaria de las crecidas.

Aparte de los anuncios que se remite á los Gobernadores y Alcaldes, debe haber ciertos lugares fijos donde el público sepa que ha de encontrar aquéllos. Las estaciones de las líneas de ferrocarriles comprendidas en la cuenca son puntos á propósito para fijar el aviso que puede ser, si hay tiempo para hacerlo así, remitido por los mismos trenes á los Jefes de estación, rogándoles que le expongan al público.

Es posible que en algunos ríos de largo curso y no muy torrenciales se pueda en España emplear para los anuncios el correo y no el telégrafo; pero en general no será fácil hacerlo así, y, en último término, el conocimiento del régimen de los ríos es el que ha de determinar el procedimiento.

En algunos casos en la cuenca del Segura, por ejemplo, se ha tratado de emplear un sistema automático para avisar cuándo llega el agua en una estación indicadora á un nivel determinado, que debe ser el en que comienza la crecida á ser peligrosa. Consiste, en esencia, en un flotador que al alcanzar la altura prefijada cierra un circuito eléctrico y hace sonar un timbre situado en el domicilio del personal encargado ó en otro punto convenientemente elegido.

Este procedimiento ofrece el peligro de que como no actúa sino á largos intervalos, puede ocurrir que al llegar el momento en que es necesario no funcione, y el personal confiado en él deje de cumplir su cometido, de modo que en caso de que se implantase este sistema ó algo análogo, se deberá tener el mayor cuidado de que esté siempre en disposición de funcionar, y sin esta seguridad no se debe emplearlo.

También pudiera utilizarse en algunos casos los sistemas consuetudinarios de los ribereños en donde existan y no se pueda emplear otros, pero dándoles el carácter oficial necesario para exigir responsabilidades en caso de abandono ó negligencia en el servicio. Desde el momento en que las Divisiones hidráulicas se hagan cargo de él, no puede quedar confiado á la iniciativa particular nada de lo que sea necesario para la realización completa de la función.

En ciertos puntos de los ríos, como por ejemplo puentes ó grandes presas, se anunciará también las crecidas por medio de una bandera azul que indique el peligro y permanezca el tiempo que éste dure.

En el mismo sitio se fijará un anuncio con la última previsión redactada.

Cuando la rapidez de la transmisión de la onda es excepcionalmente grande, tal como puede ocurrir en la parte más abrupta de los valles impermeables, está muy indicada para el anuncio de las crecidas la aplicación del sistema de toques ó sonidos sucesivos que se transmiten de agua arriba á agua abajo, ó las señales ópticas, discos ó banderas, de día, y señales luminosas de noche.

*
* *

Como resumen, debe quedar bien patente el objeto de estas instrucciones, que es procurar que desde el primer momento se cree un organismo dispuesto á funcionar en los casos necesarios, y que en efecto funcione; por ahora, si no es posible precisar más, para el aviso de las crecidas de importancia, especialmente en aquéllas que parezcan peligrosas, y para el estudio preliminar necesario para la previsión completa; posteriormente, para realizar esta previsión cada vez más exactamente, á medida que lo permitan los estudios hechos y los datos recogidos, hasta llegar á

la perfección con que se hace en casi todos los países, especialmente, por distintos conceptos, en Francia, los Estados Unidos y Hungría.

Los Ingenieros Jefes de las Divisiones han de poner todo su interés en establecer, acertadamente, las bases para el porvenir en todo aquello que, por su carácter local, no se puede prever en estas Instrucciones, bien penetrados de la idea de que, para que no se vaya á un fracaso, es preciso cuidar constantemente de todos los detalles como si el resultado hubiese de ser inmediato en su totalidad, sin que el tiempo que pueda tardar en ser completo produzca desanimación ni abandono.

En la conciencia de cada uno debe quedar bien fija la idea de que habiéndoseles confiado este servicio humanitario, y teniendo medios de cumplirle, incurren en una grave responsabilidad moral, además de la que legalmente se les exigirá con arreglo al Reglamento y Reales órdenes vigentes, si por incuria ó abandono no cumplen con este deber.

(Continuará.)

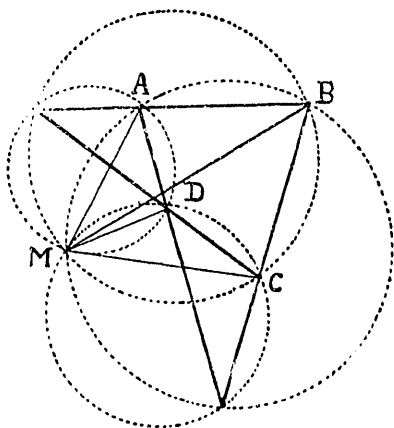
Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.

DISCURSO DEL NUEVO ACADÉMICO DON AUGUSTO KRAHE

(CONCLUSIÓN) (1)

Estudio cinemático de la ecuación de cuarto grado. — Los puntos de Miquel del cuadrivértice en la reducción á las formas recíproca y bicuadrada.

En un cuadrilátero plano se producen, por la combinación de sus lados tres á tres, cuatro triángulos, cuyas circunferencias circunscritas pasan por un punto. Este punto es conocido con el nombre de punto de Miquel del cuadrilátero, y la demostración de la propiedad recordada se encuentra en la mayor parte de los tratados de Geometría ó de Analítica.



El punto M es centro de semejanza directo del par de lados AB , CD , así como también del otro par AD , BC . De la semejanza de los triángulos MAD y MBC se deduce

$$\frac{MA}{MB} = \frac{MD}{MC} = \frac{AD}{BC}.$$

De la semejanza de los triángulos MAB y MDC se obtiene

$$\frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MC} = \frac{AB}{DC}.$$

(1) Véase el número 2047.

De estas y las anteriores relaciones hallaremos, por multiplicación y división miembro á miembro, que la razón de distancias del punto de Miquel á dos vértices opuestos es la misma que la de los productos de los lados que concurren en estos vértices; es decir,

$$\frac{MA}{MC} = \frac{AD \cdot AB}{CB \cdot CD} \quad \frac{MB}{MD} = \frac{AB \cdot BC}{DA \cdot DC}.$$

Las relaciones que anteceden determinan otras seis circunferencias que pasan también por M . Dos cualesquiera de ellas determinarían el mencionado punto cuando no se formasen triángulos, es decir, cuando tres de los puntos $ABCD$ estuviesen en línea recta.

De la misma semejanza citada se tendrá, evidentemente,

$$MA \cdot MC = MB \cdot MD.$$

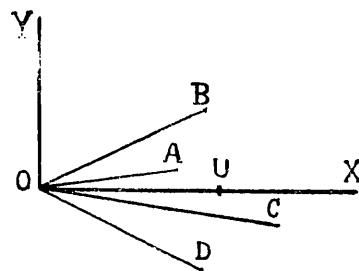
Supongamos una ecuación cualquiera de cuarto grado con coeficientes reales ó imaginarios. Convengamos en representar sus raíces, como es corriente, por sus afijos en el plano de las variables imaginarias. Quedará definido, de este modo, un cuadrivértice del cual podemos deducir tres cuadriláteros, uno convexo y otros dos con un par de lados cruzados. Cada uno de estos cuadriláteros tendrá un punto de Miquel; por consiguiente, el cuadrivértice que corresponde á las raíces de una ecuación de cuarto grado tendrá tres de estos puntos.

Fijémonos por un momento en el cuadrivértice representativo de las raíces de una ecuación recíproca de cuarto grado.

Si A y C son los afijos correspondientes á un par de raíces recíprocas, y B y D los afijos del otro par, se ha de tener:

$$OA \cdot OC = OB \cdot OD = \overline{OU}^2 = 1.$$

La recta OX ha de ser, además, bisectriz común de los ángulos AOC y BOD , puesto que los argumentos de dos cantidades recíprocas son iguales y de signos contrarios. De todo lo cual se deduce que los triángulos OAB y ODC son semejantes, así como



también lo son el otro par de triángulos OAD y OBC . El origen será, por lo tanto, punto de Miquel del cuadrivértice, y éste se hallará situado en la disposición que indica la figura con respecto al eje OX .

Si la ecuación fuera negativamente recíproca, estaría el cuadrivértice orientado con respecto al eje OY , como lo estaba antes con respecto al OX ; esto es, el eje OY sería bisectriz común de los ángulos AOC y BOD . De esto se desprende que una rotación de un ángulo recto efectuada alrededor del origen conduce al cuadrivértice desde la representación geométrica de las raíces de la ecuación recíproca á la de las negativamente recíprocas.

Traducido esto al lenguaje analítico quiere decir que la sustitución

$$z = Z \sqrt{-1}$$

transforma á una ecuación recíproca en negativamente recíproca ó viceversa.