

Existe un grupo de ecuaciones, á las cuales llamé armónicas por ser los afijos de sus raíces los vértices de un polígono armónico; cuya resolución puede hacerse de un modo análogo al indicado para las de tercer grado. Los polígonos armónicos tienen, como los triángulos, dos centros isodinámicos que permiten la transformación del polígono en otro regular por medio de una inversión.

Estas ecuaciones se resolverán valiéndose de una ecuación de segundo grado y una binomia del mismo grado que el de la ecuación dada. En particular, son armónicas las de cuarto grado, cuyo invariante de tercer orden es nulo (1).

El procedimiento que desarrollo más adelante para la resolución de las ecuaciones de cuarto grado no tiene en su parte analítica nada común con los conocidos de Ferrari Descartes, Euler y Lagrange; tampoco es análogo al que se deduce del estudio de las ecuaciones poliédricas del ilustre Klein. Es algo muy elemental, y cuya exposición no necesita del auxilio de elevadas teorías, aunque en su parte final, como ya veréis, se puede enlazar con los de Cayley y Sylvester. Estos insignes géometras ingleses hicieron verdaderos derroches de sagacidad eliminatoria al tratar algunos de los casos de reducción de las formas binarias á sus canónicas; problema que, aplicado á las de cuarto grado, viene á ser en el fondo el de la reducción de la ecuación á bicuadrada. Respecto á la parte geométrica del tema por mí desarrollado y á la manera de reducir la ecuación á recíproca, las creo de alguna novedad; por lo menos, no conozco ningún trabajo análogo que haya sido hecho para las de cuarto grado.

El malogrado matemático italiano Cesaro dió en la traducción y arreglo al alemán de su notable obra de Análisis una interpretación geométrica de las raíces de la resolvente de sexto grado (Jacobiana de la binaria bicuadrática). El eminente Profesor mencionado desarrolló el asunto de la reducción de la binaria de cuarto grado á su canónica, como suelen hacerlo los continuadores de la obra de Cayley y Sylvester, y se fundó en la definición de razón armónica de cuatro números imaginarios para llegar á la consecuencia de ser las raíces del jacobiano los puntos dobles de las tres involuciones que determinan las cuatro raíces. En la parte final del estudio cinemático que tengo la honra de someter á vuestra benevolencia llevo de un modo natural y breve á estos puntos dobles. Los centros de las tres involuciones, puntos de los cuales no se ocupó Cesaro, son los que empleo en la simplificación del problema.

Todo lo que hasta aquí he dicho respecto á las ecuaciones de los tres primeros grados, y la investigación referente á la de cuarto, se basa en aquellos movimientos geométricos que corresponden á las sustituciones lineales con variables imaginarias. Mas nótese que pueden concebirse multitud de transformaciones geométricas, las cuales, una vez traducidas al lenguaje algebraico, permitirán abordar los problemas de este género por muy diversas sendas.

Si, juzgándolo con suma indulgencia, mereciera vuestra aprobación el estudio cinemático que presento, creeré haber contribuido en la medida de mis fuerzas á enaltecer en día tan solemne para mí la memoria del insigne Saavedra.

(Continuará.)

Los climas en la época histórica.

Que el clima de la tierra ha variado, es cosa sobre la cual no parece que pueda caber la menor duda. Obliga á creerlo, de modo casi irresistible, la consideración de las formas distintas de vida que se han sucedido durante las edades geológicas, y cuya existencia nos revelan los fósiles aprisionados en los estratos del terreno.

El estado presente no se ha de mantener tampoco por tiempo indefinido: la ciencia moderna deja entrever la necesidad de cambios profundos que, por remotos que se los suponga en las lejanías del porvenir, tampoco parecen menos ciertos. El cambio es, pues, la regla, y es natural preguntarse hasta qué punto esos cambios se han operado en la serie de siglos que abarca la historia humana.

Para dar á esta pregunta razonada respuesta, lo primero será conocer cuáles son los factores de que el clima depende.

Ahora bien, la energía de casi todos los fenómenos meteorológicos que integran el clima procede de una fuente única: la radiación solar. Una parte de esta energía es absorbida por la atmósfera; el resto llega á la superficie de nuestro planeta y se emplea en calentarla; pero este calentamiento no es uniforme. De una parte, la desigual inclinación con que reciben los rayos solares las distintas regiones de la Tierra y la variable duración del día, introducen diferencias notables de temperatura; de otra, el contraste de tierras y mares origina también diferencias no menos importantes, procedentes, en su mayor parte, de las distintas capacidades caloríficas de los elementos líquido y sólido.

Unas y otras diferencias de temperatura se comunican al aire, y dada la movilidad extrema de líquidos y gases, originanse, en consecuencia, corrientes marinas y aéreas, principalmente condicionadas por la forma y distribución de los continentes. La humedad y la repartición de la lluvia dependen, á su vez, de la circulación de la atmósfera; de modo que temperatura, vientos, humedad y lluvia son, en definitiva, el resultado del calor solar y de la geografía terrestre. Mientras no varíen uno ni otra, tampoco parece que deben variar aquellos elementos esenciales del clima.

Ahora bien, los efectos de una variación en la radiación solar habrían de ser forzosamente generales; nunca el cambio podría localizarse en una región determinada. Bastará, pues, probar que en una sola el clima no ha cambiado, para que se siga la constancia sensible de aquella radiación. Esta comprobación es fácil en muchos casos; bastan cambios muy débiles en la temperatura media, para que determinadas especies vegetales dejen de vivir ó de producir fruto. Con diferencias inferiores á un grado centígrado, el fruto de la palmera, una vez producido, puede llegar ó no á maduración; pues bien, en Grecia, lo mismo hoy que en tiempo de Aristóteles y Teofrasto, la palmera fructifica, pero su fruto no madura. La vid se aclimata bastante bien á condiciones diversas de clima; pero la calidad del producto es muy varia de unas á otras regiones y, aun en la misma región, se notan diferencias de uno á otro año; y, sin embargo, desde los tiempos de Columela (siglo I) y de Gregorio de Tours (siglo VI), las mismas variedades, en las mismas laderas y hasta en los mismos sitios de esas laderas, son las que han producido los mejores vinos de la Borgoña. En seis siglos, á que alcanzan en algunas localidades de Francia datos precisos sobre la época de las vendimias, no ha podido notarse, á pesar de las naturales variaciones anuales, diferencia alguna en las fechas de carácter progresivo (1).

(1) Angot, *Traité élémentaire de Météorologie*, Paris, 1907, páginas 400 y 410.

(1) *Revista de la Real Academia de Ciencias*, tomo II, núm. 3.—Ecuaciones armónicas.



Todos estos hechos y otros muchos más, citados por Arago con referencia á Palestina y á Siria y por Biot respecto de la China, demuestran que las temperaturas no han variado, en general, de modo sensible, y que, por consiguiente, puede considerarse el calor solar durante la época histórica como próximamente constante.

¿Ha habido la misma constancia por lo que á la Tierra se refiere? Variaciones en la posición del eje terrestre ó en su inclinación con respecto á la eclíptica, habrían producido, de ser importantes, cambios igualmente generales de clima, que los ejemplos anteriores no autorizan á admitir, y si la variación hubiera sido pequeña, apenas si podrían notarse los efectos fuera de los casquetes polares. Si las latitudes se han mantenido constantes, sensiblemente al menos, la distribución de tierras y mares tampoco parece que haya variado, pues aunque correspondieran á realidades las antiguas leyendas sobre la apertura del Estrecho de Gibraltar ó sobre la desaparición de la Atlántida, siempre habrían de referirse á tiempos anteriores á los que alcanza la historia positiva.

Dentro de la época propiamente histórica, sólo ha podido producirse el escaso incremento de algún delta, algún pequeño balanceo de costas, la elevación ó el hundimiento de alguna reducida isla, erosiones más ó menos profundas, pero de importancia infinitesimal en relación con el relieve general del globo, y no son éstos factores á los que sea posible atribuir papel considerable en la distribución de los climas.

Aun podría pensarse que, sin cambiar de forma, otros cambios pudieran haberse operado en la Tierra de posible trascendencia en el clima: la atmósfera ó el agua del mar podrían haber sufrido cambios en su composición; podría haberse alterado también la superficie de los continentes. Pero un cambio en la composición de la atmósfera, por ejemplo, un aumento en la cantidad de ácido carbónico, no podría tampoco mantenerse localizado, y una alteración en la proporción de sales disueltas en el mar no influiría de modo sensible, ni sobre el calor específico de las aguas ni sobre la intensidad de la evaporación, aun llegando á límites que no podrían ser traspasados sin acarrear cambios profundos y generales en la fauna marítima.

Queda, pues, sólo la superficie continental, y como en ésta ni la mineralogía ni la geología han sufrido alteración notable, no habría otros cambios á que atribuir influencia meteorológica que los de la cubierta vegetal del suelo. En ésta la presencia del hombre ha introducido, sin duda, cambios notables, pero que para los efectos de que se trata, carecen, ciertamente, de la exagerada importancia que algunos les atribuyen. Por lo general, el hombre se ha reducido á sustituir, donde ha podido hacerlo, las plantas espontáneas por cultivos apropiados para la satisfacción de sus necesidades, y entre unas y otros no puede haber grandes diferencias, ni por lo que hace á la absorción del calor solar, ni por lo que puedan influir en la humedad ambiente, pues cualesquiera que sean sus productos utilizables, para prosperar bajo el mismo clima, han de tener necesidades análogas y han de reaccionar, por consiguiente, sobre el medio de modo parecido.

Se ha pretendido, sin embargo, dar importancia á la mayor ó menor corpulencia de los vegetales, y de aquí que se haya supuesto una influencia mayor á los bosques que á los cultivos ordinarios; pero, si esa influencia existe (y es bastante discutida), no al porte de la planta, sino á su producto manual en materia, deberá ser proporcionada, y desde este punto de vista, las diferencias no suelen ser tan considerables en la mayor parte de los casos.

Además, no hay tampoco que creer que antes de la aparición del hombre la superficie entera de los continentes fuera, como se

ha llegado á suponer, una selva inextricable. En todas las épocas ha habido regiones cubiertas de bosque y regiones desnudas de toda vegetación propiamente forestal, y en este punto las variaciones introducidas por el hombre apenas si habrán afectado á un 8 ó un 10 por 100 de la superficie terrestre; si todavía, en la mayor parte de esa extensión, no ha hecho sino sustituir los árboles por otros cultivos, se comprenderá que el cambio debe haber sido insignificante, y que era sobrada la razón que tenía Cézanne para «relegar los bosques entre los infinitamente pequeños de la Meteorología».

No hay, pues, razón ninguna que justifique esos pretendidos cambios; pero sus partidarios no se dejan convencer fácilmente, y han recurrido con frecuencia, para demostrarlos, á citas históricas, siempre más ó menos vagas y de interpretación dudosa, y, por lo tanto, sin valor alguno científico en asunto tan complejo.

Ya en 1844, el Dr. Fúster trató de aplicar este método á Francia, pretendiendo demostrar una sucesión de cambios profundos en el clima; pero sus conclusiones fueron concienzudamente refutadas por el Conde de Gasparin, comisionado, al efecto, por la Academia de Ciencias.

No sirvió la refutación para evitar que otros siguieran el mismo camino (1); aun hoy hay quien sostiene que el *mistral* debió su origen al descuaje de los Cevennes. «He ahí un viento relativamente moderno», dice á este propósito en un libro reciente de propaganda forestal M. Jacquot (2). Sin embargo, el *mistral* es ya citado por Estrabón con el nombre de *melambóreas* y por Plinio con el de *Circius* (cierzo) (3).

Tampoco en España han faltado imitadores de esta manera de razonar. Se ha citado, al efecto, el régimen de nuestros ríos, que se supone profundamente alterado, pretendiendo probarlo con referencias de autores antiguos, relativas, principalmente, á la extensión de ellos, utilizada en otros tiempos para la navegación, y deduciendo de aquí que las lluvias habrían de ser entonces más copiosas ó estar distribuidas en el año con una mayor regularidad. Se olvida así que, para la navegación de nuestros ríos, más dificultades suponen las pendientes que la escasez de agua, y que la pendiente general no ha podido variar de modo sensible. Pero, además, es el caso que, cuando se estudian á fondo, los datos aducidos no revelan cambios importantes con el estado actual. Del Guadalquivir, por ejemplo, dice Estrabón que era navegable hasta Córdoba, pero también añade que los buques grandes no llegaban sino hasta Sevilla. El Tajo sólo era navegable hasta quinientos estadios (unos 92 kilómetros) de su desembocadura (4).

Sin embargo, alguien escribía no hace muchos años: «El Tajo y sus afluentes tuvieron en otro tiempo una regularidad de la que no es posible formar hoy concepto», y pretendía probarlo con el viaje hecho en Febrero de 1582 por Antonelli, de Lisboa á Madrid por el Tajo, Jarama y Manzanares. Pues bien, aun no siendo esa, ni mucho menos, la época de estiaje, todavía Antonelli, que sólo hacía un reconocimiento con objeto de estudiar las obras que hubieran de realizarse para establecer una navegación que no existía, hubo de vencer dificultades sin cuento, como él mismo lo declara en carta escrita el 17 de Febrero de 1582 al Secretario de la Guerra Juan Delgado, en la que decía hablando de la vuelta: «la cual deseo sea breve para salir de

(1) Becquerel, *Des climats et de l'influence qu'exercent les sols boisés et non boisés*, París, 1853, cap. XI. *Comptes rendus*, tomo XVIII, pág. 108.

(2) A. Jacquot, *La Forêt*, París, 1911, pág. 107.

(3) Estrabón, *Geografía*, lib. IV, cap. I. Plinio, *Historia Natural*, lib. II, cap. XLVI.

(4) *Geografía*, lib. III, capítulos II y III.

este trabajo, que prometo á Vd. que ha sido el mayor que he pasado» (1). Sin duda no leyó esa carta el autor aludido, que concluía: «Es, pues, preciso rendirse ante la evidencia, y reconocer que, si el Tajo y sus afluentes fueron de curso regular y abundante y hoy se presentan desiguales y pobres, es porque sus cuencas estuvieron bien pobladas y hoy se encuentran poco menos que rasas».

PEDRO M. GONZÁLEZ QUIJANO,
Ingeniero de caminos.

Jerez de la Frontera, Julio 1914.

CARRETERAS

ESTUDIO DE LA APLICACIÓN Á LA PROVINCIA DE VIZCAYA DE VARIOS ACUERDOS DEL ÚLTIMO CONGRESO DE LONDRES

Se han efectuado hasta hoy tres Congresos: 1.º en París el año 1908; el 2.º en Bruselas el 1910, y el 3.º en Londres.

Los asuntos tratados y discutidos en cada uno de estos Congresos han sido, como es natural, distintos, pero correlativos. En el I Congreso, y al que también asistí por delegación de la Diputación, se establecieron como cuestiones estudiabiles las transformaciones que debían efectuarse en la construcción y conservación de carreteras actuales con el fin de que sirviesen con perfección, tanto al tránsito ordinario efectuado hasta aquella época, como al nuevo tránsito, debido al automovilismo, y para ello se hacían, entre otras cosas, las recomendaciones siguientes, según puede verse en la Memoria que presenté entonces: «Es conveniente establecer, en carreteras transitadas por automóviles, cimentación por debajo del firme; generalizar el empleo de los recargos cilíndricos; efectuar experimentos de alquitranado; plantar árboles á lo largo de la carretera para disminuir la formación del polvo; establecer bases respecto á la carretera futura que habrán de tenerse muy en cuenta, principalmente, cuando se trata de carreteras muy usadas por los automóviles».

Se estudiaron también los efectos recíprocos de los nuevos medios de locomoción sobre la carretera y del firme sobre los vehículos; pero principalmente los efectos sobre la carretera de las llantas y la acción del peso de los vehículos:

Se estudiaron las señales que debían colocarse en la carretera, y si bien no se resolvió entonces cuáles eran las más convenientes, se adoptaron internacionalmente con posterioridad los tipos de señales que debían colocarse, y de conformidad con este acuerdo se han colocado ya en esta provincia la mayor parte de las necesarias y se continuará en lo sucesivo colocando las restantes.

II CONGRESO.—BRUSELAS.—Si se examina el programa de este II Congreso, se observará que se repiten muchos de los temas discutidos en el primero; pero dando soluciones más precisas y entre las que merece citarse la de que «el alquitranado superficial puede considerarse como medida práctica definitivamente establecida», afirmación que no se hizo en el I Congreso, puesto que éste se limitó á recomendar los ensayos.

Entre las conclusiones de este II Congreso merecen citarse, por lo que á esta provincia interesa, las siguientes: «El establecimiento de vías férreas en el afirmado de las carreteras es siem-

pre muy perjudicial para la viabilidad de éstas y produce un aumento sensible en los gastos de entretenimiento de la carretera. Es de desear que se renuncie siempre á ser posible á tal establecimiento procurando asentar los tranvías ó caminos de hierro en pista especial y á cargo de la Compañía los gastos suplementarios para el establecimiento de esta pista. El concesionario de un tranvía deberá quedar obligado á establecer en su borde exterior espacio suficiente para el depósito de materiales.

»No se tolerará para el establecimiento de un tranvía la supresión del arbolado de la carretera, á no ser en casos completamente excepcionales.

»Es de desear que los explotadores de caminos de hierro de interés local aseguren el entretenimiento de la parte de carretera ocupada por la vía férrea ó que se conserven por la Administración á costa de la Compañía.

»El pavimento de adoquinado tiene grandes cualidades de resistencia y de duración, es de entretenimiento fácil y económico; no produce nada polvo y se acomoda relativamente bien al establecimiento de vías de tranvía.

»Los vehículos de llantas estrechas y cargados con grandes pesos pueden causar deterioros anormales en las carreteras.»

En este Congreso se trataron otras cuestiones relacionadas con la viabilidad en las villas, con la influencia de los pesos de los vehículos en las obras de arte y la carretera, etc., y si bien los acuerdos adoptados no dejan de tener importancia, no procede citarlos en atención á que no son de influencia, actualmente, respecto á las carreteras de la provincia.

III CONGRESO.—LONDRES.—En este Congreso se discuten de nuevo algunos de los asuntos de los Congresos anteriores y se establecen en su programa nuevas cuestiones, entre las que figura, como muy importante respecto de algunas naciones, la titulada: «Autoridades encargadas de la conservación y entretenimiento de las carreteras. Funciones que deberán desarrollar el Poder central y las Autoridades locales. Presupuesto de construcción y entretenimiento de carreteras. Creación de recursos».

**

A continuación se copia el programa de este Congreso con un resumen de las decisiones acordadas en los asuntos de poco interés para esta provincia, y con los acuerdos íntegros en los asuntos de interés:

TEMA 1.º—PROYECTOS DE CALLES Y CARRETERAS NUEVAS.—

Resumen de conclusiones:

Las carreteras nuevas deben construirse por las proximidades de las villas sin atravesarlas; se construirán con pendientes débiles, radios grandes y visibilidad despejada. Cuando no se pueda en ellas establecer el tranvía en pista especial, se establecerá en el eje de la carretera, dejando por cada lado espacio suficiente para la circulación de dos filas de coches. El ancho de la plataforma de las arterias principales habrá de ser suficiente para establecer: las vías de tranvías, la circulación lenta, la circulación rápida y los coches estacionados. En las travesías de vías importantes deben formarse planos de alineación ensanchándolas.

TEMA 2.º—TIPOS DE REVESTIMIENTO (AFIRMADOS QUE DEBERÁN ADOPTARSE SOBRE LOS PUENTES Y OBRAS DE ARTE).—Resumen de conclusiones:

El revestimiento de un puente deberá ser impermeable, resistente, duradero y de un peso apropiado á la infraestructura y tan unido como sea posible sin ser deslizante. En la mayor par-

(1) Don Francisco Javier de Cabanes, Memoria que tiene por objeto manifestar la posibilidad de hacer navegable el río Tajo desde Aranjuez hasta el Atlántico, Madrid, 1829, apéndice núm. 41.