

cortezas, y piñas, y bellotas.... Creo que sería un gran bien que toda nuestra zona forestal estuviera en condiciones de máxima producción, pero ponerla en esas condiciones en empresa que sólo debe ser mirada desde un punto de vista lucrativo. Dados los recursos de nuestra Hacienda y las condiciones de nuestro clima y de nuestro suelo, ¿serían hoy por hoy los grandes planes de repoblación un negocio para el Estado? ¿Serían su mejor negocio? Yo no lo creo y esa, por lo visto, es mi falta.

Mucho más podría decir al Sr. Bernad de lo que sobre el particular pienso; pero este artículo se alarga ya en demasía, y seguir ya al Sr. Bernad, cuando el distinguido Ingeniero llega á Zaragoza, merece artículo aparte (*).

PEDRO M. GONZÁLEZ QUIJANO.
Ingeniero de caminos.

La telegrafía sin hilos en Oceanía

por

J. DE SOUCY

El 3 de Abril último, la Cámara francesa de Diputados ha votado un proyecto de ley para la construcción de dos grandes estaciones de telegrafía sin hilos en Nueva Caledonia y en Tahití.

Dada la privilegiada situación de las colonias francesas en Oceanía en las nuevas vías de comunicación que se crearán con la apertura del canal de Panamá, se ha decidido crear en Papeete (Tahití) un puerto de escala con estación carbonífera.

Con este objeto, el 6 de Agosto de 1913 quedó arreglado un convenio con una Compañía colonial, y el proyecto ha sido ya aprobado por la Cámara de Diputados.

El aislamiento completo en que se encuentran estas posesiones, separadas unos 3.400 kilómetros del cable más próximo, impone el empleo de la telegrafía sin hilos, no solamente para las comunicaciones con los barcos, sino también para la unión de Tahití con la red telegráfica internacional.

De todas las potencias que tienen intereses en el Pacífico, Francia es, en efecto, la única nación que no posee ningún medio de comunicación seguro y rápido con sus posesiones en esta región del globo; es más, no existe en ejecución ningún proyecto susceptible de poner fin á esta situación.

Enfrente de las dos grandes líneas submarinas extranjeras que atraviesan el Pacífico, una de las cuales tiene una longitud de 7.840 millas, de 7 cables secundarios también extranjeros y de una veintena de estaciones radiotelegráficas, actualmente repartidas entre las diversas posesiones alemanas, americanas é inglesas, no existe red francesa alguna; solamente Nueva Caledonia se halla unida á las grandes líneas submarinas y aun esto por una colonia extranjera.

Estas consideraciones decidieron á la Administración colonial á proyectar la construcción de tres grandes estaciones radiotelegráficas, en Numea, Papeete y en las islas Marquesas, siendo incluido el programa de las obras necesarias en el proyecto de ley relativo á la instalación de la gran red intercolonial, que se presentó en la Cámara de Diputados en 11 de Julio de 1912.

Este último proyecto no ha sido todavía discutido, y la organización proyectada necesitará sin duda todavía un largo plazo.

Ante la próxima apertura del canal de Panamá decidió el

Gobierno segregar de la red intercolonial las estaciones de Numea y Papeete y pedir su construcción inmediata.

Con un cable francés que una la Australia á la Nueva Caledonia, quedarán las posesiones francesas de Oceanía en esta forma unidas á los grandes centros de aprovisionamiento (carbón, etc.) que tiene la colonia inglesa.

La gran estación de Saigón, que la Indochina ha empezado á construir con fondos del último empréstito, permitirá comunicar, por lo menos durante la noche y horas favorables, con Nueva Caledonia, que dista 7.500 kilómetros.

Los créditos concedidos al Ministro de las Colonias para la instalación de las dos estaciones de Numea y de Papeete, ascienden en total á 1.890.000 francos.

La explotación anual exigirá al principio, para un servicio de ocho á diez horas diarias, un gasto en número redondo de 150.000 francos, aproximadamente, por estación.

Para reducir las cargas del Estado, las colonias han acordado una subvención, entregada de una vez, que alcanza al total francos 500.000.

Añadamos, por último, que la estación de Saigón, actualmente en construcción, será una de las más potentes estaciones del mundo.

En efecto, dispondrá de un grupo de 425 caballos para alimentar los aparatos de emisión musical, que funcionan con corriente á 1.000 períodos.

La antena estará sostenida por ocho torrecillas de 125 metros de altura y su desarrollo pasará de 800 metros.

La instalación está dirigida por el Capitán Péri, Jefe del servicio radiotelegráfico de la Indochina, y quedará definitivamente terminada en la primavera de 1915.

H.

ANÁLISIS DE LAS CURVAS DE LAS CORRIENTES ALTERNAS

MÉTODO DE FOURIER—MÉTODO DE RUNGE

SIMPLIFICACIÓN DE LOS CÁLCULOS (1)

por

F. W. GROVER

VERSIÓN ESPAÑOLA

por

B. O. R.

INGENIERO DE CAMINOS

12.—ECUACIÓN DE LA CURVA DE LA POTENCIA.

En este ejemplo se determina la ecuación de la curva de la potencia, tomando por base las curvas de la f. e. m. y de la corriente (fig. 3.^a), consideradas en los ejemplos precedentes. Dichas curvas corresponden á la corriente de imitación de un transformador con la frecuencia necesaria para que la inducción magnética tenga un valor doble del normal, y á la f. e. m. que produce aquella corriente.

El problema en cuestión se puede resolver de dos maneras:

a) Con los resultados de los análisis de las curvas de la f. e. m. y de la corriente.

b) Con el análisis directo y empleando para ordenadas fundamentales los productos de las ordenadas que han servido para el análisis de las curvas de la f. e. m. y de la corriente.

a) *Primer método.*—La experiencia adquirida por el autor es el fundamento del sistema de cálculo adoptado en la tabla 15.

En las columnas 2.^a, 3.^a, 4.^a y 5.^a figuran las amplitudes y las

(*) Del Madrid Científico.

(1) Véase el número anterior.

fases deducidas por el análisis (ejemplo 3.º), y en las restantes de la primera parte los productos de las amplitudes de las armónicas de la corriente y de la f. e. m. tomadas de dos en dos, por ejemplo, el producto de la armónica 9 de la f. e. m. por la 11 de la corriente se encuentra en la columna E_9 y en la horizontal 11. Se observará que un gran número de estos productos se pueden despreciar cuando no se exige una gran precisión, en cuyo caso se economiza mucho trabajo.

En la segunda parte de la Tabla se desarrolla el cálculo de la amplitud y de la fase de una de las armónicas de la curva de la potencia de aquélla, cuya frecuencia es dieciséis veces la de la fundamental de las curvas de la f. e. m. y de la corriente.

En la tercera columna están los productos E_m y I_n de la primera parte de la tabla, en los que la suma de los números de orden m y n de las armónicas es igual al que le corresponde á la armónica que se calcula: en el caso presente 16.

La cuarta columna contiene la suma de las fases δ_n θ_m de las armónicas de la corriente y de la f. e. m. en los casos en que es preciso tomar la suma de sus números de orden, y de una manera análoga en la quinta columna se consignan las diferencias de fase de las armónicas de la corriente y de la f. e. m. en los casos en que las diferencias de los subíndices m y n es igual á 16.

La ecuación

$$2 \operatorname{sen}(mpt - \theta_m) \operatorname{sen}(npt - \delta_n) = \cos[(n - m)pt - (\delta_n - \theta_m)] - \cos[(n + m)pt - (\delta_n + \theta_m)]$$

hace ver que los productos $E_m I_n$ de la primera parte de la Tabla son positivos ó negativos, según que la diferencia ó la suma de n y m es igual á 16. Por ejemplo, en el primer término $(n + m) = 15 + 1$, y habrá que dar el signo menos al producto $E_1 I_{15} = 6,24$; en el segundo $(n - m) = 17 - 1$ y el producto $E_1 I_{17} = 1,73$ será positivo. Por lo que hace á las fases se tomará la suma $(\delta_n + \theta_m)$ cuando $(m + n) = 16$, y la diferencia $(\delta_n - \theta_m)$ si $(n - m) = 16$; pero si $(m - n) = 16$, se tomará $(\theta_m - \delta_n)$, razón por la cual en la cabeza de la quinta columna se pone doble signo $\pm$; se tomará el $+$ ó el $-$, según que n sea mayor ó menor que m .

Las columnas sexta y séptima contienen los senos y cosenos de las fases, tales como se han definido, y las octava y novena los productos de estas funciones por los valores correspondientes de $E_m I_n$. La deducción de la amplitud resultante de la armónica en función de $M \operatorname{sen} \alpha$ y $M \cos \alpha$ se indica con toda claridad en la Tabla y está de acuerdo con la ecuación (17 a). El término correspondiente á 16 pt es, por lo tanto, $38,4 \operatorname{sen}(16 pt - 18^\circ,2)$.

TABLA 15

Detalles del cálculo de la ecuación de la curva de la potencia con los resultados de los análisis de las curvas de la fuerza electromotriz y de la corriente.

n	E_m	I_n	θ_m	δ_n	PRODUCTOS POR								
					E_1	E_3	E_5	E_7	E_9	E_{11}	E_{13}	E_{15}	E_{17}
1	33,217	29,627	1º,6	66º,9	984,12	28,74	50,43	6,46	10,51	6,07	37,06	45,27	4,71
3	0,970	3,866	6º,3	83º,5	128,42	3,75	6,58	0,84	1,37	0,79	4,83	5,91	0,61
5	1,702	0,459	208º,8	131º,0	15,25	0,45	0,78	0,10	0,16	0,09	0,58	0,70	0,07
7	0,218	0,211	268º,1	107º,1	7,01	0,20	0,36	0,05	0,08	0,04	0,26	0,32	0,03
9	0,355	0,155	20º,1	104º,6	5,15	0,15	0,26	0,03	0,06	0,03	0,19	0,24	0,02
11	0,205	0,163	211º,8	169º,7	5,41	0,16	0,28	0,04	0,07	0,03	0,20	0,25	0,03
13	1,251	0,214	49º,3	129º,1	7,11	0,21	0,36	0,05	0,08	0,04	0,27	0,33	0,03
15	1,528	0,188	235º,6	229º,1	6,24	0,18	0,32	0,04	0,07	0,04	0,24	0,29	0,03
17	0,159	0,052	51º,1	308º,0	1,73	0,05	0,09	0,01	0,02	0,01	0,06	0,08	0,01

Cálculo del término correspondiente á 16 pt.

m	n	M = E _m I _n	ÂNGULO α DE FASE		sen α	cos α	M sen α	M cos α
			δ _n + θ _m	± (δ _n - θ _m)				
1	15	— 6,24	230º,7	306º,4	— 0,7738	— 0,6334	4,83	3,96
1	17	1,73			— 0,8049	0,5934	— 1,40	1,03
3	13	— 0,21	135º,4		0,7022	— 0,7120	— 0,15	— 0,15
5	11	— 0,28	378º,5		0,3173	0,9483	— 0,09	— 0,27
7	9	— 0,03	372º,7		0,2198	0,9755	— 0,01	— 0,03
9	7	— 0,08	127º,2		0,7965	— 0,6046	— 0,06	0,05
11	5	— 0,09	342º,8		— 0,2940	0,9553	0,03	— 0,09
13	3	— 4,83	132º,8		0,7337	— 0,6794	— 3,54	3,28
15	1	— 45,27	302º,5	— 15º,8	— 0,8434	0,5373	38,18	— 24,32
17	1	4,71			— 0,2723	0,9622	— 1,28	4,58

$$N = \sqrt{36,51^2 + 12,02^2} = 38,38$$

$$\operatorname{tang} \gamma = \frac{12,02}{36,51}$$

$$\gamma = 18^\circ,2$$

TABLA 16

Análisis de la curva de la potencia con dieciocho ordenadas.

ORDENADAS		δ	d	1°		2°		3°		4°		5°	
				Y	S''	Y	Z''	Y	$6''$	Y	$4''$	Y	$5''$
0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1	0,15	—	0,15	5,729	3,711	12,800	15,357	20,575	—	3,869	—	—	—
2	6,65	+	16,75	10,092	18,705	10,767	6,974	33,818	4,287	21,169	28,869	—	9,953
3	11,65	6,0	29,1	33,818	28,405	33,818	28,405	4,460	4,287	33,818	28,405	—	23,405
4	12,00	15,05	—	37,929	44,217	15,161	28,657	—	—	16,196	10,685	—	—
5	—	20,9	—	—	—	28,321	44,585	4,460	4,287	39,187	40,665	39,515	38,368
6	6,3	25,0	—	—	95,085	—	—	4,287	—	—	—	1,178	1,187
7	—	33,2	—	—	95,085	—	8,615	8,747	0,173	—	0,291	—	2,665
8	8,0	31,7	—	181,708	8,370	—	7,629	—	—	—	—	—	—
9	10,7	32,25	—	20,190	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	18,3	18,3	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
				sen 20°		sen 40°		sen 60°		sen 80°			
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—		—		—		—		—	
				—									

De una manera análoga se procede para determinar las demás armónicas y, se obtiene, finalmente, la ecuación de la potencia, que es:

2 P = 2 ei = 412,56 + 873,9 sen (2 pt - 157°,6) +
+ 132,3 sen (4 pt - 148°,3) +
+ 38,5 sen (6 pt - 2°,6) + 0,9 sen (8 pt - 155°,2) +
+ 13,7 sen (10 pt - 155°,0) +
+ 30,1 sen (12 pt - 271°,9) + 43,7 sen (14 pt - 141°,2) +
+ 38,4 sen (16 pt - 18°,2) + 3,26 sen (18 pt - 67°,1).

Con los elementos de la tabla 15 se puede ampliar la ecuación anterior hasta el término en 34 pt, pero es evidente, dada la pequeñez de los productos Em In que es necesario emplear, que los términos superiores al 18 pt son de muy poca importancia desde el punto de vista práctico.

b) Segundo método. Análisis directo.—Se forman los productos de las ordenadas de la curva de la f. e. m. por las correspondientes de la curva de la corriente que sirvieron para sus análisis, productos que, para facilitar el dibujo, se dividieron por 20 y constituyen las ordenadas del análisis hecho con arreglo al modelo 3.º del apéndice B, en el cual se incluyen las armónicas pares y un término constante. Como hacen falta 18 ordenadas, el análisis da, además del término constante, hasta la armónica correspondiente al término que tiene el coseno de nueve veces la frecuencia de la fundamental.

El seno correspondiente á esta frecuencia exige una segunda serie de ordenadas que equidiste de las primeras, pero la amplitud y la fase del término correspondiente se pueden obtener inmediatamente sin cálculo alguno.

Las ordenadas que representan los productos antes indicados distan entre sí 10º referidos á la fase de la frecuencia fundamental de la f. e. m. y de la corriente, pero como la fundamental de la curva de la potencia tiene una frecuencia que es doble de la frecuencia de las fundamentales de la f. e. m. y de la corriente, las 18 ordenadas cubren un ciclo completo de la curva de la potencia, con lo que quedan satisfechas las condiciones del modelo de análisis antes mencionado.

La tabla 16 comprende el análisis detallado de la curva de potencia considerada y facilita la comprensión del modelo 3.º del apéndice B. Sólo se diferencia en pequeños detalles de los análisis de las curvas de la f. e. m. y de la corriente hechos en los ejemplos 1.º, 2.º y 3.º

En la tabla 17 se comparan las curvas obtenidas por los dos métodos, para lo cual también se han dividido por 20 las amplitudes correspondientes al primero. En la primera columna están las frecuencias de las armónicas en funcion de la frecuencia de las fundamentales de las curvas de la f. e. m. y de la corriente, en la segunda y cuarta las amplitudes y las fases relativas al primer método, y en la tercera y quinta las del segundo

TABLA 17
Comparación entre las ecuaciones de las curvas de la potencia.

C = Calculada. A = Por el análisis.

	CURVA DE LA POTENCIA				COMPONENTES DE LA POTENCIA							
	Amplitud.		Fase φ		ei1				ei2			
					Amplitud.		Fase φ		Amplitud.		Fase φ	
	C	A	C	A	C	A	C	A	C	A	C	A
0	10,314	10,316			11,20	10,878						
2	21,848	21,843	78,8	78,8	(10,142)	10,142	46,6	46,8	(20,185)	20,185	91,4	91,9
4	3,307	3,242	37,1	37,1	1,730	1,524	26,3	26,3	2,448	2,422	43,8	42,4
6	0,962	0,972	0,4	0,2	0,715	0,835	51,2	50,1	0,824	0,966	7,6	8,4
8	0,021	0,032	19,4	21,4	0,144	0,103	31,8	30,5	0,145	0,102	10,4	33,6
10	0,353	0,340	15,1	15,0	0,272	0,144	11,5	13,1	0,216	0,218	19,5	20,0
12	0,753	0,750	22,7	22,6	0,583	0,556	26,2	26,5	0,522	0,496	18,9	19,3
14	1,091	1,084	10,1	10,1	1,125	1,058	10,2	10,3	0,065	0,077	9,6	14,9
16	0,960	0,976	1,1	1,1	0,685	0,604	20,5	20,5	0,753	0,839	3,7	3,6
18	0,082		3,7		0,007		2,4		0,075	0,012	3,9	1,6

Las dos curvas, prácticamente, son las mismas, como debía suceder, puesto que proceden de los mismos datos, esto es, de los resultados que dan los análisis de las curvas de la f. e. m. y de la corriente, ó lo que es lo mismo, de los valores de las ordenadas correspondientes. La conformidad obtenida hay que considerarla sencillamente como comprobación de los dos métodos y de los resultados de los cálculos.

13.—DESCOMPOSICIÓN DE LA CURVA DE LA POTENCIA EN SUS COMPONENTES.

En este ejemplo se tratará la curva de la potencia considerada en el anterior, y se descompondrá en sus dos componentes por los dos procedimientos estudiados anteriormente; según el primero, la f. e. m. se descompone en otras dos, una en fase y otra en cuadratura con la corriente, y según el segundo, es la co-

rriente la que se descompone en otras dos, una en fase y otra en cuadratura con la f. e. m. La diferencia entre la significación física de ambos métodos ha sido ya considerada.

En las tablas 18 á 23 se desarrollan los procedimientos de cálculo explicados, que se entenderán con más facilidad después de haber examinado el ejemplo anterior.

En la tabla 18 se desarrolla el cálculo de las componentes de la f. e. m. y de la corriente. En su primera columna están los números de orden de las armónicas, en la segunda las diferencias de fase (θm - θm) entre las armónicas correspondientes de la corriente y de la f. e. m. (las diferencias de fase son positivas cuando la corriente está retrasada), y en la tercera y cuarta los senos y cosenos respectivos. En la quinta se consignan las armónicas Em de la f. e. m. dadas por el análisis; en la sexta y séptima sus dos componentes, y en las tres últimas los elementos análogos de la corriente.

TABLA 18

Ecuaciones de las componentes de la curva de la potencia.

<i>m</i>	$\delta_m - \theta_m$	$\text{sen} (\delta_m - \theta_m)$	$\text{cos} (\delta_m - \theta_m)$	E_m	E'_m	E''_m	I_m	I'_m	I''_m
1	65° 3	0,9085	0,4179	33,217	13,880	30,178	29,627	12,380	- 26,916
3	77° 2	0,9751	0,2215	0,970	0,215	0,946	3,866	0,856	- 3,770
5	77° 8	- 0,9774	0,2113	1,702	0,360	- 1,663	0,459	0,0972	0,448
7	- 161° 0	- 0,3256	- 0,9455	0,218	- 0,206	- 0,0710	0,211	- 0,200	0,0688
9	84° 5	0,9954	0,0958	0,355	0,0360	0,353	0,155	0,0149	- 0,154
11	- 42° 1	- 0,6704	0,7420	0,205	0,154	- 0,137	0,163	0,121	0,109
13	79° 8	0,9842	0,1771	1,251	0,221	1,231	0,214	0,0379	- 0,210
15	- 6° 5	- 0,1132	0,9936	1,528	1,518	- 0,173	0,188	0,187	0,0212
17	256° 9	- 0,9740	- 0,2250	0,159	- 0,0358	- 0,155	0,052	0,0117	0,0517

TABLA 19

Cálculo de la ecuación de la componente *e*, *i* de la curva de la potencia.

(Descomposición de la curva de la fuerza electromotriz.)

	I_n	E'_m	δ_n	I_1	I_3	I_5	I_7	I_9	I_{11}	I_{13}	I_{15}	I_{17}
1	29,627	13,880	66° 9	411,24	53,66	6,38	2,93	2,15	2,26	2,97	2,61	0,72
3	3,866	0,215	83° 5	6,37	0,83	0,10	0,045	0,03	0,035	0,046	0,04	0,01
5	0,459	0,360	131° 0	10,65	1,39	0,165	0,08	0,056	0,06	0,08	0,07	0,02
7	0,211	- 0,206	107° 1	- 6,10	- 0,80	- 0,095	- 0,04	- 0,03	- 0,034	- 0,04	- 0,04	- 0,01
9	0,155	0,0360	104° 6	1,06	0,14	0,016	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,00
11	0,163	0,154	169° 7	4,57	0,595	0,07	0,03	0,02	0,025	0,03	0,03	0,01
13	0,214	0,221	129° 1	6,55	0,85	0,10	0,05	0,03	0,035	0,05	0,04	0,01
15	0,188	1,518	229° 1	45,03	5,87	0,70	0,32	0,24	0,25	0,325	0,285	0,08
17	0,052	- 0,0358	308° 0	- 1,06	- 0,14	- 0,02	- 0,01	- 0,01	- 0,01	- 0,01	- 0,01	- 0,00

Cálculo del término correspondiente a 12 pt.

<i>n</i>	<i>m</i>	$E'_m I_n$	$(\delta_n + \delta_m)$	$\pm (\delta_m - \delta_n)$	Amplitudes. <i>M</i>	Fase. <i>a</i>	sen <i>a</i>	cos <i>a</i>	<i>M</i> sen <i>a</i>	<i>M</i> cos <i>a</i>
1	11	- 4,57	236° 6		- 6,83	236,6	- 0,8348	- 0,5505	5,70	3,76
1	13	6,55		62,2	9,52	62,2	0,8846	0,4664	8,43	4,44
3	9	- 0,14	188° 1		- 0,17	188,1	- 0,1409	- 0,9900	0,02	0,17
3	15	5,87		145,6	5,91	145,6	+ 0,5650	- 0,8251	3,34	- 4,87
5	7	0,095	238° 1		0,015	238,1	- 0,8490	- 0,5284	- 0,01	- 0,01
5	17	- 0,02		177,0	0,00	177,0	0,0523	- 0,9985		
7	5	- 0,08	238° 1							
9	3	- 0,03	188° 1							
11	1	- 2,26	236° 6							
13	1	2,97		62,2						
15	3	0,04		145,6						
17	5	0,02		177,0						
SUMAS...									17,48	3,49
									$N = \sqrt{17,48^2 + 3,49^2} = 17,83$	
									$\text{tang } \gamma = \frac{- 3,49}{17,48}$	
									$\gamma = 348^\circ,7$	

(a) Primer método. Descomposición de la f. e. m. — Las componentes de la f. e. m. que se han hallado en la tabla 18 sirven en las 19 y 20 para deducir las ecuaciones de las curvas de las componentes de la potencia *e*, *i* y *e*, *i* aplicando los procedimientos de cálculo ya explicados. En la primera parte de la 19, relativa al cálculo de *e*, *i*, se han formado los productos $E'_m I_n$, por ejemplo, el producto $E'_3 I_{13} = 0,08$ se encuentra en la columna I_{13} y en la línea 5 de orden de las armónicas.

En la segunda parte de la misma tabla se desarrolla con detalle el cálculo del término correspondiente a 12 pt. Los productos $E'_m I_n$ son negativos si $m + n = 12$, y positivos si $m - n$ ó $n - m = 12$. Por lo que se refiere a las fases si $m + n = 12$, la

fase es $\delta_n - \delta_m$ y si $m - n$ ó $n - m = 12$, la fase es $\pm (\delta_m - \delta_n)$ con el signo + si $m > n$ y con el - en caso contrario. (Son las mismas reglas que se han dado para el cálculo de la curva de la potencia.)

El resto del cálculo es más sencillo que el correspondiente a la curva de la potencia, puesto que ahora los términos de la misma frecuencia se agrupan de dos en dos. En las columnas sexta y séptima están las amplitudes *M* y sus fases *a*, y en las siguientes los senos y cosenos de *a* y los productos *M* sen *a*, *M* cos *a*. La deducción de *N* y de *γ* es tan sencilla que no necesita explicación.

En la tabla 20 se desarrolla el cálculo de la ecuación de la curva *e*, su primera parte está dedicada a la formación de los

TABLA 20

Cálculo de la ecuación de la componente e_i de la curva de la potencia.
(Descomposición de la curva de la fuerza electromotriz.)

	I_n	E''_m	$\hat{z}_n$	I_1	I_3	I_5	I_7	I_9	I_{11}	I_{13}	I_{15}	I_{17}
1	29,627	30,178	66°9	894,08	116,67	13,85	6,37	4,68	4,925	6,465	5,675	1,57
3	3,866	0,946	83°5	28,03	3,66	0,43	0,20	0,15	0,15	0,20	0,18	0,05
5	0,459	— 1,663	131°0	— 49,27	— 6,425	— 0,76	— 0,35	— 0,26	— 0,27	— 0,355	— 0,31	— 0,09
7	0,211	— 0,0710	107°1	— 2,11	— 0,27	— 0,03	— 0,015	— 0,01	— 0,01	— 0,01	— 0,01	— 0,00
9	0,155	0,353	104°6	10,46	1,36	0,16	0,07	0,055	0,06	0,075	0,07	0,02
11	0,163	— 0,137	169°7	— 4,06	— 0,53	— 0,06	— 0,03	— 0,02	— 0,02	— 0,03	— 0,03	— 0,01
13	0,214	1,231	129°1	36,32	4,76	0,56	0,26	0,19	0,20	0,26	0,23	0,06
15	0,188	— 0,173	229°1	— 5,155	— 0,67	— 0,08	— 0,035	— 0,03	— 0,03	— 0,04	— 0,03	— 0,01
17	0,052	0,155	308°0	— 4,585	— 0,60	— 0,07	— 0,03	— 0,025	— 0,025	— 0,03	— 0,03	— 0,01

Cálculo del término correspondiente a 12 pt.

m	n	$E''_m I_n$	$\delta_m + \delta_n$	$\pm (\delta_m - \delta_n)$	Amplitudes. M	Fases. α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$M \sin \alpha$	$M \cos \alpha$
11	1	-4,06	236°6		0,865	236,6	-0,8348	-0,5505	-0,72	-0,48
1	11	4,925	"		-29,855	62,2	0,8846	0,4664	-26,41	-13,92
13	1	-36,32		62°2	1,51	188,1	-0,1409	-0,9900	-0,21	1,49
1	13	6,465		"	0,85	145,6	0,5650	-0,8251	0,48	-0,70
9	3	1,36	188°1		-0,38	238,1	-0,8490	-0,5284	0,32	0,20
3	9	0,15	"		-0,02	177,0	0,0523	0,9985		0,02
15	3	0,67		145°6						
3	15	0,18		"						
7	5	-0,03	238°1						-26,54	-16,37
5	7	-0,35	"							
17	5	0,07		177°0						
5	17	-0,09	"							

$$N = \sqrt{26,54^2 + 16,37^2} = 31,18$$

$$\tan \gamma = \frac{-26,54}{-16,37}$$

$$\gamma = 238°,4$$

Comprobación del término correspondiente a 12 pt.

Componente.	Amplitudes. M	Fases. α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$M \sin \alpha$	$M \cos \alpha$
$e_1 i$	17,83	348°7	-0,1959	0,9806	-3,49	17,48
$e_2 i$	31,18	238°4	-0,8517	-0,5240	-26,54	-16,37
					-30,03	-1,11

Con la curva de la potencia:

$$N = 30,12$$

$$\gamma = 271°,9$$

$$N = \sqrt{30,03^2 + 1,11^2} = 30,05$$

$$\tan \gamma = \frac{-30,03}{1,11}$$

$$\gamma = 272°,1$$

productos $E''_m I_n$ en forma análoga á como se ha hecho en la 19 para los productos $E'_m I_n$. La segunda parte comprende el cálculo del término relativo á 12 pt.

Por virtud de la ecuación

$$2 \sin(n pt - \delta_n) \cos(m pt - \delta_m) = \sin[(m + n) pt - (\delta_m + \delta_n)] + \sin[(n - m) pt - (\delta_n - \delta_m)]$$

es evidente que los productos en que $(m + n) = 12$ conservan su signo, lo mismo que aquellos en que $(n - m) = 12$, mientras que á los productos en que $(m - n) = 12$ hay que cambiarles el signo. Por lo que hace á las fases, si $(m + n) = 12$, la fase es $(\delta_m + \delta_n)$, si $(n - m) = 12$ es $(\delta_n - \delta_m)$ y si $(m - n) = 12$ es $(\delta_m - \delta_n)$.

Lo mismo que antes, los términos relativos á la misma fase se agrupan de dos en dos. El cálculo de N y de γ se detalla en la Tabla.

La última parte de la tabla 20 es la comprobación de los términos relativos á 12 pt de las curvas $e_1 i$ y $e_2 i$, cuya suma ha de ser igual al término de la misma frecuencia en la ecuación de la potencia total (ejemplo 12). En el caso estudiado, la suma de dichos términos es 30,05 sen (12 pt - 272°,1) y el valor calculado en el ejemplo 12 es 30,12 sen (12 pt - 271°,9). La comprobación es muy interesante, pero el que no resulte no es señal de que las ecuaciones $e_1 i$ y $e_2 i$ estén equivocadas.

(Continuará.)