

terrenos análogos, tales como el faro de Buda, el muelle de la Compañía de Tharsis y varios puentes del ferrocarril de esta Compañía y aun de la de Riotinto, aconsejó y convenció á esta Compañía de qué debía disminuir la carga en el terreno de apoyo de su muelle, y con tal fin se construyeron unas plataformas de madera que, adosadas á los pilares, reducen la carga á 0,35 kilogramos.

Examen de las obras y conclusiones que se deducen de éste y de las experiencias anteriores.—Del examen de estas obras resulta, desde luego, demostrado que las experiencias del macizo y del pilote de roscas, dieron resultados completamente equivocados, puesto que es indudable que el terreno, á poco que se profundice, sufre sin deformarse cargas de 2 kilogramos por centímetro cuadrado.

Pero si esto es evidente, no lo es que los 2 kilogramos sean el límite de la carga admisible, pues la práctica local no lo ha demostrado así, y en cambio sabemos que los Ingenieros ingleses, muy habituados á esta clase de obras, admiten hasta 4,40 kilogramos por centímetro cuadrado, según dice el ilustre Ingeniero D. Lucio del Valle en una Memoria que publicó en la Revista de Obras Públicas, en 1861.

«De un modo ó de otro, siendo un hecho incontestable que este terreno se puede cargar con los pilotes de rosca á 2 kilogramos por centímetro cuadrado, y que á esta carga producida por el peso propio del pilote más el de la construcción que sustenta y el de la sobrecarga de prueba, hay que añadir el de la columna de terreno y de agua que directamente insiste sobre las hélices, el cual representa, próximamente, otros 2 kilogramos para la misma unidad superficial, llegamos á la conclusión de que pueden construirse aquí muelles de fábrica, toda vez que, como después veremos, no es difícil proyectarlos de modo que, teniendo en cuenta el empuje del terraplén en las peores condiciones, la resultante en el terreno produzca bastante menos presión de los 4 kilogramos que resultan bajo las hélices de las columnas.»

Para que el Ingeniero que suscribe haya llegado á penetrarse de la exactitud de esta conclusión, han sido necesarios varios años de observación y de estudio, porque los nombres de Ingenieros tan ilustres como los Clemente, Molini y Rodríguez Leal, sugestionaban su inteligencia y quizás no hubiera llegado á esta

atrevida deducción si la misma Real orden de 11 de Agosto de 1880, aprobando condicionalmente el proyecto primitivo de D. Carlos María Cortés, no expresara, de acuerdo con la Junta consultiva, que era aprobable el muelle de fábrica, con tal que antes que fueran aprobados los detalles del sistema de construcción, se hicieran experiencias para conocer la resistencia del terreno y poder determinar la anchura de la base del muro y la sección transversal más conveniente.

FRANCISCO MONTENEGRO,
Ingeniero Director de las obras del puerto de Huelva.

(Continuará.)

ANÁLISIS DE LAS CURVAS DE LAS CORRIENTES ALTERNAS

MÉTODO DE FOURIER—MÉTODO DE RUNGE SIMPLIFICACIÓN DE LOS CÁLCULOS (1)

POR

F. W. GROVER

VERSIÓN ESPAÑOLA

POR

B. O. R.

INGENIERO DE CAMINOS

- III. Modelos para hacer los análisis: 1. Disposición de los cálculos. 2. Comprobación de los cálculos. 3. Cálculo de la amplitud y de la fase de las armónicas. 4. Elección del número de ordenadas.

III. Modelos para hacer los análisis.

1.—DISPOSICIÓN DE LOS CÁLCULOS.

Las consideraciones anteriores son el fundamento de los modelos que se presentan á continuación para el análisis armónico de curvas en función de los valores de 6, 12 ó 18 ordenadas equidistantes en cada medio período. Cuando hay muchas curvas que analizar convendrá hacer una tirada impresa de dichos modelos.

TABLA 1.ª

Modelo para seis ordenadas.

ORDENADAS	Sumas.	Diferencias.		TÉRMINOS CON SENOS		TÉRMINOS CON COSENOS	
				1ª y 5ª	3ª	1ª y 5ª	3ª
y_0		d_0					
$y_1 \quad y_5$	s_1	d_1	sen 30°	s_1		d_2	
$y_2 \quad y_4$	s_2	d_2	» 60°	s_2		d_1	
y_3	s_3		» 90°	s_3	$s_1 - s_2$	d_0	$d_0 - d_2$
			SUMAS...	$S_i \quad S_p$	S	$D_i \quad D_p$	D
				$A_1 = \frac{S_i + S_p}{3}$	$A_3 = \frac{S}{3}$	$B_1 = \frac{D_i + D_p}{3}$	$B_3 = \frac{D}{3}$
				$A_5 = \frac{S_i - S_p}{3}$		$B_5 = \frac{D_i - D_p}{3}$	

(1) Véase el número anterior.

TABLA 2.^a
Modelo para doce ordenadas.

ORDENADAS	Sumas.	Dife- rencias.		TÉRMINOS CON SENOS						TÉRMINOS CON COSENOS					
				1º y 11º		3º y 9º		5º y 7º		1º y 11º		3º y 9º		5º y 7º	
y_0		d_0	sen 15º » 30º » 45º » 60º » 75º » 90º	s_1				s_5		d_1				d_1	
y_1	y_{11}	s_1			s_2				s_2	d_2					d_2
y_2	y_{10}	s_2		s_3		s_1		$-s_3$		d_3		$\hat{c}_1$		d_3	$-d_3$
y_3	y_9	s_3			s_4			$-s_4$		d_4				d_4	
y_4	y_8	s_4		s_5				s_1		d_5		$\hat{c}_2$		d_5	
y_5	y_7	s_5			s_6			s_6		d_6				d_6	
y_6		s_6													
				S'_1	S'_p	S_i	S_p	S''_1	S''_p	D'_1	D'_p			D''_1	D''_p
$\sigma_1 = s_1 + s_5 - s_3$				$A_1 = \frac{S'_1 + S'_p}{6}$		$A_3 = \frac{S_i + S_p}{6}$		$A_5 = \frac{S''_1 + S''_p}{6}$		$B_1 = \frac{D'_1 + D'_p}{6}$		$B_3 = \frac{\hat{c}_2 + \hat{c}_1}{6}$		$B_5 = \frac{D''_1 + D''_p}{6}$	
$\sigma_2 = s_2 = s_6$				$A_{11} = \frac{S'_1 - S'_p}{6}$		$A_{13} = \frac{S_i - S_p}{6}$		$A_{15} = \frac{S''_1 - S''_p}{6}$		$B_{11} = \frac{D'_1 - D'_p}{6}$		$B_{13} = \frac{\hat{c}_2 - \hat{c}_1}{6}$		$B_{15} = \frac{D''_1 - D''_p}{6}$	

TABLA 3.^a
Modelo para dieciocho ordenadas.

ORDENADAS				Sumas	Dife- rencias.	TÉRMINOS CON SENOS									
						1° y 17°		3° y 15°		5° y 13°		7° y 11°		9°	
y_0				s_1	d_0	sen 10° » 20° » 30° » 40° » 50° » 60° » 70° » 80° » 90°	s_1				$-s_7$		$-s_5$		
y_1	y_{17}			s_2	d_1			s_2			$-s_4$		$-s_6$		
y_2	y_{16}			s_3	d_2			s_3	s_1		s_5		$-s_3$		
y_3	y_{15}			s_4	d_3			s_4			s_6		s_2		
y_4	y_{14}			s_5	d_4			s_5			s_1		s_7		
y_5	y_{13}			s_6	d_5			s_6		s_2	$-s_6$		s_6		
y_6	y_{12}			s_7	d_6			s_7		s_3	s_5		s_1		
y_7	y_{11}			s_8	d_7			s_8		s_4	$-s_9$		$-s_4$		
y_8	y_{10}			s_9	d_8			s_9		s_5	s_6			Σ	
							S'_1	S'_p	S''_1	S''_p	S'''_1	S'''_p	S^{IV}_1	S^{IV}_p	$A_9 = \frac{\Sigma}{9}$
$\sigma_1 = s_1 + s_5 - s_7$							$A_1 = \frac{S'_1 + S'_p}{9}$		$A_3 = \frac{S''_1 + S''_p}{9}$		$A_5 = \frac{S'''_1 + S'''_p}{9}$		$A_7 = \frac{S^{IV}_1 + S^{IV}_p}{9}$		
$\sigma_2 = s_2 + s_4 - s_8$				$\Sigma = \sigma_1 - \sigma_5$			$A_{17} = \frac{S'_1 - S'_p}{9}$		$A_{15} = \frac{S''_1 - S''_p}{9}$		$A_{13} = \frac{S'''_1 - S'''_p}{9}$		$A_{11} = \frac{S^{IV}_1 - S^{IV}_p}{9}$		
$\sigma_5 = s_5 - s_9$															

TÉRMINOS CON COSENIOS													
		d_8		d_7		d_2		d_4		d_1			
$\tilde{c}_0 = d_0 - d_6$	cos 10° » 20° » 30° » 40° » 50° » 60° » 70° » 80° » 90°	d_6		d_5		d_6		d_1		$-d_7$			
$\tilde{c}_1 = d_1 - d_5 - d_7$		d_4		d_3		d_8		d_1		$-d_2$		$-d_5$	
$\tilde{c}_2 = d_2 - d_4 - d_8$		d_2		d_3		$-d_4$		$-d_3$		$-d_8$		d_5	
$\Delta = \tilde{c}_0 - \tilde{c}_2$		d_0		d_1		d_0		d_7		d_0			Δ

En la primera casilla de estos modelos se anotan las longitudes de las ordenadas, dispuestas en dos columnas y en el orden indicado; en la segunda se escriben las sumas, y en la tercera las diferencias de las ordenadas que están en la misma línea; en la cuarta figuran las líneas trigonométricas necesarias para los cálculos; en las restantes se expresan de una manera convencional los productos que se han de hacer, para lo cual se conviene en que cada una de las cantidades s_m ó d_m se ha de multiplicar por el seno del ángulo que está en su misma línea a la izquierda. Los productos necesarios para el cálculo de un coeficiente cualquiera se colocan a la derecha ó a la izquierda de la casilla correspondientes, según dependan de las ordenadas pares ó de las impares. Así, por ejemplo, en el cálculo de las armónicas 5.^a y 7.^a del modelo, para 12 puntos hay que hacer los productos s_5 sen 15°, — s_3 sen 45° y s_1 sen 75° y sumarlos para obtener S'_5 ; S'_7 es, a su vez, la suma de los productos s_7 sen 30°, — s_5 sen 60° y s_3 sen 90°. En los modelos para 12 puntos los coeficientes A_3 , A_5 , B_3 y B_5 se obtienen de una manera especial, que se comprende con facilidad con la sola inspección de la Tabla, y que se explicará con algún detalle más adelante.

Para facilitar los cálculos numéricos se han formado unas Tablas (apéndice A) que tienen los productos de los senos que figuran en los modelos por todos los números enteros hasta 100 con tres cifras decimales. La interpolación se puede hacer como se indica en el ejemplo siguiente:

Ordenada = 74,39

Sen 70°.

Se entra en la columna 7.^a con los argumentos 74 y 39:

$$\begin{array}{r} 74 \times \text{sen } 70^\circ = 69,538 \quad 39 \times \text{sen } 70^\circ = 36,648 \\ 0,39 \times \text{sen } 70^\circ \quad 0,366 \\ \hline 74,39 \times \text{sen } 70^\circ \quad 69,904 \end{array}$$

Los productos correspondientes a sen 90° y sen 30° se hacen directamente, sin necesidad de tablas.

En los trabajos de esta naturaleza es indispensable disponer de algún medio fácil que permita comprobar los resultados numéricos obtenidos y tener idea de su precisión, el cual en el caso presente existe y es sencillo. Las ecuaciones que se escriben a continuación establecen un número suficiente de relaciones entre los coeficientes y las ordenadas para deducir de ellas el grado de precisión de los coeficientes calculados.

Comprobación de los cálculos.

ANÁLISIS CON SEIS ORDENADAS

$$\begin{aligned} y_6 &= (B_1 + B_5) + B_3 \\ y_3 &= (A_1 + A_5) - A_3 \\ s_2 &= 2(A_1 - A_5) \text{ sen } 60^\circ \\ d_4 &= 2(B_1 - B_5) \text{ sen } 60^\circ \end{aligned} \quad (10)$$

ANÁLISIS CON DOCE ORDENADAS

$$\begin{aligned} y_6 &= (B_1 + B_{11}) + (B_3 + B_9) + (B_5 + B_7) \\ y_3 &= (A_1 - A_{11}) - (A_3 - A_9) + (A_5 - A_7) \\ s_3 &= 2 \text{ sen } 45^\circ [(B_1 - B_{11}) - (B_3 - B_9) - (B_5 - B_7)] \\ d_3 &= 2 \text{ sen } 45^\circ [(A_1 + A_{11}) + (A_3 + A_9) - (A_5 + A_7)] \\ d_2 &= 2 \text{ sen } 60^\circ [(B_1 + B_{11}) - (B_3 + B_9)] \\ s_4 &= 2 \text{ sen } 60^\circ [(A_1 - A_{11}) - (A_3 - A_9)] \end{aligned} \quad (11)$$

La primera y la tercera de las ecuaciones (11) sirven para comprobar los coeficientes B , y la segunda y la cuarta los A , porque si las sumas y las diferencias de los coeficientes complementarios son exactas, también lo serán cada uno de ellos; pero

si no se satisfacen dichas ecuaciones no se puede determinar el coeficiente que da lugar al error, aunque en este caso las dos últimas ecuaciones pueden prestar alguna ayuda, puesto que en ellas no entran A_3 , A_5 , B_3 y B_5 . De modo que cuando el análisis se hace con 12 ordenadas la comprobación no es tan segura como cuando son seis los puntos.

ANÁLISIS CON DIECIOCHO ORDENADAS

$$\begin{aligned} y_6 &= (B_1 + B_{17}) + (B_3 + B_{15}) + (B_5 + B_{13}) + (B_7 + B_{11}) + B_9 \\ y_3 &= (A_1 + A_{17}) + (A_3 + A_{15}) + A_5 - (A_7 + A_{13}) - (A_9 + A_{11}) \\ d_3 &= 2 \text{ sen } 60^\circ [(B_1 - B_{17}) - (B_3 - B_{15}) - (B_5 - B_{13})] \\ s_4 &= 2 \text{ sen } 60^\circ [(A_1 - A_{17}) - (A_3 - A_{15}) + (A_7 - A_{11})] \end{aligned} \quad (12)$$

Se empieza por aplicar las dos primeras ecuaciones (12) y si quedan satisfechas, las sumas de los coeficientes complementarios son exactas, lo cual, a su vez, demuestra que las cantidades S_1 y D_1 están bien calculadas. La tercera ecuación es una comprobación del cálculo de las cantidades D_p , de las que dependen los coeficientes complementarios B , y la cuarta comprueba las cantidades S_p . El sistema de comprobación que establecen las ecuaciones (10), (11) y (12) sirve, no tan sólo para dar idea del grado de precisión con que se han obtenido los coeficientes, sino que en el caso de no quedar satisfecho por haberse cometido alguna equivocación, indican entre límites relativamente próximos cuáles son los cálculos que deben rehacerse. Las únicas combinaciones de coeficientes que no entran en las ecuaciones (12) son las diferencias de las armónicas de tercero y quinto orden, cuyos cálculos son tan sencillos que, en caso de duda, lo más breve es repetirlos. Como en los productos comprendidos en $A_3 - A_{13} = S'_7$ y en $B_1 - B_{13} = D'_7$, uno de los factores es sen 30° ó sen 90°, hay menos probabilidades de cometer errores al hacer dichos productos que al aplicar las ecuaciones (12).

Siempre se deben comprobar los análisis porque a pesar de que para su realización sólo hay que hacer operaciones aritméticas muy sencillas, es imposible evitar los errores de cálculo que la comprobación pone en seguida de manifiesto a costa de un trabajo muy pequeño compensado con exceso con la gran confianza que adquieren los resultados.

3.—CÁLCULO DE LA AMPLITUD Y DE LA FASE DE LAS ARMÓNICAS.

Después de obtenidos y comprobados los valores de los coeficientes A_k y B_k , de la serie de Fourier (2), hay que calcular, en función de dichos coeficientes, las amplitudes y las fases de todas las armónicas. A este objeto se designará por C_k la amplitud de la armónica de orden k y por θ_k la diferencia entre la fase de esta armónica y la fase de referencia, que es la de la ordenada y_0 . Si se escribe $A_k = C_k \cos \theta_k$ y $B_k = C_k \sin \theta_k$, de una manera general, se tendrá:

$$\begin{aligned} A_k \text{ sen } kpt + B_k \cos kpt &= C_k \text{ sen } (kpt - \theta_k) \\ &= C_k \text{ sen } k(pt - \tau_k) \end{aligned}$$

$$C_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}$$

$$\text{tg } \theta_k = \frac{-B_k}{A_k} \quad \varphi_k = \frac{\theta_k}{k}$$

El cuadrante de θ_k se determina por la consideración única de que los signos del numerador y del denominador del valor de $\text{tg } \theta_k$ son los de sen θ_k y cos θ_k , respectivamente. La fase de una armónica cualquiera C_k , con relación a la fundamental, evaluada en función del periodo de ésta es $(\theta_1 - \tau_k)$; para trasladar el origen de modo que toda la curva quede referida al punto cero de la fundamental se hará $\theta_1 = 0$ y se restará θ_1 del va-

lor de φ_k correspondiente á cada armónica. θ_k expresa la diferencia de fase entre la armónica y el punto de referencia en función del período de ella misma. Se empleará θ_k ó φ_k , según las circunstancias.

4.—ELECCIÓN DEL NÚMERO DE ORDENADAS

Con el empleo de los modelos descritos el análisis armónico de una curva se hace con poco trabajo y en poco tiempo. Como indicación de la labor necesaria se dirá que con 6 ordenadas hay que ir dos veces á la tabla de multiplicar, con 12, catorce, y con 18, cuarenta, que las sumas y las restas exigen en cada caso la mitad de tiempo que las multiplicaciones, y, por último, que en el cálculo completo de todos los coeficientes se emplean diez minutos en el primer caso y unos cuarenta y cinco en el tercero.

Lo primero que hay que discutir al emprender el análisis armónico de una curva es la cuestión relativa al número de ordenadas que conviene medir, y en función de las cuales se han de calcular los coeficientes, número que, como es natural, depende de la naturaleza de la curva y del grado de precisión que se desee obtener. Por ejemplo, si se trata de una curva que no tiene ondulaciones de período corto y que es muy poco diferente de una senoide, bastarán las cinco armónicas primeras y se adoptará, por lo tanto, el modelo para 6 ordenadas; si, por el contrario, la curva es irregular, y sobre todo si las ondulaciones que presenta tienen un período corto con relación al de la curva fundamental, será indispensable extender el análisis hasta las armónicas de grados elevados. Sin embargo, no es siempre cosa fácil la determinación del orden más elevado de las armónicas que ha de comprender el análisis. Ocurre con frecuencia que existen varias armónicas del mismo orden, aproximadamente, y en este caso la curva presentará una elevación brusca en el sitio donde los máximos positivos de dichas armónicas coinciden y una depresión, brusca también, hacia el sitio donde se suman los negativos: en casos como éste el examen de la curva no será suficiente para fijar el número y la naturaleza de las armónicas existentes. Las curvas de la f. e. m., correspondientes á inducidos dentados, contienen algunas armónicas que se pueden predecir con muchas probabilidades de acierto; así, por ejemplo, si el núcleo del inducido tiene 13 dientes por par de polos de los campos, es muy probable que se halle presente la armónica de orden 13, y si tuviera 12 se podría asegurar la existencia de las de orden 11 y 13.

Quando se desea tener la absoluta seguridad de que no existen armónicas de un orden superior al considerado en el análisis, se comparan los valores de ordenadas comprendidas entre las que han servido de base á éste, deducidos directamente de la curva primitiva los unos y en función de los coeficientes calculados los otros, comparación que hay que hacerla en bastantes ordenadas, porque puede ocurrir que en alguna se compensen dos

armónicas ó en ella pasen por cerca de sus mínimos. La cuestión es bastante complicada, porque la presencia de armónicas de orden más elevado que el de las que comprende el análisis da lugar á que la ecuación deducida para la más alta no sea la verdadera, sino otra distinta, que debe corregirse por la influencia de las armónicas más elevadas en las fases de las ordenadas fundamentales.

El cálculo de las ordenadas comprendidas entre dos de las que sirven de base para el análisis en función de las armónicas conocidas, puede ser bastante sencillo si aquéllas se eligen convenientemente.

La deducción de los modelos que comprende la tabla 4.^a no ofrece dificultad alguna, y en ellos se ha adoptado la misma nomenclatura que en las tablas precedentes.

Por ejemplo, para obtener el valor de la ordenada y_{30} , que dista 50° de la fundamental y_0 , hay que realizar ciertas operaciones con los coeficientes deducidos al hacer el análisis, que son: multiplicar A_3 por $\sin 30^\circ$, $-A_5$ por $\sin 70^\circ$, etc., formar con los productos dos sumas M_5 y N_5 , cuya suma ($M_5 + N_5$) es el valor de la ordenada y_{30} , y cuya diferencia ($M_5 - N_5$) es el de la complementaria y_{130} .

La comparación de estos valores con los que se obtienen midiendo dichas ordenadas en la curva primitiva dará idea del grado de precisión del análisis.

Ocurrirá algunas veces que exista resonancia más ó menos completa en una armónica de frecuencia grande, que dará á la curva una apariencia ondulada que puede servir para establecer su orden con bastante seguridad. Así, por ejemplo, si por la frecuencia de las ondulaciones se puede admitir, desde el punto de vista práctico, que la f. e. m. tiene una componente cuya frecuencia es veintiuna veces la de la fundamental, la amplitud y la fase de dicha armónica se pueden obtener en función de 22 ordenadas equivalentes por media onda, y calculando directamente los coeficientes A_{21} y B_{21} con las ecuaciones (7). Es muy conveniente en este caso volver á calcular la armónica con otra serie de 22 ordenadas, porque no se puede tener la seguridad de que no haya otras armónicas que tengan, aproximadamente, la misma frecuencia. Véase el ejemplo 3.^o

Quando hay duda, to los estos cálculos exigen tanto tiempo como el análisis completo, razón por la cual es indudable que siempre convendrá elegir el modelo de análisis que comprenda todas las armónicas que razonablemente puedan existir en la curva de que se trata. Si un segundo análisis con el mismo modelo, pero con otra serie de ordenadas, está conforme con el primero se podrá asegurar que las armónicas obtenidas son en número suficiente. Afortunadamente, rara vez se presentan en la mayoría de los casos armónicas de orden superior al 15: únicamente cuando hay resonancia podrán tener importancia las armónicas superiores.

TABLA 4.^a
CÁLCULO DE ORDENADAS INTERMEDIAS
Seis ordenadas.

sen 15°	A_1	B_5			A_5	B_1
» 45°	A_3	B_3	$(A_1 + A_3 - A_5)$	$(B_1 - B_3 - B_5)$	$-A_3$	$-B_2$
» 75°	A_5	B_1			A_1	B_5
SUMAS.....	M_1	N_1	M_2	N_2	M_3	N_3
	$y_{15} = M_1 + N_1$		$y_{45} = M_2 + N_2$		$y_{75} = M_3 + N_3$	
	$y_{165} = M_1 - N_1$		$y_{135} = M_2 - N_2$		$y_{105} = M_3 - N_3$	

Doce ordenadas.

sen 10°	A_1	$-B_3$	$(B_7 + B_{11})$	$-(A_7 + A_{11})$	$-A_9$	B_1
» 20°	$(B_7 - B_{11})$	A_1	$-A_3$	$-B_5$	B_1	$-(A_7 + A_{11})$
» 30°	A_3	B_3	$-B_3$	A_9	$-A_3$	$-B_3$
» 40°	B_3	$(A_7 - A_{11})$	A_1	B_1	$-(B_7 - B_{11})$	A_3
» 50°	A_5	$-(B_7 + B_{11})$	B_1	A_1	$(A_7 + A_{11})$	B_3
» 60°	B_3	A_3	A_3	$-B_3$	$-B_3$	$-A_3$
» 70°	$(A_7 + A_{11})$	B_1	$-B_3$	$-A_3$	A_1	$-(B_7 + B_{11})$
» 80°	B_1	A_3	$-(A_7 - A_{11})$	$(B_7 - B_{11})$	B_3	A_1
» 90°	A_9	B_9	B_9	A_9	$-A_9$	B_9
SUMAS.....	M_1	N_1	M_3	N_3	M_5	N_5
$M + N$	y_{11}	y_{20}	y_{40}	y_{50}	y_{70}	y_{80}
$M - N$	y_{170}	y_{160}	y_{140}	y_{130}	y_{110}	y_{100}

Dieciocho ordenadas.

sen 15°	a_1	b_3	a_3	b_1
» 45°	a_2	b_2	$-a_2$	$-b_2$
» 75°	a_3	b_1	a_1	b_3
SUMAS.....	M_1	N_1	M_3	N_3
	$y_{15} = M_1 + N_1$	$y_{45} = a + \beta$	$y_{75} = M_3 + N_3$	
	$y_{135} = M_1 - N_1$	$y_{135} = a - \beta$	$y_{105} = M_3 - N_3$	

$$a_1 = A_1 + A_{11} - A_{13}$$

$$a_2 = A_2 + A_9 - A_{15}$$

$$a_3 = A_2 + A_7 - A_{17}$$

$$b_1 = B_1 - B_{11} - B_{13}$$

$$b_2 = B_3 - B_9 - B_{15}$$

$$b_3 = B_5 - B_7 - B_{17}$$

$$\alpha = a_1 + a_2 - a_3$$

$$\beta = b_1 - b_2 - b_3$$

(Se continuará.)

Revista de las principales publicaciones técnicas.

Rio alcantarilla.

La ciudad de Baltimore (Estados Unidos) acaba de resolver un problema hidráulico y de alcantarillado bastante difícil, del que dan cuenta las *Engineering News*, de las que tomamos esta nota.

El centro comercial de Baltimore está atravesado por un curso de agua llamado Jones' Falls, cuyo caudal normal es bastante pequeño, pero que en caso de crecida puede llegar a 425 metros cúbicos por segundo.

Este curso de agua había venido a ser una verdadera alcantarilla al descubierto.

Hace algunos años se gastó una decena de millones de fran-

cos para mejorar el régimen del río construyendo unos muros de sostén en ambas orillas. El fondo rocoso se conservó en su estado primitivo.

En 1905, la Comisión de las alcantarillas de Baltimore emprendió la construcción de una red completa de alcantarillas en la Cité. El plan estaba concebido de manera de impedir la entrada de las aguas de lluvia y de las aguas sucias en el curso de agua de Jones' Falls que se encontraba así desembarazado de su principal causa de contaminación, pero como seguía al descubierto el curso de agua a través de la población, continuaba expuesto a numerosas causas de contagio.

Para remediar este inconveniente, como también con el ob-