

REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS

PUBLICACION TECNICA DEL CUERPO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

DIRECTOR

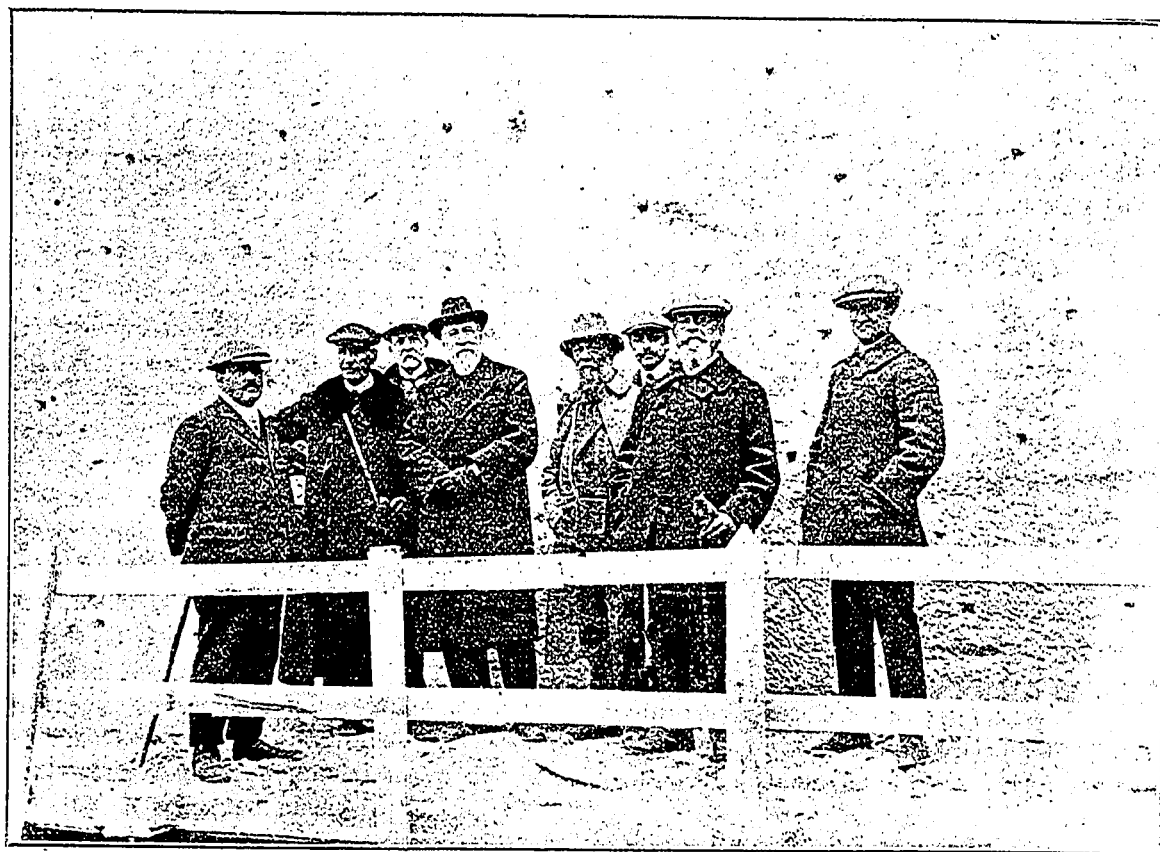
D. MANUEL MALUQUER Y SALVADOR

COLABORADORES

LOS INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

SE PUBLICA LOS JUEVES

Dirección y Administración: Plaza de Oriente, 6, primero derecha.



Fotografía obtenida durante la visita del Subdirector de Obras públicas, Sr. D. Rufo G. Rendueles, al pantano de La Peña. A la izquierda de la fotografía el Ingeniero Director de las obras, D. Severino Bello. (En el número próximo publicaremos una interesante información gráfica de dichas obras.)

PRINCIPIOS DE LA MODERNA PEDAGOGÍA MATEMÁTICA ⁽¹⁾

POR

D. LUIS GAZTELU

Ingeniero de caminos, canales y puertos, profesor de la Escuela especial del Cuerpo.

LA ENSEÑANZA MATEMÁTICA ELEMENTAL EN ESPAÑA ⁽²⁾

Influencia de la enseñanza elemental en los estudios científicos superiores y en los técnicos.

Procede ahora estudiar las aplicaciones á España de todo lo expuesto en los capítulos precedentes, y es evidente que no es posible concretar este estudio á la enseñanza de la Escuela de Ingenieros de Caminos.

⁽¹⁾ Véase el número 1.963.

⁽²⁾ Después de hacer el Sr. Gaztelu un detenido estudio del Colegio Imperial de Ciencias y de Tecnología de Londres y de las Escuelas de Manchester y Edimburgo, se ocupa de la enseñanza matemática en España, que copiamos.—(N. de la R.)

Esta Escuela, como todas las de estudios superiores, admite alumnos que han cursado ya sus estudios generales, y en todas influyen forzosa y directamente los de la primera enseñanza, y más ó menos indirectamente los de la segunda.

Algunas escuelas, como la nuestra, exigen los estudios de la segunda enseñanza. Otras muchas, quizás por juzgarlos deficientes, prescinden de ellos y parece que aspiran á aislarse y evitar su influencia.

Mas no lo consiguen, porque, al proceder así, sus alumnos carecen de ciertos estudios que no encuentran en otra parte y son necesarios para poseer la indispensable cultura general; esta omisión prueba claramente que existe una influencia de la segunda enseñanza en los estudios de esas escuelas.

Es de mucha importancia para mi objeto la enseñanza en las Academias preparatorias para las escuelas civiles y Academias

militares en general; pero prescindiré de las escuelas de artes y oficios, de las de comercio, normales, etc., teniendo presente que la gran masa de los que continúan el estudio de las matemáticas en sus ramas superiores y en sus aplicaciones procede de la primera enseñanza, de los Institutos de segunda enseñanza y de las Academias preparatorias.

El punto de vista que he de adoptar en este estudio es concreto y bien definido. Trataré de averiguar la situación de esas enseñanzas en general, hasta donde sea necesario para contrastarlas con los principios expuestos en los dos primeros capítulos, examinando hasta qué punto se ajustan á aquellos principios y cómo deben ser reformadas para orientarlas en la dirección marcada por las modernas tendencias pedagógicas.

La primera enseñanza.

Los conocimientos matemáticos que se adquieren en la primera enseñanza no pasan generalmente de la ejecución más ó menos premiosa de las primeras operaciones de la Aritmética. Y no puede menos de ser así, porque generalmente los niños abandonan prematuramente estos estudios, lo cual es muy perjudicial, sobre todo por haber tenido siempre en España la segunda enseñanza un carácter demasiado elevado, por la tendencia que se ha observado á adoptar en ella, desde los primeros años, procedimientos más adecuados á la enseñanza superior que á la educación de niños de tan corta edad.

No se crea de ningún modo que sea insignificante la influencia de la instrucción primaria en los estudios de los futuros matemáticos, Ingenieros, militares, etc., etc. A ella principalmente corresponde iniciar á los jóvenes en los hábitos de orden, limpieza y pulcritud en todos los trabajos que emprendan, y muy especialmente en los matemáticos, en los cuales tiene esto una gran importancia, mucho mayor de lo que algunos se figuran. Deberían ya los alumnos, desde esta primera época de sus estudios, acostumbrarse á coleccionar en cuadernos, puestos en limpio y claramente ordenados, todos los problemas de Aritmética y de nociones de Geometría que resuelvan. Si este trabajo no se ha podido terminar al pasar á la segunda enseñanza, en ella debe continuarse hasta que estos hábitos de orden lleguen á constituir, como suele decirse, una segunda naturaleza.

Más adelante se examinará este importante asunto con toda la atención que merece.

La segunda enseñanza.

Al tratar de formar una idea general de la actual situación de esta enseñanza, es imposible dejar de observar que existen en la opinión ciertos prejuicios hostiles á ella, que conducen frecuentemente á juzgarla con pasión y en sentido muy desfavorable.

Mi firme propósito, al verme conducido á tratar de este asunto, es evitar caer en ese extremo y fundar mis juicios en hechos bien comprobados y en autoridades de reconocida competencia.

Es sabido que ninguna de las escuelas especiales y academias militares que exigen algunos conocimientos matemáticos para el ingreso, han aceptado nunca los estudios de la segunda enseñanza, á pesar de que los programas contienen sustancialmente las mismas materias, en lo que generalmente se ha venido llamando Matemáticas elementales.

Las Facultades de Ciencias son la única excepción; en éstas pueden continuar sus estudios los alumnos que poseen el grado de Bachiller sin sufrir nuevo examen de matemáticas. Pero tam-

bién es cierto que los Catedráticos de las Facultades vienen reclamando con insistencia, desde hace muchos años, un examen de ingreso. Muy recientemente han insistido en ello los ilustres Catedráticos del primer año de la Facultad de Ciencias de la Universidad Central, D. Cecilio Jiménez Rueda y D. Luis Octavio de Toledo, en las Memorias que presentaron al Congreso de Cambridge.

Dice el Sr. Jiménez Rueda, Catedrático de Geometría métrica (1):

«Lo que sucede actualmente es que los alumnos convierten el primer año de la Facultad de Ciencias en una preparación; las tres cuartas partes fracasan en sus exámenes, y se ven obligados á repetir el curso; así, muchos de ellos emplean dos ó tres años en aprobar las primeras asignaturas, lo cual es un perjuicio para ellos y también para la enseñanza, porque en vez de tener en cada clase veinte ó treinta alumnos, tenemos más de ciento.»

D. Luis Octavio de Toledo, Catedrático de Análisis matemático, da á entender que muchos de sus alumnos ignoran la práctica de las operaciones más comunes de la Aritmética, como se ve en los párrafos siguientes (2):

«Puedo afirmar categóricamente que, en la actualidad, entran los alumnos en nuestras Universidades en un estado de preparación tan insuficiente y tan ignorantes aun de cosas que yo estudié en la escuela de primeras letras, que la enseñanza se hace muy difícil.

«Este hecho es rigurosamente exacto, y si alguien lo pone en duda, le propongo un experimento cuyos resultados le convencerán mejor que todas las afirmaciones que se pueden hacer. En la primera quincena de Octubre demos á toda la clase, ó solamente á un grupo de alumnos que designe la suerte, una serie de ejercicios ó de problemas sobre quebrados, números ordinarios, fracciones decimales, sistema métrico, proporciones, ecuaciones sencillas de primer grado, etc., etc., y veremos el tanto por ciento de los que hayan resuelto bien las cuestiones propuestas.»

Otra opinión muy autorizada es la del eminente y malogrado profesor D. Juan J. Durán Loriga, quien, en el Congreso de Ciencias celebrado en Zaragoza, en 1909, se expresó en estos términos (3):

«Seamos sinceros y digamos claramente lo que está en la conciencia de todos, y es que *la casi totalidad* de nuestros bachilleres no saben absolutamente nada de la Matemática; preguntados (repetimos que no hablamos de *todos*, sino de una gran mayoría) cómo se encuentra el interés de un capital (sobre todo si hay elementos fraccionarios), un problema sencillo de fondos públicos, ó decídes que inscriban un círculo en un triángulo, si queréis, y recordarán que *estas cosas* las dieron en clase; pero como las llevaron *presas con alfileres* á exámenes, *se les han borrado* por completo. Ahora bien; ¿se dirigen estas palabras á censurar al profesorado español? De ningún modo. Hemos tenido ocasión de sostener estrecha amistad con muchos Catedráticos, y podido juzgar que, en general, sus conocimientos, su interés por la enseñanza, lo que pudiéramos llamar su conciencia profesional, están por completo á la altura de su sagrada misión. Descartemos, pues, en absoluto en lo que vamos á apuntar todo cuanto pueda parecer crítica al profesorado; que quede esto bien sentado; seamos, ante todo, justos.»

Aunque no tengo el honor de tratar á ningún Catedrático de Matemáticas de la segunda enseñanza, quiero aprovechar la ocasión de adherirme en todo á las últimas palabras del Sr. Durán

(1) *L'enseignement des Mathématiques en Espagne*, pág. 42.

(2) *Idem id. id.*, pág. 53.

(3) Asociación española para el progreso de las ciencias. Congreso de Zaragoza. Tomo II, pág. 14.

Lóriga. Sé muy bien que las mejores disposiciones individuales se estrellan contra los obstáculos que oponen una organización mal entendida, hábitos viciosos inveterados que es muy difícil desarraigar, un estado social poco favorable para introducir mejoras y otras muchas circunstancias semejantes.

Donde observe defectos de organización, procedimientos de enseñanza poco recomendables ó cualquier otra cosa semejante que crea censurable, salvando siempre el respeto debido á las personas, la señalaré con igual libertad, ya se trate de un Establecimiento de enseñanza para mí desconocido, ya de la Escuela en que me eduqué y á cuyo servicio he consagrado la mayor parte de mi vida.

Tampoco me he de dejar llevar del vano prurito de despreciar las cosas de España por haber visto otras mejores en el extranjero, lo cual, aunque está muy de moda, considero de pésimo gusto. Mi actitud, cuando censure, será la serena del médico que, cumpliendo un deber profesional, diagnostica una enfermedad para proponer el tratamiento oportuno.

Hábitos de orden, método y limpieza en los trabajos gráficos y escritos.

Pasaré ahora á examinar un punto ya iniciado al tratar de la enseñanza primaria, que es de suma importancia.

En los exámenes de ingreso en la Escuela, he tenido ocasión de observar, muchísimas veces, un descuido muy acentuado en la forma de presentar los ejercicios escritos. Desorden completo, falta de limpieza y pulcritud, cálculos mal dispuestos, omisión sistemática de simplificaciones que saltan á la vista y otros defectos semejantes, que ponen, al que tiene la desgracia de haber contraído tan malos hábitos, en la imposibilidad de ejecutar un cálculo de alguna extensión sin cometer innumerables equivocaciones, y le impiden siempre llegar á los resultados verdaderos. Esto, que es muy general, explica centenares de fracasos en nuestros exámenes de ingreso, que no se deben atribuir á falta de inteligencia ni de aplicación en la preparación próxima, sino á deficiencias en los primeros estudios, en la enseñanza primaria y en la secundaria.

El alumno que se halle en este caso puede considerarse incapaz para el estudio de las ramas superiores de las Matemáticas y de las aplicaciones á las profesiones técnicas, porque rara vez comprenderá su situación, y si la comprende, es muy difícil que se decida á reconstruir su enseñanza matemática empezando por las operaciones de la Aritmética, que es lo que necesita.

A las enseñanzas primaria y secundaria, y no á la de las Academias preparatorias, que para esto es tardía, corresponde inculcar á los alumnos estos hábitos de orden y limpieza en sus trabajos matemáticos, y este es el primer paso, absolutamente indispensable, para poder acometer el estudio de las ramas superiores con algún provecho.

Hace observar el Dr. Young (1) la superioridad que, respecto á este punto, manifiestan los jóvenes franceses y alemanes que han estudiado la segunda enseñanza ó parte de ella en sus respectivos países sobre los americanos, cuando continúan sus estudios en la América del Norte.

«Nuestros jóvenes—dice—son muy inferiores á los franceses y alemanes en esto. Cuando concurren á las escuelas americanas estudiantes que han recibido su educación secundaria en las escuelas francesas y alemanas, la limpieza y pulcritud de sus tra-

bajos bastan, generalmente, para que el profesor pueda adivinar de qué escuelas proceden.

»El profesor de Matemáticas, por sí solo, difícilmente puede poner remedio á este mal, pero puede contribuir en algo. Todos los profesores deben insistir en exigir trabajos limpios y una escritura clara, y deben rechazar sin contemplaciones los ejercicios desaliñados. El hábito de la limpieza sólo puede conseguirse insistiendo en exigirla desde los primeros años. Una vez conseguido persiste como cualquier otro hábito.»

Yo, que hice parte de mis estudios en Francia, en dos épocas diferentes, pude establecer esta misma comparación entre las enseñanzas francesa y española. Estudié en Francia la parte más elevada de la primera enseñanza antes de emprender la segunda enseñanza en España, y después de obtenido el título de Bachiller, repasé en Francia, como preparación para ingresar en la Escuela de Caminos, las Matemáticas elementales, estudiando, además, la Trigonometría esférica, la parte complementaria del Álgebra, la Geometría analítica plana y algunas nociones de Geometría descriptiva. Por dos veces pude así observar la gran importancia que se daba en Francia á los ejercicios y á su presentación correcta, coleccionándolos en cuadernos utilísimos para los repases, que contrastaba con el completo abandono que reinaba en España en esta parte importantísima de la enseñanza.

Cuando entré á formar parte del Profesorado de la suprimida Escuela general preparatoria de Ingenieros y Arquitectos, propuse que se exigieran ejercicios escritos en los exámenes de ingreso, y aunque todos los profesores reconocían su conveniencia, no se pudieron implantar por dificultades de local. Al ser suprimida esta escuela, en 1892, se adoptó este sistema en los exámenes de ingreso en la Escuela de Ingenieros de Caminos, donde constituye ya una costumbre antigua y arraigada. Se puede afirmar que sus resultados han sido beneficiosos, pues hacen inútil é imposible el estudio de memoria, que es el mayor enemigo de la enseñanza matemática; pero lo serían mucho más, si los alumnos viniesen convenientemente preparados por haber sido iniciados en estas costumbres desde la primera y segunda enseñanza, como se practica tradicionalmente en Francia y en Alemania. Ya se ha visto que el Dr. Young atribuye á esto la superioridad de los alumnos que han estudiado en Francia ó en Alemania sobre los americanos.

Programas de matemáticas de la segunda enseñanza.

Empezaré por consignar el resultado mínimo que, á mi juicio, es posible exigir á todos los alumnos de segunda enseñanza, teniendo en cuenta que estudian cuatro cursos de Matemáticas con gran número de lecciones. Claro está que hablo de conocimientos perfectamente asimilados, y adquiridos, de tal modo, que sean permanentes y duraderos.

Deberían hallarse todos, al terminar el cuarto curso, en condiciones de poder emprender con provecho el estudio de las ramas superiores de las Matemáticas sin necesidad de nuevos estudios.

Para ello es necesario y suficiente:

La práctica del cálculo numérico, incluso el logarítmico, con bastante expedición y sobre todo con la seguridad de obtener resultados exactos. Expedición en el cálculo algebraico y trigonométrico elemental, incluyendo la resolución numérica de los triángulos rectilíneos.

Conocimiento de las proposiciones usuales de la Geometría elemental, con mucha práctica en la resolución de problemas métricos en que se trate de calcular longitudes de segmentos de—

(1) *The Teaching of Mathematics*, pág. 143.

finidos por los datos, y finalmente, mucha familiaridad con las áreas y volúmenes.

Este mínimo es necesario para los que han de continuar los estudios, y, puesto que estudian cuatro años, se debe exigir también a los que aspiran a ser médicos, abogados, farmacéuticos, etcétera. Si se aplica el coeficiente de reducción por causa de olvido, que en el caso de abandonar totalmente estos estudios suponen una rebaja muy considerable, bien pocas matemáticas les quedarán. Pero, si se insiste en que es demasiado, se impondrá la formación de dos grupos, y a los que no necesiten tantas matemáticas, se les deberá rebajar mucho el tiempo que destinan a su estudio, porque acostumbrarse a perder el tiempo no conviene a nadie.

A fin de formarme una idea de la situación actual de estas enseñanzas, y en la imposibilidad de estudiar los programas de todos los Institutos, he examinado un buen número de ellos, correspondientes a una decena de establecimientos de esta clase, los cuales representan las diversas regiones de la Nación.

En primer lugar, he observado una variedad que creo excesiva. No sostendré que deba adoptarse un programa único, como en Francia; no lo considero necesario, pero no creo tampoco que deba concederse en esto una libertad sin límites. Ninguno de los que he examinado llega a extremos reprobables, ni en la extensión ni en la elección de materias, pero sería conveniente evitar posibles desviaciones. Para recabar una libertad absoluta, no puede invocarse el principio de la libertad de la cátedra, ni el derecho de propiedad, por haber sido obtenida la cátedra por oposición. Esto último podrá conferir el *jus utendi*, jamás el *jus abutendi*.

Si se comparan estos programas con los antiguos programas de la segunda enseñanza, que se limitaban a lo estrictamente indispensable, y con el mínimo que he indicado a grandes rasgos, encuentro algunas adiciones que se enumeran a continuación, pero debiendo entenderse que no corresponden a un solo programa, sino al conjunto de todos ellos; son las siguientes:

Determinantes, fracciones continuas, análisis indeterminado, raíz cúbica de los polinomios, congruencias, base de los logaritmos neperianos, elipse, parábola e hipérbola, y algunas otras pequeñas adiciones en las teorías de la aritmética.

De todas ellas, yo no aceptaría más que las nociones sobre el trazado de las cónicas y, si acaso, algunas muy ligeras sobre los determinantes. Esto último es bastante frecuente en los programas que he examinado, pero algunos, una minoría, dan a esta teoría un desarrollo muy excesivo, en mi opinión, si se tiene en cuenta la edad de los alumnos que concurren a esas clases, doce o trece años, o quizás menos en algunos casos. Creo difícil que posean la preparación debida ni la fuerza de abstracción necesaria para comprender bien esa teoría, y es indudable que para muchos resultará manjar indigesto lo que estudiado más tarde, en sazón oportuna y con la debida preparación, es agradable e interesante.

Lo que considero más opuesto a las tendencias modernas es la introducción de la raíz cúbica de los polinomios, que reúne ciertamente todas las condiciones para ser desterrada de los programas elementales, condiciones que ya se han enumerado.

Varios de esos programas, la mayoría, son moderados en cuanto a la extensión, y algunos siguen muy plausiblemente las modernas recomendaciones, suprimiendo algunas teorías que se suelen estudiar sólo por rutina y por respeto a la tradición, como la raíz cúbica, omitida en varios programas. Es de suponer que, consecuentes sus autores con estas ideas, no harán perder el tiempo ni molestarán a su joven auditorio con largas divisiones

de polinomios y otros cálculos semejantes, que justamente condenan los pedagogos modernos.

Hay, finalmente, algún tímido ensayo de mezcla de materias, pero a esto se opone, sin duda, la organización oficial, y no es posible pretender que se le haya dado el amplio desarrollo que hemos visto en las escuelas de Inglaterra, simultaneando, no sólo las diversas ramas de las matemáticas, sino la Física y la Mecánica.

No insistiré en estas menudencias. Aunque convencido de la conveniencia de suprimir todo lo que no sea de absoluta necesidad por ser de inmediata aplicación, las desviaciones de este principio no son, ni por su número, ni por su calidad, de bastante importancia para que considere inaceptable ninguno de los programas que he examinado, sobre todo si se tiene en cuenta que se destinan cuatro años a estos estudios, con gran número de lecciones en cada curso.

La noción de función sólo figura en alguno de los programas, en su forma analítica, sin desarrollos ulteriores y sin la representación gráfica. No ha dejado de causarme extrañeza este hecho.

Ya se ha dicho repetidas veces que la noción de función con su representación gráfica, se introdujo hace ya muchos años en los programas oficiales de la segunda enseñanza en Francia. Pero mucho antes se hacía ya uso de ella en las clases. Cerca de cuarenta años hace que estudié matemáticas en Francia, y ya me enseñaron a representar gráficamente la variación del trinomio de segundo grado, la exponencial y la logarítmica, la resolución de la ecuación de primer grado por la intersección de una recta con el eje de las x , la de un sistema de dos ecuaciones por las coordenadas del punto de intersección de dos rectas y otras analogías semejantes.

Así se condensa en un corto número de gráficos todo lo más esencial del Algebra elemental. Y en la teoría general de ecuaciones el uso de la representación gráfica era constante y sistemático; esto facilita extraordinariamente la asimilación de esta teoría, que, expuesta desde un punto de vista exclusivamente abstracto y con la extensión que entonces se le daba, tiene algunas partes, como la aproximación de las raíces inconmensurables por el método de Newton, poco menos que ininteligible y muy difíciles de dominar.

Esta práctica debería introducirse en la enseñanza elemental, porque, lejos de suponer un aumento de trabajo, facilita extraordinariamente la comprensión y asimilación de muchas materias. Tengo por seguro que si se adoptara la costumbre de hacer representar gráficamente las leyes de proporcionalidad en casos numéricos concretos, sólo por rara excepción podría repetirse el caso de alumnos que ignoren las cuentas de la regla de tres, citado por el Sr. Durán Loriga.

En Inglaterra se ha generalizado tanto el empleo de los gráficos en el Algebra elemental, en estos últimos años, que, en opinión de algunos profesores, se ha llegado al abuso de aplicarla a teorías en donde resulta improcedente o innecesario (1).

Las costumbres tradicionales en la enseñanza elemental conducen a exponer ciertas nociones en una forma que parece muy poco conveniente.

Esto sucede, por ejemplo, al presentar por primera vez la noción de la razón de la circunferencia al diámetro y el cálculo de los logaritmos. Después de explicar la significación de π ó del logaritmo, sin duda con el objeto de aclarar estas nociones, se induce a error al principiante, enseñándole métodos de cálculo *impracticables*; porque a nadie que esté en su sano juicio se le

(1) Véase *Elementary Algebra for Schools*, Hall and Knight. Prólogo.

ocurrirá calcular π por el procedimiento de ir determinando perímetros de un gran número de polígonos regulares inscritos y circunscritos (1), ni formar una tabla de logaritmos interpolando medios en las dos progresiones. Se rodean así estas nociones tan importantes de un falso aparato científico que, lejos de aclarar las ideas, da por resultado oscurecerlas en la mente del principiante. Mucho mejor sirven para este objeto los experimentos que propone Perry, y que ya practican los alumnos de las Escuelas elementales de Inglaterra, y mucho más aclara el concepto de una tabla de logaritmos, el gráfico de la exponencial, que no es sino una tabla que entra por los ojos.

Un guía acompaña á dos excursionistas y, detenido al pie de una montaña, se esfuerza en mostrarles un objeto lejano y muy oculto, junto á la cumbre. De los excursionistas, el primero se propone emprender la ascensión de la montaña y repetir con alguna frecuencia la excursión; el segundo, no puede detenerse y piensa abandonar el país sin intención de volver. Esforzarse en ver el objeto desde el pie de la montaña, es evidentemente inútil en ambos casos. El primero, tendrá ocasión de completarlo de cerca y eligiendo los puntos de vista más convenientes, y el segundo, no podrá verlo bien; ni tiene en ello ningún interés.

El profesor de Matemáticas elementales que se empeña en adelantar nociones demasiado elevadas, se parece á este guía. Ese empeño resulta inútil para el que ha de continuar los estudios matemáticos, que es el excursionista que se propone subir á la montaña, é inútil también para el que no se propone continuarlos, que es el que va á abandonar el país sin realizar la ascensión.

Lo que importa es mucho ejercicio y mucha práctica en los comienzos para elevar rápidamente al principiante á las ramas superiores, que ofrecen puntos de vista de mayor horizonte y y más adecuados para la especulación.

En los principios, la especulación es siempre muy laboriosa y poco á propósito para fomentar la afición en el alumno, y además, de muy mezquinos resultados.

Reformas necesarias en la enseñanza elemental.

Creo que de los testimonios tan autorizados que se han citado, de mis propias observaciones en los exámenes, que he dado á conocer, y aun del común sentir del público capaz de formarse una opinión sobre este asunto, se puede deducir que la generalidad de los Bachilleres no alcanza hoy el conjunto de conocimientos que he considerado indispensables, con la perfección necesaria.

Sin embargo, contando con cuatro años de estudios, debería conseguirse ese resultado, como se consigue en muchas naciones extranjeras; y es muy importante tratar de averiguar las causas de que sea tan escaso el aprovechamiento de esos alumnos.

Ni como hipótesis debe pensarse en la incompetencia de los profesores por falta de los conocimientos necesarios. Es probable que no haya de esto ni un solo caso. El examen de los programas ya citados basta para poner en evidencia los conocimientos de sus autores, pues todos emplean ese lenguaje preciso y correcto que es patrimonio exclusivo de los que conocen muy bien estas materias.

Ya se ha dicho que tampoco puede atribuirse á la excesiva extensión de los programas, al menos en los que he examinado.

No puede exigirse preparación previa á los alumnos, ó ha de limitarse á las cuatro primeras reglas de la Aritmética. Realmente, la iniciación en los primeros principios debe entenderse que corresponde á las primeras clases de la segunda enseñanza. Ello es

(1) Muchas veces, por si esto fuera poco, se añade el método de los isoperímetros, no menos inútil ni más práctico.

un grave obstáculo, pero hay que aceptar las cosas como son en la realidad.

En cuanto á la inteligencia de los alumnos, estoy enteramente de acuerdo con la opinión de M. Laisant. La inteligencia necesaria para adquirir los primeros elementos de las matemáticas, la parte útil que conviene á todos y es elemento indispensable de toda persona bien educada, es tan común como la disposición para aprender á leer y á escribir. Pero hay que emplear en cada caso los procedimientos de enseñanza más convenientes para el individuo.

Esto no está en contradicción, obsérvese bien, con la suposición de Perry citada anteriormente, según la cual sólo se encuentra 1 por cada 10.000 con disposiciones para llegar á ser un buen profesor, y no pasa de 1 por cada 10 millones la proporción de los capaces de ser matemáticos eminentes.

Hay en los Institutos una clase denominada de nociones y ejercicios de Aritmética y Geometría, y no pongo en duda que seguirán los alumnos haciendo ejercicios durante los cuatro cursos.

Pero, en la forma de hacer estos ejercicios, creo que está la clave de la explicación del escaso aprovechamiento de los alumnos.

Si no estoy engañado, la disposición de las clases continúa siendo la tradicional con un encerado y bancos para los alumnos.

No es esta la disposición que conviene para los principiantes (lo son, desde este punto de vista, todos los alumnos de la segunda enseñanza), si se han de dedicar á los trabajos que recomiendan los pedagogos modernos, en los cuales predominan los ejercicios ejecutados individualmente por cada alumno. Para esto se necesita disponer las clases como las de dibujo, con mesas amplias donde puedan escribir, calcular y dibujar, y éstos deben ser los trabajos habituales de los alumnos.

No se diga que hay ya la costumbre de hacer muchos ejercicios, porque hacerlos un alumno en la pizarra, bajo la dirección del profesor, mientras los demás están distraídos, como sucederá generalmente tratándose de un auditorio de niños, es cosa muy distinta de la recomendada por los pedagogos modernos y del sistema tradicional en Francia y en Alemania. Siempre se ha dicho en las escuelas de Francia que las Matemáticas se deben estudiar «la plume á la main», con la pluma en la mano, escribiendo, calculando ó dibujando.

Tampoco es de utilidad el sistema de proponer problemas ó ejercicios para que los alumnos los resuelvan en casa. Habrá, tal vez, alguno que los resuelva; los demás los copian, y en ningún caso se ocuparán de escribirlos ordenadamente, ponerlos en limpio y coleccionarlos en cuadernos. Este trabajo se ha de hacer en clase.

Las clases actuales, que están dispuestas para dar conferencias, deben servir sólo para explicar á los alumnos lo necesario para poder emprender sus trabajos individuales, siempre con tendencia á la investigación personal, y estas explicaciones deben limitarse á las nociones indispensables.

Esto es urgente y de la mayor importancia. De no hacerlo así, los alumnos de la segunda enseñanza continuarán invirtiendo, como hasta ahora, cuatro años, para obtener el escasísimo provecho que se ha visto.

Elección entre los sistemas de exigir el grado de Bachiller ó de prescindir de él en las escuelas de estudios superiores.

Ya se ha dicho que en esto ha habido mucha variedad, aunque lo más general ha sido prescindir del grado de Bachiller. En nuestra escuela ha predominado, en estos últimos tiempos, la

opinión de que conviene exigirlo, y así está establecido en la actualidad.

Las escuelas que no lo exigen, como todas las Academias militares, parten, sin duda, del supuesto de que esos estudios son deficientes, y quizás perjudiciales.

En mi opinión, conviene exigir el grado de Bachiller por varias razones.

En primer lugar, su supresión da por resultado la omisión de todo estudio de cultura literaria y filosófica, que en vano se pretenderá reemplazar con algunas clases en las Academias preparatorias, en las cuales existe la tradición de atender exclusivamente á la instrucción matemática. Considero inaceptable esta omisión de estudios tan esenciales para la cultura general, y por corto que se suponga el aprovechamiento en los Institutos de segunda enseñanza, hay que aceptar esas clases tal como son, puesto que no hay medio de reemplazarlas por otras mejores.

Si en una localidad sólo existe ladrillo de mala calidad para construir los cimientos de las casas, habrá que aceptar ese material, nunca suprimir el cimiento.

Tiene además la ventaja de impedir que los jóvenes, en el período que media entre la terminación de su instrucción primaria y el comienzo de los estudios superiores, adquieran hábitos de holganza, que es la peor preparación posible para toda clase de estudios, ó que acometan prematuramente y mal preparados aquellos estudios, otro daño muy grande. Hay que desconfiar de los niños precoces en todas las disciplinas, y muy especialmente en las matemáticas. Ni aun entre las eminencias de primera magnitud abundan mucho. Se citan pocos Pascal ó Mozart; son mucho más frecuentes los Newton y Beethoven, que no fueron precoces.

(Continuará.)

El pantano de la Sotonera.⁽¹⁾

(DEL PROYECTO DE OBRAS DE RIEGO DEL ALTO ARAGÓN)

(Continuación.)

El inferior tiene la entrada de su solera á la cota de 391,94 metros sobre el nivel del mar, 25,06 metros más baja que la máxima del embalse (417 metros). Como las aguas que queden por debajo de la entrada del túnel no podrán ser aprovechadas, las escalas del pantano deberán también tener su cero á la misma cota de 391,94 metros.

La entrada de la solera del túnel más alto, ó sea el correspondiente á la toma intermedia, se halla á la cota de 400,98 metros.

Por último, la entrada de la solera del canal de la toma alta se halla á la cota de 409,88 metros, 7,12 metros por debajo del nivel de embalse máximo.

Los planos detallan completamente las disposiciones proyectadas en cada una de las tomas, siendo análogas para los dos túneles inferiores, que tienen sección curva de 20,60 metros cuadrados de área, igual á la adoptada para el del canal del Gállego, revestida con hormigón de cemento portland artificial, con un espesor de 0,60 metros. Cada uno de estos túneles se prolonga luego por medio de canales que se reúnen aguas abajo, incorporándose al que se deriva de la toma superior. Para salvar los desniveles que resultan se emplean varios saltos y rápidos. Finalmente, los tres canales reunidos continúan hasta lo que se con-

sidera como el origen del de Monegros (situado 3,113 metros aguas abajo de la toma alta), y que, en realidad, no es más que su prolongación; pero antes de la unión se establece en el canal común, ó antecanal, un aliviadero de superficie, un cierre de compuertas (análogo al de la toma del canal del Gállego) y un desagüe, que vierte al río las aguas, todo lo cual permitirá rectificar cualquier maniobra equivocada de las compuertas, dar salida á filtraciones considerables que en las tomas pudieran producirse, y aun desaguar el pantano en el cauce del Sotón.

En el primer estudio que de este asunto se hizo, se pensaba verter las aguas de las tomas á los cauces del Sotón y Astón, estableciendo luego en aquél, pasada la confluencia de ambos, una presa de derivación junto á la cabeza del canal de Monegros, solución que tenía la ventaja de ser algo más económica que la adoptada. Ha sido preferida ésta, sin embargo, porque la primera vendría á constituir, por debajo de la presa, un nuevo embalse que empaparía de aguas el terreno y haría difícil el saneamiento del que sirve de base al dique, lo cual constituiría evidentemente una solución inaceptable, pues para afrontarla sin peligro cierto habría de exigir grandes trabajos de saneamiento que no son necesarios, estableciendo á continuación de las tomas los canales y dejando al río sin entorpecimientos para las aguas de drenaje que á él acudan.

Cierres de las tomas.—Los cierres de las tomas están constituidos por cuatro compuertas, de tipo igual á las empleadas en el túnel inferior del pantano de Mediano, circunstancia que nos revela de más explicaciones. La maniobra se hace desde una cámara superior al túnel, á la que da acceso un pozo, con su escalera de bajada; la varilla que mueve las compuertas atraviesa la bóveda del túnel por medio de un prensaestopas. El aparato de maniobra no difiere del empleado en el pantano de Mediano.

La toma superior no exige, como es natural, prensaestopas, puesto que está constituida por un verdadero canal, siendo comparable, por completo, á las disposiciones empleadas en las tomas de éstos; en lo demás, no difiere la toma superior de las dos restantes.

Funcionamiento de las tomas.—He aquí las fórmulas que dan el gasto de cada una de las tomas en función de la altura del agua en el embalse, medida en la escala del mismo:

Toma inferior:

$$Q = 56,55 \sqrt{H - 2,732}$$

Toma intermedia:

$$Q = 56,55 \sqrt{H - 11,796}$$

Toma superior:

$$Q = 51 \sqrt{H - 20,942}$$

Según estas formulas, deberá usarse la toma superior mientras el agua del embalse no descienda de la altura de 22,105 metros; la intermedia mientras no baje de 12,741 metros, y la baja desde esta última altura, todo ello en el supuesto de que haya que dar al canal de Monegros su dotación completa de 55 metros cúbicos por segundo.

Con dotaciones más reducidas aun serán más pequeñas las cargas con que habrá que manejar las compuertas y trabajar las tomas que, según se deduce de lo dicho, en el caso más desfavorable, no excede de 12,741 metros.

Sumando las fórmulas que se han consignado más arriba se obtendría la que expresase el caudal á que las tres tomas reunidas podrán dar paso, hallándose á la vez completamente abiertas; según las alturas que el agua alcance en el embalse. Claro está que este dato será, en general, de poca utilidad práctica;

(1). Véase el número anterior.