

En el último trozo, desde Bas-Obispo á la esclusa Pedro Miguel, se franquea el célebre paso de la Culebra.

Después de haber franqueado la esclusa Pedro Miguel, el barco se encuentra á una altura de 17 metros sobre el nivel del mar, en el lago de Miraflores, el cual se atraviesa por medio de un canal de 2,25 kilómetros de longitud por 152 metros de anchura, que conduce á las esclusas de Miraflores. Después de haber pasado estas últimas esclusas, el barco se encuentra al nivel del Océano Pacífico y ya sólo tiene que atravesar un canal de 12,87 kilómetros de longitud por 152 metros de anchura.

La longitud total del canal es, por consiguiente, de 80,25 kilómetros, de los que 65,16 atraviesan el continente propiamente dicho.

La travesía del canal durará de nueve horas y media á diez para un barco de un tonelaje medio y de diez horas y media á once, para los grandes barcos.

Los gastos de instalación del canal han sido valorados en la forma siguiente:

	Francos.
Gastos de construcción.....	1.490.000.000
Canalización, cuerpo Sanitario.....	100.000.000
Administración, ídem.....	37.000.000

Además, las transacciones con la Compañía francesa del canal y con la República de Panamá, han ocasionado un gasto de 250 millones, de modo que los gastos totales se elevan, aproximadamente, á 1.875 millones.

H.

LOS MÉTODOS DE CÁLCULO DE ESTRUCTURAS DERIVADOS DEL TRABAJO ELÁSTICO

POR D. JUAN MANUEL DE ZAFRA,
Profesor de Hormigón armado y de Puertos en la Escuela especial de Caminos
Canales y Puertos.

(Continuación.)

En un trozo cualquiera, definido por sus coordenadas extremas $\xi_1, \eta_1, \xi_2, \eta_2$ (fig. 24 a).

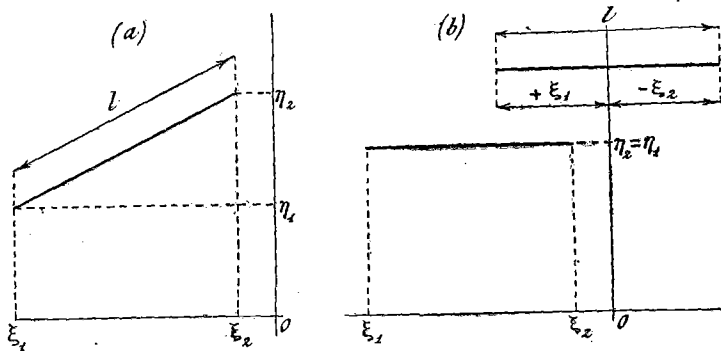


Fig. 24.

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_x &= r \int_{\eta_1}^{\eta_2} \eta^2 \times dl = r \int_{\eta_1}^{\eta_2} \eta^2 \times \frac{1}{\sin \alpha} d\eta = \\ &= \frac{r}{3 \sin \alpha} (\eta_2^3 - \eta_1^3) \end{aligned}$$

y como $\eta_2 - \eta_1 = l \sin \alpha$

$$\mathcal{J}_x = \frac{r}{3} l \times \frac{\eta_2^3 - \eta_1^3}{\eta_2 - \eta_1} = \frac{r}{3} l (\eta_1^2 + \eta_1 \eta_2 + \eta_2^2) \quad (54)$$

Y del mismo modo:

$$\mathcal{J}_y = \frac{r}{3} l \times \frac{\xi_2^3 - \xi_1^3}{\xi_2 - \xi_1} = \frac{r}{3} l (\xi_1^2 + \xi_1 \xi_2 + \xi_2^2)$$

Si el trozo es paralelo á un eje y, por tanto, perpendicular al otro (fig. 24 b),

$$\mathcal{J}_x = \frac{r}{3} l \times 3 \eta_1^2 = r l \times \eta_1^2$$

$$\mathcal{J}_y = \frac{r}{3} l \times (\xi_1^2 + \xi_1 \xi_2 + \xi_2^2) = \frac{r}{3} l \times (\xi_2^3 - \xi_1^3)$$

Si $\xi_1 = -\xi_2$, es decir, si el trozo es simétrico respecto á un eje,

$$\mathcal{J}_y = \frac{r}{3} l \times (\xi_1^2 - \xi_1^2 + \xi_1^2) = \frac{r}{3} l \times \xi_1^2 = \frac{r}{12} l^3$$

En resumen, calcularemos directamente los elementos:

M_0 , momentos que en cada trozo originan las causas exteriores.

$\mathcal{N}_0$, áreas de las superficies representativas de M_0 .

x y y coordenadas de la proyección del centro de gravedad de $\mathcal{N}_0$ sobre la fibra neutra.

$\mathcal{N}_0 x$, $\mathcal{N}_0 y$, momentos estáticos de las áreas $\mathcal{N}_0$ supuestas concentradas en la fibra neutra.

$\mathcal{L}$, peso virtual de cada elemento.

$\mathcal{J}_x$, $\mathcal{J}_y$, momentos de inercia de ese peso virtual y obtenidas numéricamente. quedan definidas las tres indeterminadas:

$$\begin{aligned} X &= \frac{\sum \mathcal{N}_0 y}{\sum \mathcal{J}_x} \\ Y &= \frac{\sum \mathcal{N}_0 x}{\sum \mathcal{J}_y} \\ Z &= - \frac{\sum \mathcal{N}_0}{\sum \mathcal{L}} \end{aligned} \quad (55)$$

y el problema está resuelto. La expresión (49) da el momento flector real en cualquier punto, en función del momento isostático M_0 ya evaluado. Las (47) hacen conocer las reacciones-fuerzas reales H , V , en función de la isostática V_0 . Proyectando sobre un elemento y sobre su normal, las H , V y todas las fuerzas exteriores existentes entre la sustentación y la sección que se considere, se obtienen la fuerza normal N y la tangencial ó esfuerzo cortante T , que realmente corresponden.

Cuando las causas exteriores son variaciones de longitud, uniformes en toda la sección, pero en general variables de una sección á otra,

$$\lambda = \varphi(l) = \psi(\xi, \eta)$$

se obtienen también directamente las indeterminadas X , Y , Z , á condición de prescindir, como antes, del efecto de las fuerzas normales en lo relativo á sus recorridos propios, $\frac{N}{ES} dl$.

En el punto ξ, η , de un elemento que forme el ángulo α con la dirección positiva de X , contando α en el sentido negativo á partir de $+X$.

$$\begin{aligned} M &= -(X \eta) - (Y \xi) + Z \\ -N &= +X \cos \alpha + Y \sin \alpha \end{aligned} \quad (56)$$

El signo — de N corresponde á considerar las λ positivas como dilataciones, y por tanto, como negativas las fuerzas normales que producen compresión.

Apliquemos el teorema de Castigliano, según la expresión (25), prescindiendo de los términos

$$\int \frac{N}{ES} \frac{dN}{dR_i} dl + \int \frac{dM}{dR_i} \frac{\lambda_s - \lambda_i}{e} dl$$

el primero por la pequeña importancia que, desde el principio, suponemos que tiene, y el segundo porque $\lambda_s - \lambda_i = 0$. Resulta

$$\left. \begin{aligned} \int \frac{M}{EI} \frac{dM}{dX} dl + \int \lambda \frac{dN}{dX} dl &= 0 \\ \int \frac{M}{EI} \frac{dM}{dY} dl + \int \lambda \frac{dN}{dY} dl &= 0 \\ \int \frac{M}{EI} \frac{dM}{dZ} dl &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dX} &= -\eta & \frac{dM}{dY} &= -\xi & \frac{dM}{dZ} &= +1 \\ \frac{dN}{dX} &= -\cos \alpha; & \frac{dN}{dY} &= -\sin \alpha \end{aligned}$$

Introducidos estos valores en (57) resulta, multiplicando como siempre todos los elementos dl por un momento de inercia arbitrario, I_a y haciendo $r = \frac{I_a}{I}$

$$\left. \begin{aligned} X \int \eta^2 r dl + Y \int \xi \eta r dl - Z \int \eta r dl &= +EI_a \int \lambda \cos \alpha dl \\ X \int \xi \eta r dl + Y \int \xi^2 r dl - Z \int \xi r dl &= +EI_a \int \lambda \sin \alpha dl \\ -X \int \eta r dl - Y \int \xi r dl + Z \int r dl &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

Por ser los ejes coordenados los de la elipse central, resulta, como antes, un sólo término en los primeros miembros y quedan, recordando la significación de $\int \eta^2 r dl$ ó $\int \xi^2 r dl$:

$$\left. \begin{aligned} X &= +EI_a \frac{\int \lambda \cos \alpha dl}{\sum \mathcal{Q}_x^2} \\ Y &= +EI_a \frac{\int \lambda \sin \alpha dl}{\sum \mathcal{Q}_y^2} \\ Z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

$\lambda dl \cos \alpha$ y $\lambda dl \sin \alpha$ son las proyecciones sobre X ó Y de la variación elemental λdl , contadas positiva ó negativamente, según concuerden ó discuerden con los sentidos positivos de aquéllas.

La exposición del método, máxime con la generalidad que le hemos dado, es más penosa que su aplicación. La gran ventaja que procura es la de dar directamente las tres indeterminadas en función de funciones de los datos, directamente calculables. Por el método general se llega á tres ecuaciones con las tres indeterminadas; los coeficientes de éstas y los términos constantes son funciones de los datos. Cuando las formas ó las causas exteriores se complican algo, las ecuaciones resultan complicadísimas, y no se prestan á un trabajo de investigación en el que se trate de imponer ciertas condiciones á la estructura, uno de cuyos elementos se supone variable. Lo demostrará palmariamente lo que sigue.

Pero, en cambio, no es aplicable estrictamente más que á formas de indeterminación triple, es decir, á pórticos en general.

Observemos que la distinción entre los empotramientos izquierdo y derecho nada prejuzga respecto á su posición: pueden confundirse en una misma sección de una *forma constructiva cerrada*, como ya á propósito de los tubos poligonales hemos visto en varios ejemplos.

Ejemplo duodécimo.

Un acueducto está formado por un fondo (fig. 25 a) de longitud $2f$, dos paredes de altura p , que contienen el agua hasta una altura a y que están ligadas una con otra por la riostra superior, de longitud $2f$, empotrada en ellas.

El fondo está soportado por dos nervios, sobre pilares de altura π , separados transversalmente entre ejes $2s$.

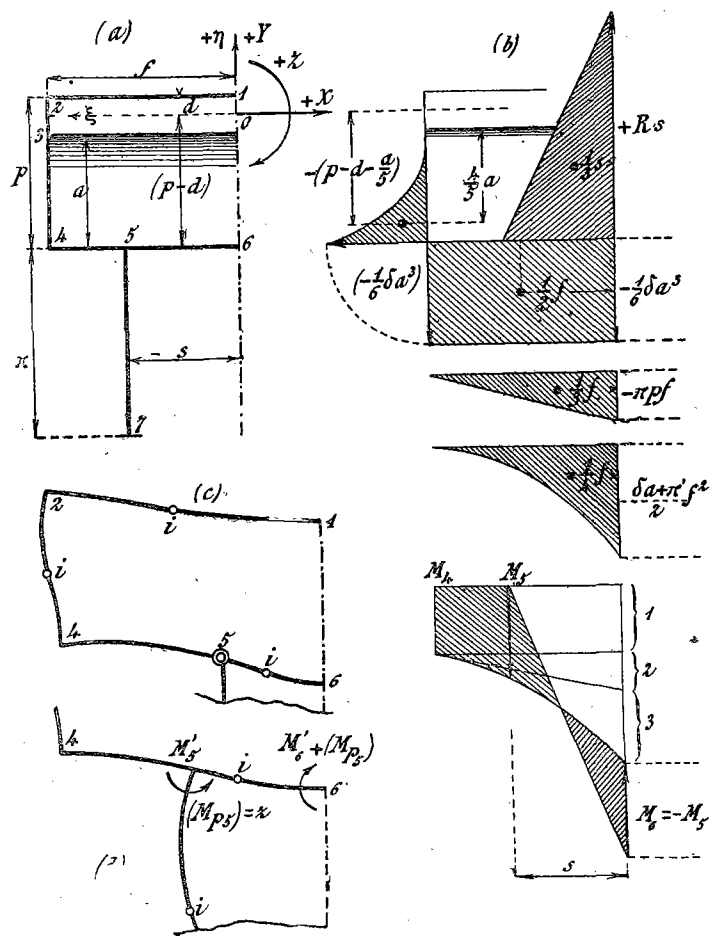


Fig. 25.

Suponemos que la rigidez de estos nervios, respecto á la flexión longitudinal, perpendicular al plano de la figura, es suficiente para poder considerar uniformemente repartida en el vano entre dos pilares consecutivos las reacciones verticales de éstos. Análogamente las riostras, por estar poco espaciadas y unidas á las paredes con fuertes cartabones horizontales, pueden equipararse á una riostra virtual ininterrumpida, más débil naturalmente que la real. Así I_{π} ó I_r serán los momentos de inercia que corresponden en un metro lineal de obra á la repartición uniforme de los momentos absolutos de un pilar y de una riostra.

Estudiaremos, pues, la rebanada de un metro de longitud, limitándonos, por la simetría, á la mitad 1 2 3 4 5 6 : 1 será el empotramiento izquierdo del caso general.

Los momentos producidos en el vértice 4, por la tensión de la riostra y por su momento en el punto 1, así como por el agua en la altura a , se transmiten á todo el fondo. Su suma, considerando como extremo de la *semiconstrucción* el punto 6 en el plano de simetría, es negativa. Del mismo signo son igualmente los momentos originados por la carga de agua que gravita sobre el fondo, de 4 á 6.

El único momento positivo que en esta parte puede aminorar el valor absoluto de aquéllos es el producido por la reacción del pilar, R . Nos proponemos investigar *qué separación, $2s$ es la más ventajosa*.

Si en el punto 5 es el momento flector un máximo, la tangente á la elástica del fondo será horizontal. Un pilar empotrado en aquel punto sobre el fondo no tenderá á doblarse en ningún sentido, sufrirá un momento flector nulo y trabajará en las mejores condiciones, exclusivamente por compresión, como si en 5 estuviera articulado.

Si, prescindiendo de esa condición, imponemos la de que M_5 alcance el mismo valor *absoluto* que el momento flector en 6, obtendremos la mayor economía en el fondo. M_5 negativo y M_6 positivo, requerirán una resistencia simétrica pero obtenida con la misma cantidad de materia.

Claro que de 5 á 4 y entre 5 y 6 las flexiones serán menores y el fondo no será de igual resistencia; pero con hormigón armado, sobre todo (y aun con el acero), es preferible en general una sección constante. Determinada, como queda dicho, por

$$M_5 = -M_6$$

los valores absolutos de uno y de otro son los *menores* que cabe obtener y la sección del fondo la mínima.

Veamos á un tiempo la aplicación del método de Müller Breslau y la resolución de nuestro problema.

Observemos, ante todo, que en la evaluación del trabajo elástico, y como base, en la del peso $\mathcal{L}$ y momentos de inercia $\Sigma \mathcal{M}$, no debe entrar el pilar. Y en general, en toda construcción que presente uno ó varios elementos que vuelen, saliéndose de la línea fundamental directa entre sustentaciones, tampoco entran en cuenta dichas partes voladas.

El trabajo elástico de esas partes existe, pero *se emplea exclusivamente en trasladar y localizar* en el arranque de los vuelos las acciones que en éstos se ejercen. Supuesta, como en este caso, sustituida la sustentación del pilar por las reacciones m , H , V , la resultante y par de traslación de ellas y de todas las acciones que de 5 para abajo se ejerzan, *aplicados al punto 5 sustituyen exactamente* á la acción del pilar sobre el fondo. En una palabra, pasa en 5 lo mismo que en cualquier sustentación, que se deja en libertad á cambio de imponerle allí mismo las acciones m , H , V .

Por la simetría de forma y de cargas, los ejes principales de inercia son vertical y horizontal. Tomemos como multiplicador arbitrario, I_a , el momento de inercia del fondo, I_f , haciendo

$$\frac{I_f}{I_p} = r \quad ; \quad \frac{I_f}{I_r} = \rho$$

El peso virtud de una mitad es:

$$\frac{1}{2} \Sigma \mathcal{L} = f(1 + \rho) + rp$$

su momento respecto á la riostra

$$f \cdot p + rp \cdot \frac{p}{2}$$

y el centro de la elipse de inercia está por bajo de la misma

$$d = \frac{p}{2} \frac{2f + rp}{(1 + \rho)f + rp}$$

y desde luego en el plano de simetría.

Los momentos de inercia de la mitad considerada son:

$$\frac{1}{2} \Sigma \mathcal{M}_x = \rho f \times d^2 + \frac{r}{3} (d^3 + (p-d)^3) + f(p-d)^2 =$$

$$= f \left\{ \rho d^2 + (p-d)^2 \right\} + \frac{r}{3} (d^3 + (p-d)^3)$$

$$\frac{1}{2} \Sigma \mathcal{M}_y = \rho f \times \frac{1}{3} f^2 + rp \times f^2 + f \times \frac{1}{3} f^2 =$$

$$= f^2 \left\{ \frac{1}{3} (1 + \rho) f + rp \right\}$$

Evaluemos los momentos de las fuerzas exteriores, áreas de los mismos y momentos estáticos de esas áreas, siempre sobre la mitad estudiada.

En la riostra no actúa causa ninguna. En la pared, si δ es la densidad ó peso del metro cúbico del líquido, la presión á la profundidad z es δz kg.:m², y como consideramos la faja de un metro, δz , que correctamente escrita es $(1 \times \delta z)$, es la carga por metro lineal (*). Al momento flector, siempre negativo:

$$-\delta z \times \frac{z}{2} \times \frac{z}{3} = -\frac{1}{6} \delta z^3$$

corresponde un área total

$$-\int_0^a \frac{1}{6} \delta z^3 dz = -\frac{1}{24} \delta a^4$$

cuyo momento, respecto al nivel del líquido ($z=0$) es

$$-\int_0^a \frac{1}{6} \delta z^3 \times z dz = -\frac{1}{30} \delta a^5$$

y cuyo centro de gravedad está á la profundidad

$$z_g = \frac{24}{30} a = \frac{4}{5} a$$

Representamos (fig. 25 b), las áreas de variación de momentos, con sus centros de gravedad respectivos y brazos de palanca de éstos.

Respecto al eje ξ el relativo á la pared es $-(p-d-\frac{a}{5})$;

los demás son todos $-(p-d)$ y están suprimidos por claridad. Respecto al eje η aparecen todos (positivos) consignados, menos el correspondiente á la pared que es $+f$.

Los momentos estáticos (53) de esas áreas, respecto á los ejes son:

$$(1) \begin{cases} r \mathcal{M}_0 x = -\frac{r}{24} \delta a^4 \times (+f) & = -\frac{r}{24} \delta a^4 f \\ r \mathcal{M}_0 y = -\frac{r}{24} \delta a^4 \times \left(-\frac{4}{5} a - a + p - d\right) & = +\frac{r}{24} \delta a^4 \left(p - d - \frac{1}{5} a\right) \end{cases}$$

El momento máximo $-\frac{1}{6} \delta a^3$ afecta á todo el fondo: el área

rectangular $-\frac{1}{6} \delta a^3 f$ produce los momentos estáticos

$$(2) \begin{cases} 1 \cdot \mathcal{M}_0 x = -\frac{1}{6} \delta a^3 f \times (+f) & = -\frac{1}{6} \delta a^3 f^2 \\ 1 \cdot \mathcal{M}_0 y = -\frac{1}{6} \delta a^3 f \times (-(p-d)) & = +\frac{1}{6} \delta a^3 f (p-d) \end{cases}$$

(*) Prescindiendo de ese factor unidad, δ pasa á ser de las dimensiones fuerza $\times$ (línea)⁻³. Al hacerlo se conserva la homogeneidad y se simplifica la escritura.

El peso propio de la pared, π kilogramos por metro superficial (*), da sobre el fondo un área de momentos triangular (de cero á $-\pi p \times f$ en el centro), con su centro de gravedad á $\frac{1}{3}f$ del plano de simetría y los momentos estáticos

$$(3) \begin{cases} 1 \cdot \mathcal{M}_0 x = -\frac{1}{2} \pi p f \cdot f \times \left(+\frac{1}{3}f\right) = -\frac{1}{6} \pi p f^3 \\ 1 \cdot \mathcal{M}_0 y = -\frac{1}{2} \pi p f \cdot f \times \left(-(p-d)\right) = +\frac{1}{2} \pi p f^2 (p-d) \end{cases}$$

La carga de líquido sobre el fondo, δa , forma un área triangular parabólica, desde 0 hasta $-\frac{1}{2} \delta a \times f^2$ que vale

$$-\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \delta a f^2 \times f = -\frac{1}{6} \delta a f^3$$

y como su centro de gravedad está á $\frac{1}{4}f$ del plano de simetría, da los momentos estáticos

$$(4) \begin{cases} 1 \cdot \mathcal{M}_0 x = -\frac{1}{6} \delta a f^3 \times \left(+\frac{1}{4}f\right) = -\frac{1}{24} \delta a f^4 \\ 1 \cdot \mathcal{M}_0 y = -\frac{1}{6} \delta a f^3 \times \left(-(p-d)\right) = +\frac{1}{6} \delta a f^3 (p-d) \end{cases}$$

El peso propio del fondo, π' , (**) da análogamente, sin más que sustituir (δa) por π' :

$$(5) \begin{cases} 1 \cdot \mathcal{M}_0 x = -\frac{1}{24} \pi' f^4 \\ 1 \cdot \mathcal{M}_0 y = +\frac{1}{6} \pi' f^3 (p-d) \end{cases}$$

Por último, la reacción del pilar

$$\delta a f + \pi p + \pi' f = 1 \times R^{***} = R$$

que consideramos como una causa exterior, da momentos positivos, de cero á $+Rs$, un área $\frac{1}{2}Rs \times s$ y momentos estáticos

$$(6) \begin{cases} 1 \cdot \mathcal{M}_0 x = +\frac{1}{2} Rs^2 \times \left(+\frac{1}{3}s\right) = +\frac{1}{6} Rs^3 \\ 1 \cdot \mathcal{M}_0 y = +\frac{1}{2} Rs^2 \times \left(-(p-d)\right) = -\frac{1}{2} Rs^2 (p-d) \end{cases}$$

Todos los elementos de las expresiones (55) están ya calculados y resultan, simplificadas:

$$X = \frac{(p-d) \left\{ -12Rs^2 + 4f^3(\pi' + \delta a) + 12f^2\pi p + 4f\delta a^3 + r\delta a^4 \left(p-d-\frac{a}{5}\right) \right\}}{24f \left\{ \rho d^2 + (p-d)^2 \right\} + 8r \left\{ d^5 + (p-d)^5 \right\}}$$

$$Y = \frac{+4Rs^3 - f^4(\pi' + \delta a) - 4f^3(\pi p f + \delta a^3) - f \times r \delta a^4}{8f^2 \left\{ (1+\rho)f + 3rp \right\}}$$

$$Z = + \frac{-12Rs^2 + 4f^3(\pi' + \delta a) + 12f^2\pi p + 4f\delta a^3 + r\delta a^4}{24f(1+\rho) + 24rp}$$

Apliquémoslo á un ejemplo numérico. Sean:

$$r = 10 \quad ; \quad \rho = 80$$

$$f = 5 \quad ; \quad p = 3 \quad ; \quad a = 2,5 \text{ metros.}$$

(*) Por lo ya dicho, escribiendo π en lugar de $1 \times \pi$, se le atribuyen las dimensiones fuerza $\times (\text{línea})^{-1}$.

(**) La misma observación que respecto á π .

(***) Suprimiendo la unidad, es de la dimensión fuerza.

$$\delta = 1 \text{ ton. : m}^3 \text{ ó mejor (*) } 1 \text{ ton. : m}^2$$

$$\pi = 0,4 \text{ ton. : m}^2 \quad \gg \quad (*) 0,4 \text{ ton. : m. l.}$$

$$\pi' = 0,8 \text{ ton. : m}^2 \quad \gg \quad (*) 0,8 \text{ ton. : m. l.}$$

$$R = 1 \cdot 2,5 \cdot 5 + 0,4 \cdot 3 + 0,8 \cdot 5 = 17,7 \text{ ton. : m. l. ó (*) tons.}$$

La sustitución de estos valores en las expresiones respectivas da:

$$d = 0,14 \quad p - d = 2,88 \text{ metros.}$$

$$\mathcal{L} = 435 \text{ metros ; } \mathcal{L}_x = 128,8 \text{ ; } \mathcal{L}_y = 4125 \text{ (metros)}^3$$

$$X = (-0,198 \cdot 0 s^2 + 2,465) \text{ tons.}$$

$$Y = (+0,000 \cdot 7 s^3 - 0,053) \text{ tons.}$$

$$Z = (-0,020 \cdot 0 s^2 + 0,222) \text{ m.-tons.}$$

El momento flector en 5 vale:

$$M_5 = +X(p-d) - Y \times s + Z - \frac{1}{6} \delta a^3 - \pi p(f-s) - \frac{1}{2} (\delta a + \pi') (f-s)^2$$

que se reduce á

$$M_5 = -0,000 \cdot 7 s^4 - 1,490 s^3 + 10,253 s - 23,783.$$

Si tratáramos de imponer la primera condición, elástica horizontal en 5, M_5 había de ser un máximo. Como allí precisamente obra la reacción del pilar, la expresión de M_5 cambia, presentando un punto anguloso.

Para un valor ($s + ds$) el momento es $M_5 + dM_5$. Para otro simétrico ($s - ds$), el valor es $M_5 - dM_5 + Rds$. Si el punto anguloso debe corresponder á un elemento horizontal de la elástica, los giros elementales, á $\pm ds$ del punto 5, deben ser iguales y *del mismo signo*, por referirse uno á la sección izquierda del elemento ($+ds$) y otro á la sección derecha de ($-ds$), y, por tanto:

$$M_5 + dM_5 = M_5 - dM_5 + Rds;$$

$$2 dM_5 - Rds = 0$$

$$7 s^3 + 7450 s - 3507,5 = 0$$

y s debería ser 0,475 metros, es decir, casi como si los dos pilares se reunieran en uno. La condición es prácticamente inadmisibile. Lo sería tan sólo en el caso de una altura a muy pequeña con relación al fondo $2f$.

Impongamos la segunda condición representada *convencionalmente*, prescindiendo de escalas y atendiendo tan sólo á la claridad, en el último diagrama de la figura 25 b. El área de momentos positivos de R está volteada para obtener la superficie representativa final, que es la rayada.

El momento completo en el punto 6 es:

$$M_6 = +X(p-d) + Z - \frac{1}{6} \delta a^3 - \pi p \times f - \frac{1}{2} (\delta a + \pi') \times f^2 + Rs = -0,590 s^3 + 17,700 s - 23,783$$

$$M_6 = -M_5 \text{ equivale á:}$$

$$-0,000 \cdot 7 s^4 - 2,080 s^3 + 27,953 s - 47,566 = 0$$

(*) Recuérdese lo dicho respecto á la alteración de dimensiones por operar sobre un trozo de longitud *uno*.

ecuación que tiene una raíz real muy próxima á 2,00. En efecto, para ese valor:

$$M_5 = -9,248 \quad ; \quad M_6 = +9,657 \text{ m.-tons.}$$

Claro que esta solución (representada en escala, pero con la exageración de siempre en la figura 25 c.), ventajosísima para la mayor economía en el fondo, adolece ahora de un defecto: el pilar que hemos supuesto que sólo produce una reacción vertical, se interesa necesariamente en la flexión del fondo, y á menos de introducir una verdadera articulación, reacciona con un cierto momento. Este momento, por bajo del punto 5, es decir, recorriendo como siempre el pilar de izquierda á derecha, de 7 hacia 5, es necesariamente negativo, porque el pilar tiene que presentar la concavidad hacia el interior (fig. 25 d); la flexión del fondo, en cuanto se pasa de 5 hacia 6, es la ya determinada, más la constante negativa (M_{p_5}) y en el centro no alcanza ya el valor M_6 , sino otro $M_6 + (M_{p_5})$ que puede ser todavía positivo, aunque menor que M_6 y hasta trocarse en negativo si $M_6 + (M_{p_5}) < 0$.

Para conservar la condición impuesta precisa, por tanto, forzar la separación s , con lo que á un mismo tiempo disminuye el valor absoluto del negativo M_5 y aumenta el positivo M_6 hasta lograr

$$M'_5 = -[M'_6 + (M_{p_5})] \quad (a)$$

El momento indeterminado (M_{p_5}) debe ser entonces:

$$(M_{p_5}) = -M'_5 - M'_6 = -(M'_5 + M'_6)$$

es decir, menos importante que M'_5 .

Para que el problema sea resoluble es preciso:

1.º Que se verifique la ecuación (a), que es de dos variables, s y (M_{p_5}) = z , de la forma

$$\Phi(s) + \varphi(s) = -z \quad (b)$$

2.º Que las elásticas del pilar y del fondo se corten á escuadra en el punto 5 *incógnito*, lo que equivale á otra nueva ecuación en s y z , en la que intervienen las dimensiones geométricas y mecánicas del pilar.

Este, de altura π y momento de inercia I_π (referido al metro lineal de acueducto) soporta en su coronación: el peso ($-R$); la acción horizontal ($+X - \delta a$) (el empuje total $-\delta a$ descompuesto entre la riostra y el fondo da $-X$, equilibrada por $+X$, y $-\delta a - (-X) = +X - \delta a$) y el momento, reacción del fondo sobre el pilar ($-z$). Las reacciones en la base son, tomando como sentidos positivos los de X é Y ,

$$H = -(X - \delta a) \quad ; \quad V = +R \quad ; \quad m = +z - (X - \delta a) \pi (*)$$

y para el punto á la altura u :

$$M_\pi = m - Hu = +z - (X - \delta a) (\pi - u)$$

Como $\frac{dM_\pi}{d(-z)} = -1$, el giro del extremo ó recorrido angular del momento ($-z$) es:

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{1}{EI_\pi} \int_0^\pi \left\{ z - (X - \delta a) (\pi - u) du \right\} = \\ &= -\frac{1}{EI_\pi} \left\{ \pi z - \frac{\pi^2}{2} (X - \delta a) \right\} = -\varphi(s, z) \times \frac{1}{EI_\pi} \end{aligned}$$

(*) π representa ahora la altura del pilar, fig. 25 a.

En el fondo, partiendo del punto 6 hacia el 5, la expresión del momento á una distancia x , variable, es la general entre 5 y 6, agregándole z y cambiando todo de signo por haber cambiado el sentido, que ahora es de derecha á izquierda.

$$M_f = -\left\{ X(p - a) - Y(f - x) + \right. \\ \left. + Z - \pi p \times (f - x) - \frac{1}{2} (\delta a + \pi') (f - x)^2 + R(s - x) + z \right\}$$

y el giro del punto 5, puesto que introducido allí un momento unidad da $+1$, como equivalente de la derivada parcial,

$$\gamma' = \frac{1}{EI_f} \int_0^s -M_f dx = -\frac{1}{EI_f} \times F(s, z)$$

El giro ($+\gamma$) está contado en el sentido del momento ($-z$) que es el positivo; el ($+\gamma'$) lo está en el de la unidad positiva. Como las secciones terminales del pilar respecto á la base y del trozo de fondo respecto al plano de simetría, giran ambas en una misma dirección positiva, basta igualar γ y γ' . El sistema:

$$\begin{cases} \Phi(s) + \varphi(s) = -z & (b) \\ I_\pi \times F(s, z) = I_f \times \psi(s, z) & (c) \end{cases}$$

determina por completo la solución buscada. Sin desarrollarla numéricamente, lo que sería pesado y sin utilidad práctica, en este caso baste decir que la separación crítica que buscamos depende íntimamente de la flexibilidad del pilar. Si esta es absoluta, entendiendo por tal permitir en 5 un giro sin oponer resistencia, es decir, con una articulación, estamos en el caso primitivo (fig. 25 c). Si, yendo al límite opuesto, la rigidez es absoluta, el semiacueducto *termina* en el punto 5 en un empotramiento perfecto: la longitud útil del fondo volado ($f - s$) y con ella la posición del centro y momentos de inercia, las áreas y momentos estáticos relativos á dicha parte, todo, salvo lo concerniente á la pared, es, como X , Y , Z , función de s fácilmente calculable. El trozo central es una pieza perfectamente empotrada, de luz $2s$ y que solo soporta la carga ($\delta a + \pi'$). La condición se cumple sencillamente haciendo

$$M'_6 = +\frac{1}{24} (\delta a + \pi') (2s)^2 = -M'_5 = -\varphi(s) \quad (d)$$

Si los pilares no son muy altos, como por regla general, dadas sus fuertes cargas, resultan muy robustos, la ecuación (d) se aproxima bastante á la realidad. Dando á s un valor algo menor se obtiene una solución satisfactoria.

(Continuará.)

LA GALERÍA DE LAS MARAVILLAS

en la Exposición de Turín.

Desde el momento en que se anunció para la próxima Exposición Universal de Gante la creación de un Palacio de las Maravillas sin precedente en anteriores Exposiciones, nos ha parecido sería interesante echar una ojeada retrospectiva sobre otra galería del mismo género que existió el año pasado en la Exposición de Turín.

En esta Galería de las Maravillas el profesor Ricardo Arno