

REVISTA DE OBRAS PUBLICAS

PUBLICACIÓN TÉCNICA DEL CUERPO DE INGENIEROS DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS

DIRECTOR

D. MANUEL MALUQUER Y SALVADOR

COLABORADORES

LOS INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

SE PUBLICA LOS JUEVES

Dirección y Administración: Plaza de Oriente, 6, primero derecha.

CÁLCULO DE VIGAS DE HORMIGÓN ARMADO

(CONTINUACIÓN)

V

Direcciones más convenientes y dimensiones de las ligaduras.

En los párrafos anteriores se han determinado los esfuerzos en cada punto del alma según direcciones verticales y horizontales, apareciendo muy complicada la distribución de estos elementos, porque en cada una de estas direcciones aparece un esfuerzo de compresión ó tracción y uno tangencial ó cortante.

No es esta la disposición más conveniente para el cálculo de dimensiones, pues sería análoga á buscar la sección resistente de una varilla tendida, considerando no la sección normal al esfuerzo, sino una inclinada con relación á él, en la cual aparecería un esfuerzo normal y otro cortante. Tenemos, por tanto, que referirnos á las condiciones tipos de resistencia de elementos.

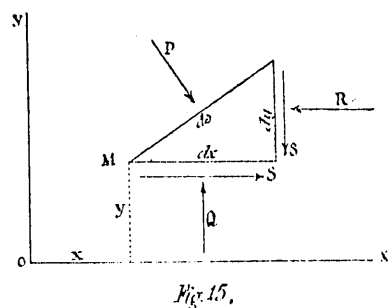


Fig. 15.

Afortunadamente, en los tratados de Resistencia de Materiales se demuestra que un sistema de esfuerzos tal como el que hemos deducido se reduce á tensiones y compresiones según dos direcciones normales, y éstas sirven de base para la determinación de las dimensiones del alma y de sus ligaduras. Estas direcciones, en que no hay esfuerzo tangencial alguno, se llaman direcciones principales, y el sistema de estas fuerzas principales equivale totalmente á las que se producen en otras dos cualesquiera direcciones.

Haremos la deducción de estas sencillas fórmulas siguiendo la marcha anterior.

Direcciones y valores de las compresiones y tensiones principales.—Seguiremos como hasta aquí dando el signo positivo á las compresiones.

Estudiemos las condiciones de equilibrio del prisma de la figura 15, cuya base es de lados infinitamente pequeños dx , dy , y la altura u todo el espesor de la pieza; sobre la cara oblicua aparece un esfuerzo normal solamente.

Proyectando según las direcciones de los ejes:

$$ds \cdot uP \frac{dy}{ds} + dx \cdot uS - dy \cdot uR = 0 \quad \left\{ uP \frac{dy}{dx} = uR \frac{dy}{dx} - uS \right. \quad (30)$$

$$-ds \cdot uP \frac{dx}{ds} - dy \cdot uS + dx \cdot uQ = 0 \quad \left\{ uP = uQ - uS \frac{dy}{dx} \right. \quad (31)$$

Resolviendo con relación á $\frac{dy}{dx}$ y á (uP)

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + \frac{uR - uQ}{uS} \cdot \left(\frac{dy}{dx} \right) - 1 = 0 \quad (32)$$

$$(uP)^2 - (uP)(uR + uQ) + (uR)(uQ) - (uS)^2 = 0 \quad (33)$$

La ecuación (32) nos dice que en cada punto M existen dos direcciones perpendiculares entre sí (puesto que el producto de las dos raíces es -1) en que los esfuerzos son normales á las caras consideradas sin que se presente en ellas esfuerzo tangencial.

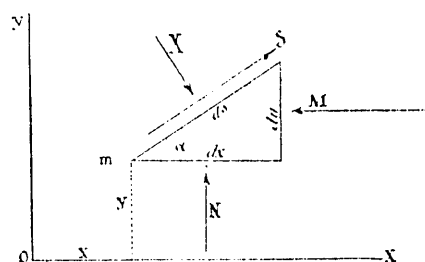


Fig. 16.

Como por lo ya expuesto conocemos los valores de (uR) , (uS) y (uQ) en cada punto de la viga, estas ecuaciones nos dan en todos ellos las direcciones y valores de los esfuerzos principales.

Variación de los esfuerzos según el ángulo que formen los elementos con las direcciones principales.—Es útil hacer

notar que según las direcciones principales aparecen el mayor compresión y la mayor tensión y en general, el máximo y mínimo de los esfuerzos normales.

Eligiendo los ejes coordenados paralelos á las direcciones principales en el punto, y considerando el equilibrio del prisma cuya base aparece en la figura 16 y la altura igual á la unidad.

$$\left. \begin{aligned} Xds \frac{dy}{ds} - Mdy + Sds \frac{dx}{ds} &= 0 \\ -Xds \frac{dx}{ds} + Ndx + Sds \frac{dy}{ds} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Llamando α al ángulo indicado en la figura y despejando los valores de X y S , se tiene:

$$\begin{aligned} X &= M \sin^2 \alpha + N \cos^2 \alpha \\ S &= \frac{M - N}{2} \sin(2\alpha) \end{aligned}$$

Derivando con relación á α é igualando á 0, se ve que el máximo y mínimo del esfuerzo normal X corresponde á las direcciones de los ejes ó sean los esfuerzos principales. El máximo del esfuerzo tangencial resulta en dirección á 45 grados con los ejes.

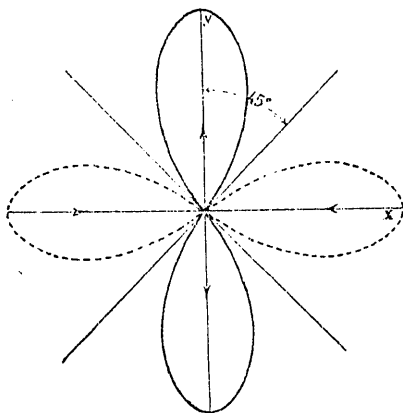


Fig. 17.

Si N es una tensión igual á M en valor absoluto, $N = -T = M$, representando en coordenadas polares el valor del esfuerzo según el radio vector, obtendríamos la figura 17, en la que se ha representado con línea llena la curva que indica las tensiones.

Si la compresión fuese doble de la tensión obtendríamos con la misma representación la figura 18.

Se ve en una y otra cómo varían los esfuerzos de esta clase con pequeñas desviaciones á partir de la dirección principal, y cómo se reduce el campo de acción de las tensiones si el esfuerzo de compresión principal le sobrepuja mucho, como sucede en la cabeza comprimida.

Los valores de los esfuerzos S vendrían representados en magnitud no en dirección por la figura 17, tomando por ejes las tangentes á 45°.

Formas de las líneas de transmisión de los esfuerzos principales en algunos casos particulares.—1.° *El momento flector es constante.*—La ecuación (32) es la ecuación diferencial de las líneas, en las cuales, considerado un elemento cualquiera, la fuerza es normal á la curva, y como representa una familia de curvas ortogonales es también la ecuación diferencial de las líneas de acción de los esfuerzos principales. En este caso, y queriendo utilizar las (30) y (21)

para la determinación de (uP) , hay que tener cuidado de cambiar en éstas el valor de $\frac{dy}{dx}$ por $-\frac{dx}{dy}$ para pasar de la dirección del elemento á la de su normal.

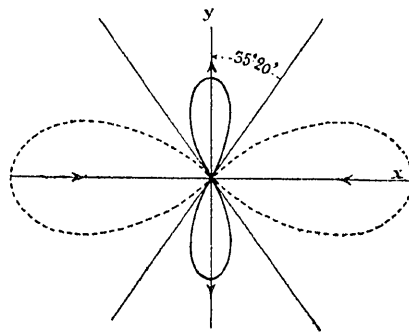


Fig. 18.

Si uno de los esfuerzos principales resulta ser de tensión, la forma de la curva que diese la ecuación (32) sería la más conveniente para disponer las ligaduras.

La integración es difícil, pero en los casos más interesantes puede hacerse en la porción tendida de la viga hasta la fibra neutra lo que abarca la mayor parte de la altura.

En la parte comprimida se puede trazar aproximadamente la forma, porque sabemos que en la cara terminal $uS = 0$ lo que corresponde á dos direcciones, una paralela al eje neutro y la otra normal; tenemos así las direcciones de la tangente en la fibra neutra y en la cara terminal.

El primer caso que se presenta es aquel en que el momento sea constante, que corresponde, por ejemplo, á la parte central no cargada de una viga con cargas simétricas. En este caso en toda su altura $uQ = 0 \Rightarrow uS = 0$.

La ecuación (33) da dos valores para (uP) , uno cero y otro (uR) , y la (32) dos raíces, 0 é ∞ ; lo que quiere decir que no hay más esfuerzos principales que (uR) paralelos á la fibra neutra y huelga toda ligadura en la parte considerada, tanto en la cabeza comprimida como en la tendida.

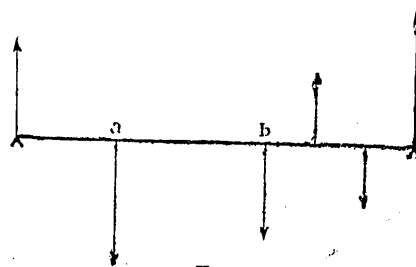


Fig. 19.

2.° *Viga que sufre cargas aisladas.*—Consideremos la porción ab comprendida entre dos puntos de aplicación y sea A la resultante de todas las fuerzas situadas á la izquierda de la sección y μ el momento flector en a . Tomando este punto como origen

$$M = Ax + \mu$$

En la parte tendida tenemos por hipótesis:

$$uS = \frac{\frac{dM}{dx}}{H + \frac{e^2}{Y_1}} = \frac{A}{H + \frac{e^2}{Y_1}}$$

constante según la fórmula (7) y $uQ = 0$ porque lo es $\frac{d^2M}{dx^2}$.

La ecuación (32) da $\frac{dy}{dx} = \pm 1$, es decir, que las líneas de transmisión son rectas á 45° con el eje neutro y la (33) $(uP) = \pm (uS)$ esfuerzo también constante según esas líneas; compresión en un sentido y tracción en el otro.

Para determinar la sección de las ligaduras podemos establecer una regla análoga á la que da la adherencia. La fuerza que tienen que resistir las ligaduras es la resultante de todas las que obran sobre la viga hasta la sección considerada, tomando la sección que corresponde á una longitud de alma igual á $H + \frac{p^2}{Y_1}$. Como la dirección de esta longitud está á 45° con la horizontal, deducimos:

Se determina el esfuerzo cortante en la sección considerada. Esta fuerza ha de ser resistida á la tensión por las ligaduras que se atan á la armadura inferior de una longitud $(H + \frac{p^2}{Y_1})\sqrt{2}$. La dirección de estas ligaduras ha

de ser á 45° con el eje de la pieza.—En cuanto al coeficiente de resistencia que conviene adoptar proponemos el mismo por lo menos que se admita para las varillas de la armadura inferior de la viga. Dos razones hay que lo aconsejan: una, el que se usan alambres que en igualdad de sección resisten mejor que las varillas; la otra es que aunque hemos supuesto que el hormigón del alma no ayuda nada á la tensión, esto no es exacto, y aquí la ayuda es más completa que en el caso del momento flector por ser incomparablemente mayor la sección del hormigón comparada á la que presentan las ligaduras.

Si continuásemos las líneas de tensión á través de la cabeza comprimida veríamos que la tracción disminuiría rápidamente hasta anularse en la cara terminal de la pieza, á la vez que se encorvaría la línea hasta terminar con una tangente vertical.

La inclinación de la línea que gráficamente determinase las tensiones á lo largo de una de estas ligaduras rectificadas nos daría medios de determinar su diámetro á fin de que la adherencia fuese suficiente en cada punto para amortizar la tensión.

Armadura superior.—El procedimiento conduciría á adoptar diámetros muy pequeños y alambres muy numerosos. Lo práctico es despreciar en parte estas tensiones en la cabeza comprimida, continuar las ligaduras en forma recta y atarlas á una barra longitudinal superior que corra á lo largo de la viga lo más lejana posible de la fibra neutra.

Las condiciones que tiene que llenar esta armadura superior en la parte comprimida son: Sección suficiente para resistir como esfuerzo cortante la parte correspondiente de la tensión de las ligaduras que se atan á un mismo punto. Resistencia combinada con la anterior al esfuerzo de compresión que corresponde según su situación en la cabeza. Perímetro bastante para transmitir al hormigón los esfuerzos que le llevan las ligaduras, parte por compresión y parte por adherencia, descomponiéndolos según el eje de la barra y su normal.

Este esfuerzo de adherencia será la proyección de la tensión de las varillas sobre la barra. Si al entrar en la cabeza comprimida la tensión de las ligaduras se conservase íntegra hasta tropezar con la armadura superior, esta tensión, según la regla del párrafo anterior, es igual á la adherencia de la varilla inferior dividida por $\sqrt{2}$; al proyectarla tendremos que dividirla de nuevo por el mismo número, ó sea en definitiva. La barra superior en la cabeza compri-

mita sufre un esfuerzo de adherencia mitad que la armadura tendida de la viga en puntos correspondientes á la misma ligadura.

Esta regla da un máximo, teniendo en cuenta el rápido decrecimiento de la tensión desde que se entra en la cabeza comprimida, y á la vez la desviación que sufre con relación á la dirección que hemos dado á la ligadura, lo que es un nuevo motivo de decrecimiento (véase la fig. 38), puede suponerse que la tensión de las ligaduras decrece proporcionalmente á su longitud desde que atraviesan la fibra neutra hasta anularse en una longitud $l = \frac{R_a d}{4R_c}$. Siendo R_a la re-

sistencia unitaria á la tensión del diámetro de la ligadura y R_c la resistencia unitaria por adherencia. En estas condiciones la tensión que llega á la armadura superior se reduce en la relación entre la longitud de ligadura desde la fibra neutra hasta su encuentro con la varilla, y l en la misma relación se reduce la adherencia de la regla anterior.

De aquí se deduce, como es lógico, que cuanto más delgadas y numerosas sean las ligaduras menor importancia tendrá la armadura superior.

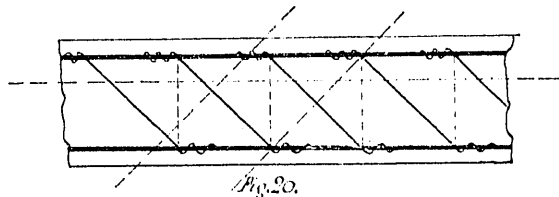
El esfuerzo de compresión que transmite al hormigón la componente normal de la tensión puede dar lugar también en algunos casos á considerar otro elemento de las armaduras de la viga, tanto de la inferior como de la superior. Conviene que la compresión no pase del límite admitido para el hormigón. El problema es análogo al de un carril apoyado en toda su base y sometido á esfuerzos aislados en los puntos en que se atan las ligaduras.

En el caso de un solo esfuerzo P , la carga del hormigón debajo del punto de aplicación sería por unidad de longitud

$$p = \frac{P}{2} \sqrt{\frac{K}{EI}} \quad (*)$$

en que E , I , son el coeficiente de elasticidad y el momento de inercia del carril, K un coeficiente, relación entre la carga del hormigón y la deformación que en él se producen. Faltan experiencias que determinasen este último; pero la fórmula indica la ventaja que se obtendría en algunos casos con formas tubulares ó perfiladas para satisfacer á las condiciones de sección, perímetro y rigidez suficientes.

Número de ligaduras y algunas disposiciones prácticas.—Queda aún indeterminado el número de ligaduras, entre las que hemos de repartir el esfuerzo hallado.



Parece para buscar un mínimo racional el hacer que los planos de rotura, ó sea los inclinados á 45°, tropiecen por lo menos con dos ligaduras á uno y otro lado de su centro para que la tensión se distribuya en dos ligaduras. Esto conduce á la distribución de la figura 20, en que todo el plano vertical tropezará siempre con una ligadura.

(*) Véase *Resistance des Matériaux*, par Ang. Foppl, traduit E. Hahn, 1901, ej.º 31.

La manera de atar las ligaduras con las armaduras superior é inferior merecen también fijar la atención. Parece lo más sencillo arrollar el extremo á las barras en hélice á 45° con el eje en la longitud *l* de que hemos hablado suficientemente para que la tensión en el punto de contacto con la barra quede anulada por la adherencia del alambre con el hormigón. Habrá que cuidar así de hacer las hélices alternativamente destrorsum y sinestrorsum, para evitar una tendencia muy pronunciada al giro de las varillas. En la superior pudiera adoptarse el dar una vuelta de hélice y prolongar después el alambre á través de la tabla del forjado, contribuyendo á la resistencia de elemento, que sin armadura superior está propenso en esa parte á formar una grieta á lo largo de su unión con el cuerpo de la viga.

Pudieran adoptarse otras disposiciones, cuidando siempre que la componente de la tensión á lo largo de las armaduras quede neutralizada y que el alambre se encorve suavemente sobre un apoyo sólido, pues de otro modo podría obrar todo el esfuerzo de tensión del alambre como esfuerzo cortante, y dado el crecido coeficiente á que se les puede hacer trabajar, resultar insuficiente la resistencia en este punto.

El sistema de formar con las ligaduras una simple horquilla que pase por la armadura no es suficiente, porque la componente de la fuerza á lo largo de estas armaduras no queda neutralizada sino por la presión que la cabeza de la horquilla transmite al hormigón y puede ser muy crecida.

Se necesita á veces un doble sistema de ligaduras formando celosía. Cuando las cargas son fijas no se necesitan ligaduras sino en una sola dirección la de las tensiones. Si son móviles, al pasar la carga á uno y otro lado de la sección considerada, cambia el sentido de las tensiones, sustituyendo á las anteriores compresiones y se necesita doble ligadura trabajando siempre una de las dos. En este caso, además, y en la imposibilidad de poner montantes en todas las posiciones de las cargas, conviene que su superficie de apoyo sobre la viga tenga en sentido del eje suficiente longitud para que se transmita la fuerza por simple compresión del hormigón, sin un coeficiente crecido, y para que la longitud de la ligadura que se comprenda en la zona directamente comprimida tenga suficiente perímetro para transmitir la tensión de estas ligaduras.

FERMÍN CASARES BESCANSÁ.
Ingeniero de Caminos.

(Se continuará.)

LOS PUERTOS Á CARGO DE JUNTAS

XXI

Los arbitrios.

Terminado el relato acerca de los antecedentes legales relativos á la constitución de las Juntas de Obras de puertos hoy día existentes (1), y respecto á las circunstancias en que se hallan dichas Corporaciones, nos resta el ocuparnos, según nuestro propósito, de los *arbitrios* establecidos por el

(1) Por Real decreto de 24 de Agosto de 1910 se ha creado otra Junta más, la del puerto del Ferrol. Son, pues, en número de 27 el de dichas Juntas de Obras.

Gobierno á favor de las mismas como auxilio para la ejecución y sostenimiento de los puertos correspondientes y de las diversas vicisitudes de dichos impuestos.

De tales *arbitrios*, los más antiguos fueron los autorizados para el puerto de *Barcelona* por la ley de 30 de Abril de 1856, con bastante antelación á la creación de la *Junta* de Obras de dicho puerto, que no lo fué, como dijimos, hasta que así se dispuso, por el decreto de 11 de Diciembre de 1868.

Los *arbitrios* de referencia, que fueron después para la Junta del expresado puerto, fueron establecidos por la antedicha ley por *tres conceptos*: por *fondeadero*, por *carga* y *descarga* y por *faros*.

Los de *fondeadero* fueron: *un real* por tonelada de arqueo siendo el *buque español*, *dos reales* por ídem íd. siendo *extranjero* y *medio real* por tonelada para *buques de cabotaje*.

Por *carga* y *descarga* se impusieron: *tres diez y seis avos de real* por cada *quintal* en buques de *cabotaje*, un *veinticuatro avos de real* por *quintal* de *transbordo* de buque *español* y un *dozavo de real* por *quintal* en buque *extranjero*.

Por *faros*: *medio real* por tonelada de cada *buque español*, *un real* en buque *extranjero* y un *cuartillo de real* por tonelada en buque de *cabotaje*.

Se autorizó á dicha Junta de Obras para emitir obligaciones con interés, si eran necesarias.

Por orden de antigüedad corresponde después el impuesto ó *arbitrios* establecidos para el puerto del *Grao de Valencia*, que lo fueron primeramente por ley de 18 de Junio de 1856, declarados subsistentes por ley de 27 de Julio de 1871, cuyos *arbitrios* fueron: un *millón de reales* al año, á cargo del presupuesto *provincial de Valencia*, aumentándose al efecto las contribuciones territorial é industrial; la *cantidad* que se recaudase en el puerto del *Grao* por el *impuesto general sobre fondeadero, carga y descarga*, y un *impuesto local* de 17 maravedises (medio real) por *quintal* de *carga* y *descarga*.

También fué autorizada la Junta para emitir obligaciones para poder anticipar el abono de las obras.

Por decreto de 18 de Octubre de 1869, al crearse la Junta de Obras del puerto de *Tarragona*, se estableció en el art. 4.º del expresado decreto que se atendería al pago de las obras con el importe de las subvenciones ofrecidas por la Diputación y por el Ayuntamiento, y con el producto de un *arbitrio de 150 milésimas de escudo por tonelada* de 1.000 kilogramos de *carga*, y otro tanto por la de *descarga* en buques destinados al comercio de *cabotaje* entre *puertos nacionales*, y 250 *milésimas de escudo* por tonelada de *carga* y *descarga* en buques destinados á los *demás comercios*.

Por decreto del Regente del Reino de 25 de Noviembre de 1870, al crearse la Junta del puerto de *Sevilla* se autorizó el *recargo* de un 50 por 100 sobre el impuesto de *descarga* que cobraba el Estado, y se autorizó también otro arbitrio consistente en el producto de la *recaudación* del servicio de los *muelles*, con arreglo á la tarifa aprobada por