

REVISTA DE OBRAS PUBLICAS

PUBLICACIÓN TÉCNICA DEL CUERPO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

DIRECTOR

D. MANUEL MALUQUER Y SALVADOR

COLABORADORES

LOS INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

SE PUBLICA LOS JUEVES

Dirección y Administración: Plaza de Oriente, 6, primero derecha.

LA ESTADÍSTICA MATEMÁTICA EN INGLATERRA ⁽¹⁾

La estadística matemática se cultiva en Inglaterra y ha sido objeto de muy interesantes estudios que son poco conocidos en el Continente, como lo demuestra el hecho de que en la interesante obra que M. M. Laurent publicó en 1908 sobre «Estadística matemática» no se haga de ellos la menor mención. Para subsanar esta deficiencia hay que exponer las últimas investigaciones de los estadistas ingleses y en especial las del Profesor Mr. J. J. Edgeworth; y para comprender mejor la importancia de estos trabajos conviene indicar el lugar que les corresponde en la historia de la estadística en general y en la del cálculo de probabilidades en particular.

I

La historia de la Estadística nos hace ver que empezó como una ciencia puramente descriptiva que tenía por objeto informar á los hombres de Estado sobre los recursos de las Naciones, y durante largo tiempo se limitó á una exposición de lo que se llamaba *cosas notables*. De este modo la comprendía el Profesor de la Universidad de Gottinga Godofredo Achenwal, que fué el primero que le dió ese nombre en 1749. Hacía una descripción bajo un plan uniforme de España, Portugal, Francia, Inglaterra, Holanda, Rusia, Dinamarca y Suecia. En todos estos países indicaba los límites y las variaciones que habían sufrido, las condiciones del suelo y sus producciones, así como sus recursos y número de habitantes, sus caracteres y derechos, la constitución de los Gobiernos respectivos y las leyes de Administración de justicia, de Instrucción pública, de Administración de la Iglesia, los datos relativos á la industria y comercio exterior é interior, las pesas y monedas, recursos de Hacienda y Deuda del Estado, Ejércitos de mar y tierra, y, por último, condiciones de su vida política y porvenir del país.

Esta fué la cuadrícula de todos los estudios estadísticos hasta el primer tercio del siglo XIX. Es de notar que esta descripción no tenía por base principal los datos numéricos, puesto que mucha parte de ella no era susceptible de redu-

cirse á números, y en otras faltaban documentos exactos que permitiesen ese modo de expresión. Así es que la Estadística, de acuerdo con su etimología, constituyó una ciencia política.

El gran desarrollo adquirido por las ciencias á fines del siglo XVIII hizo que se fundasen varias, espigando, en parte, el campo de la Estadística.

Montesquieu, Kant y Fichte desarrollan en la Filosofía del derecho toda la parte jurídica, y Adam Smith, Say y Ricardo desarrollan en la Economía política todo lo que se refiere á la riqueza del Estado, así como la cuestión monetaria y las relaciones comerciales.

La Geografía, por otra parte, se perfecciona y ocupa de todo lo referente á las condiciones del suelo, como lo demuestra la gran Geografía de Malte-Brun (1812) y la de Ritter (1817).

Aun hoy, lo que más se asemeja á un antiguo tratado de Estadística, es la Geografía de Elíseo Reclús.

De aquí resultó que la Estadística dejó de tener campo propio y fué suprimida en el cuadro de enseñanza de muchas Universidades, entre otras la de Bruselas, donde venía figurando desde 1816 y dejó de explicarse en 1849; no habiendo vuelto á figurar entre las asignaturas hasta 1893, en que se hizo obligatoria para la licenciatura en Administración, y desde 1901 para la de ciencias comerciales.

Al presente la Estadística tiene un significado diferente, habiendo dejado de ser una ciencia política y teniendo por base los datos numéricos.

Dos circunstancias han contribuido á este resultado: la mayor exactitud de las estadísticas oficiales, y las investigaciones científicas de las leyes que rigen los fenómenos del movimiento de población.

Examinaremos brevemente su importancia. En todo tiempo la Administración pública necesitó datos más ó menos exactos, y para obtenerlos se hicieron censos, cuyo rastro no es difícil hallar en Roma, Grecia, Babilonia, Egipto y China. Pero una vez constituidos los Estados modernos, se hizo más necesario el conocimiento de los recursos de que disponían. Aun Monarcas absolutos como Federico II se esfuerzan en tener informes periódicos que puedan dar á conocer el estado de la Administración en su Reino.

La revolución francesa crea un nuevo sistema de Gobierno, y la Asamblea Constituyente encarga á Lavoisier que haga una «Estadística general de la riqueza territorial y las rentas de Francia». En 1790 Necker organiza una

(1) Extracto de una Memoria escrita por MM. E. Franklin, Ingeniero de los caminos de hierro del Estado en Bélgica, y E. Mahain, Profesor de la Universidad de Lieja.

Oficina de información que puede considerarse como el origen de la Estadística oficial, que se estableció definitivamente en el siglo XIX.

En 1804 Napoleón hace publicar la Estadística general de Francia, según los datos reunidos por los Prefectos. En las demás Naciones se sigue este ejemplo, y en todas partes se procura llegar á mayor exactitud en los censos de población, aun cuando no siempre se logra por lo heterogéneo de las fuentes de información. En 1830 se hace en Holanda el primer censo de población obteniendo los datos directamente de los jefes de familia, procedimiento debido á Quetelet, que más tarde, en 1846, lo extendió á Bélgica y en 1853 organizó un Congreso internacional para sentar las bases de la Estadística moderna. Ésta se nutrió también de los estudios que se habían hecho respecto á las leyes que rigen el desarrollo de la población y las verificadas con motivo de los seguros sobre la vida. Parece que desde la Edad Media existían seguros para viajeros y peregrinos. En 1671 Juan de Wit presenta á los Estados de Holanda un cálculo para determinar el valor de las rentas vitalicias, que según Biereus de Haan es el primer ensayo de una tabla de mortalidad y la primera aplicación del cálculo de probabilidades para fijar la vida probable. No parece, sin embargo, que se hubiese fundado en datos estadísticos, sino en hipótesis. Por el contrario, la tabla de mortalidad publicada en 1693 por el célebre astrónomo Halley se hizo con los datos tomados en los registros parroquiales de Breslau y enviados por Neuman á la Sociedad Real de Londres. El eclesiástico alemán Johann Peter Süßmilch publicó en 1740 un tratado en que demuestra que «el orden divino preside á las vicisitudes de la raza humana para regular la reproducción, el nacimiento y la muerte».

Considera como providencial el hecho de que nazcan 21 varones y 20 hembras, y que los individuos de ambos sexos vengan á igualarse en la edad nubil, lo que según él prueba que la monogamia es una ley divina. Además, pone de manifiesto cierta regularidad en la proporción de las defunciones con respecto á la edad.

Los seguros no se pueden establecer sobre base firme sin tener datos numéricos exactos y que se refieran á grandes unidades; entonces solamente pueden aplicarse fórmulas matemáticas. Por una parte progresa el cálculo de probabilidades, y por otra parte se perfecciona la Estadística moderna, sobre todo bajo el influjo de Quetelet, que además de haberle dado carácter internacional, es el primero que traza el plan de la Sociología, que él llama Física social, afirmando que la regularidad que se observa en ciertos fenómenos sociales es consecuencia de leyes físicas idénticas á las que rigen el mundo inorgánico.

Para Quetelet, los individuos no son más que aproximaciones; las diferencias, susceptibles de medida, presentan en cada individuo alteraciones con relación á un valor medio, ideal, que la naturaleza tiende á realizar.

Las estaturas ó las circunferencias torácicas de los soldados escoceses, por ejemplo, pueden asemejarse á medidas repetidas, tomadas en una estatua. Presentarían diferencias que se agruparían alrededor de un valor medio, del mismo modo que los valores individuales, cuyas diferencias serán en tanto menor número cuanto mayores cifras se consideren.

Así los gigantes y los enanos son concepciones que pueden considerarse como equivocaciones de la naturaleza. El hombre normal es el que más se aproxima al hombre tipo.

No entraremos á examinar el valor científico de la Física social; lo que debe hacerse constar es su influencia en la transformación que ha sufrido el concepto de la Estadística. Desde Quetelet no puede considerarse como una ciencia social, sino como un procedimiento científico que deduce conclusiones de datos numerosos que se refieren á hechos concretos. Por eso, en vez de constituir una rama de la ciencia del Estado, se extiende á la meteorología, á la zoología, á la medicina, á la botánica, á la sociología, aplicándose á todo estudio en que haya observaciones numerosas, de las cuales se pueda obtener una media que sea susceptible de expresar una regla ó ley general.

La teoría de la evolución en las ciencias naturales ha sido de las que más han utilizado los progresos de la Estadística.

El procedimiento que Quetelet empleaba para determinar el tipo del hombre debía tener igual aplicación para los tipos de las diversas especies. Además, las nuevas ideas sobre la herencia se prestan á la aplicación de las fórmulas matemáticas, deducidas de numerosas observaciones. En Inglaterra, sobre todo, se han realizado muchas investigaciones de este género, siendo de las primeras las debidas á Mr. Francis Galton, continuadas por el Profesor Karl Pearson. Además, se ha fundado una revista dedicada especialmente á estos estudios (1). En ellos se ha fundado un método que ha dado lugar á numerosas aplicaciones, entre otras á las de seguro sobre la vida, mediante la construcción de curvas que la Sociedad de actuarios ingleses ha hecho publicar en Londres en 1906.

No se trata en esta Memoria de exponer el conjunto de estas investigaciones, que requeriría un largo trabajo; pero no deben dejarse sin examinar los resultados obtenidos por M. F. Y. Edgeworth, Profesor de Economía política de la Universidad de Oxford.

Mr. Edgeworth ha escrito notables obras sobre la aplicación de las matemáticas á los estudios económicos y su tratado *Mathematical Psychics* se ha hecho clásico.

Sus estudios sobre Estadística no son menos importantes, y merced á ellos ha llegado á establecer una teoría general que liga los datos estadísticos á ciertas condiciones matemáticas exactamente definidas. Para comprender bien su alcance es preciso exponer el fundamento matemático de la nueva teoría.

II

Se debe á Gauss la expresión general de ley de los errores accidentales, que con ciertas reservas puede considerarse como una aplicación del teorema de Bernouilli.

Conviene recordar este origen. Considerando una urna que contenga p_1 bolas blancas y q_1 bolas negras; si se saca al azar una bola, la probabilidad de que sea blanca ó negra está representada por las fracciones

$$p = \frac{p_1}{p_1 + q_1} \text{ y } q = \frac{q_1}{p_1 + q_1}.$$

Si se coloca de nuevo la bola en la urna y se repite la operación, las probabilidades de sacar una bola blanca ó una negra son idénticas á las anteriores. Pero si se considera el conjunto de las dos tiradas y se trata de averiguar á

(1) «*Biometrika*, a journal for the statistical study of biological problems, edited in consultation with Francis Galton, by W. F. R. Weldon, Karl Pearson and C. B. Davenport.»—Cambridge.

priori, las probabilidades de sacar sucesivamente 2 bolas blancas, 2 bolas de colores diferentes ó 2 bolas negras, tendremos que están representadas por las expresiones

$$p^2, \quad 2pq, \quad q^2.$$

Si se consideran tres tiradas, las probabilidades de sacar 3 bolas blancas, 2 blancas y 1 negra, 2 negras y 1 blanca ó 3 negras, serán:

$$p^3, \quad 3p^2q, \quad 3pq^2, \quad q^3.$$

Generalizando estos resultados, se deduce fácilmente que en el caso de m sorteos, las probabilidades de sacar 0 blancas..., 1 blanca y $m - 1$ negras..., 2 blancas y $m - 2$ ne-

Por ejemplo, si $p = q = \frac{1}{2}$ y $m = 5$, tendremos:

$$y_0 = \frac{1}{32}, y_1 = \frac{5}{32}, y_2 = y_3 = \frac{10}{32}, y_4 = \frac{5}{32}, y_5 = \frac{1}{32}$$

el sacar dos bolas blancas y tres negras, ó tres blancas y dos negras es igualmente probable, su probabilidad es $\frac{10}{32}$ mayor que la de toda otra combinación en las circunstancias supuestas.

Para $p = q$ y $m = 6$, tendremos:

$$y_0 = \frac{1}{64}, y_1 = \frac{6}{64}, y_2 = \frac{15}{64}, y_3 = \frac{20}{64}, y_4 = \frac{15}{64}, y_5 = \frac{6}{64}, y_6 = \frac{1}{64}$$

ESTATURA DE LOS ALUMNOS (SAN LUIS ESTADOS-UNIDOS)

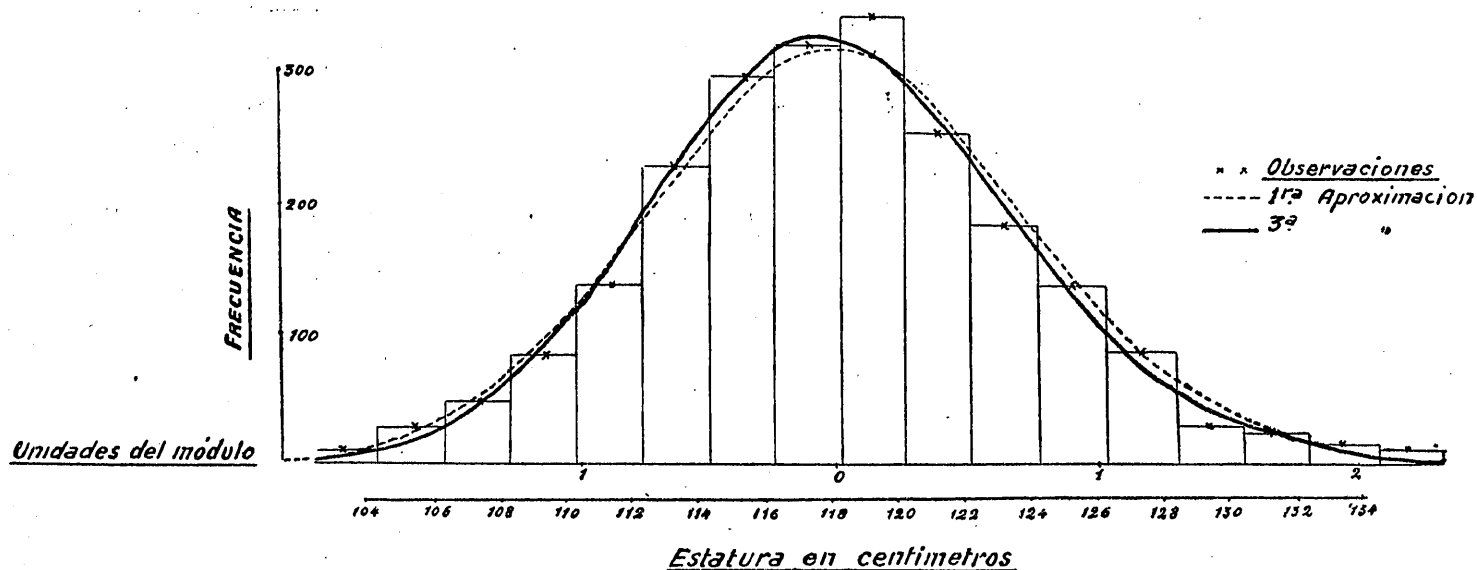


Fig. 1.ª

gras..., y en general i blancas y $m - i$ negras, serán, representando por $C_m^1, C_m^2, C_m^3, \dots$, las combinaciones simples de m letras 1 á 1..., 2 á 2..., i á i ...

$$q^m, C_m^1 q^{m-1} p, C_m^2 q^{m-2} p^2, C_m^3 q^{m-3} p^3, \dots$$

Se ve que corresponden al desarrollo del binomio de Newton $(q + p)^m$ y puede llamarse «ley del binomio» la relación

$$y_i = C_m^i q^{m-i} p^i = \frac{m!}{i!(m-i)!} q^{m-i} p^i (1)$$

que expresa la probabilidad y_i de sacar en m sorteos i bolas blancas (de probabilidad elemental p) y $m - i$ negras (de probabilidad elemental q).

El cálculo demuestra que el valor de y_i es tanto mayor cuanto la relación $\frac{i}{m-1}$ se aproxima más al valor de $\frac{p}{q}$, ó bien que i se aproxima más á mp . En el caso particular de $p_1 = q$, y $p = q$ y_i tendrá un máximo para $i = \frac{m}{2}$ si m es par, ó para $i = \frac{m-1}{2}$ y para $i = \frac{m+1}{2}$ si m es impar.

Estos resultados se representan gráficamente en las figuras 1.ª y 2.ª en que se han tomado por abscisas los valores de i , y por ordenadas los de y . Los extremos de las ordenadas pertenecen á una curva que estudiaremos con más detalle. Cuando el valor de m es grande con relación á la unidad, la fórmula (1) se hace difícil de calcular, y en este caso el empleo de la de Stirling da un valor aproximado del factorial n cuando n es suficientemente grande, se tendrá:

$$y = e^{-n} n \sqrt{2\pi n}$$

que se diferencia poco y que es más fácil de calcular. Si se llama i_0 el número de bolas blancas de la combinación que tiene más probabilidades de salir, se sabe que i_0 se diferencia poco de mp . Sea h la diferencia entre i_0 y el número i de bolas blancas de otra combinación cualquiera. Esta diferencia define la combinación. A la diferencia $+5$ corresponde la combinación que comprende $i_0 + 5$ bolas blancas; á la diferencia -5 la que comprende $i_0 - 5$, y puede indicarse lo mismo de la combinación que comprende $i + h$ bolas blancas que de la probabilidad de la diferencia h .

El análisis demuestra que esta última probabilidad, pero se sabe que: siempre que h sea pequeña con relación á $\sqrt{m}$ es casi igual á

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi mpq}} e^{-\frac{h^2}{2mpq}}$$

Esta fórmula indica el alcance del teorema de Bernouilli. La probabilidad combinada de una diferencia comprendida entre los límites 0 y α comprendiendo los enteros $h_1, h_2, h_3, \dots, h_\alpha$, es decir, la suma de las probabilidades de las

luego

$$A = \frac{1}{c\sqrt{\pi}}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{h^2}{c^2}} dh = c\sqrt{\pi}$$

COMPOSICION DE LAS FAMILIAS

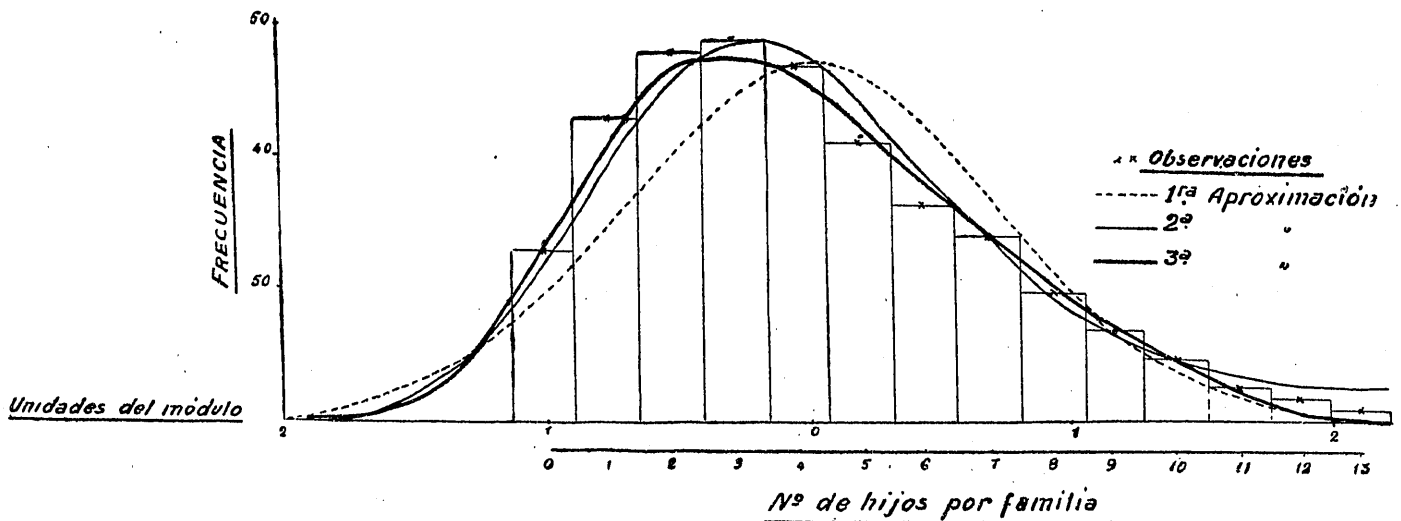


Fig. 2.ª

diferencias $h_1, h_2, \dots, h_\alpha$, ó bien la probabilidad de una diferencia que exceda α se obtiene muy aproximadamente por la integral definida:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi mpq}} \int_0^\alpha e^{-\frac{h^2}{2mpq}} dx.$$

La demostración de esta fórmula supone, como se ha dicho, que h sea pequeña con relación $\sqrt{m}$. Pero aún puede evitarse esta sujeción observando que los elementos de la integral, que tienen en el exponente grandes valores de z , son sensiblemente nulos, y que lo mismo sucede de las probabilidades parciales correspondientes.

Por eso se ha podido dar con bastante aproximación el nombre de ley binomial á la función

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi mpq}} e^{-\frac{h^2}{2mpq}}$$

y á su forma general

$$y = Ae^{-\frac{h^2}{c^2}}.$$

La curva correspondiente de forma de campana se llama *curva binomial* ó *curva normal* de diferencias.

La probabilidad de una diferencia comprendida entre x y $x + dx$, está representada por el trapecio elemental $AaBb$ (fig. 3.ª). La superficie total comprendida entre la curva y el eje de las x representa la probabilidad de una diferencia comprendida entre $-\infty$ y $+\infty$, es decir, la certidumbre. Debe, por lo tanto, verificarse que:

$$A \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{h^2}{c^2}} dh = 1$$

El Conde de Buffon en 1777, en su *Aritmética moral*, y después otros muchos, han aplicado el teorema de Bernouilli á casos experimentales, y se ha comprobado que los hechos concordaban con los resultados de cálculo de un modo satisfactorio.

En todo lo anterior, el hecho cuya probabilidad se trata de averiguar es perfectamente definido, y lo mismo sucede con todos los que pueden acaecer, puesto que todos están formados, por vía de adición, de un mismo número m , fijo de una vez para todas, y los hechos sencillos y opuestos, la salida de una bola blanca a , ó de una bola negra b , cuyas probabilidades p y q permanecen constantes al cabo de m repeticiones.

Pueden también considerarse hechos mucho más complicados como los errores accidentales, inherentes á la medida de una dimensión determinada por medio de instrumentos. El error es la resultante de varios errores parciales, pero el número de éstos es desconocido, lo mismo que el número de probabilidades, que es variable; además, los errores elementales pueden combinarse por adición ó en otra forma.

Por lo tanto, en estas condiciones, la determinación del error probable que corresponde á la diferencia denominada h , constituye un problema indeterminado que parece no debe prestarse al empleo del análisis matemático.

No obstante, Gauss lo ha estudiado en sus *Disquisiciones Aritméticas*, y ha encontrado como solución la fórmula de la ley de Bernouilli:

$$y = Ae^{-\frac{h^2}{c^2}}.$$

Para comprobarla, bastaba repetir un gran número de veces la medida de una dimensión conocida, teniendo cuidado de evitar errores sistemáticos.

Si la ley binomial puede aplicarse á este género de hechos, las medidas deberán diferir de la verdadera en diferencias que satisfagan á la ley de Bernouilli. Esto es lo que han podido comprobar los físicos y los astrónomos.

Bastará citar las 470 observaciones siderales de Bradley que han sido comprobadas por Bessel.

demonstración de Gauss, resumiéndolos en las observaciones siguientes:

1.^a La ley de Gauss se funda en el postulado de la media, admitiendo que si tenemos m observaciones, todas dignas de igual confianza, lo más exacto es tomar el valor medio. No obstante, si entre estas m observaciones la mayoría se agrupan, y una ó dos, sin razón aparente, aparecen como aisladas y difieren de las restantes, ¿deberá tomarse la media de todas las observaciones, ó convendrá prescindir de

JORNALES DE LOS OBREROS BELGAS

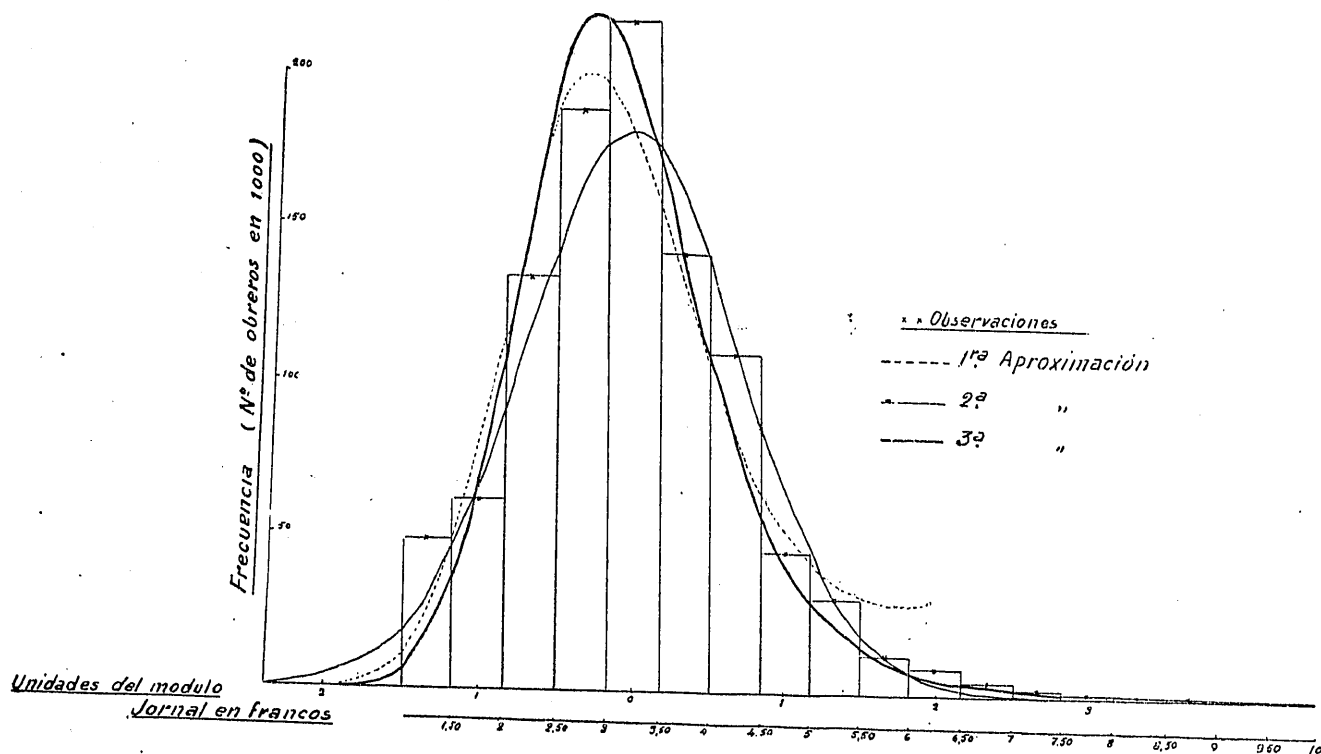


Fig. 3.^a

Se trataba de la ascensión recta de la estrella polar, determinada por observaciones hechas en el Observatorio de Koenisberg desde 1813 á 1815.

Las cifras obtenidas directamente se han considerado como efectivas y las calculadas por la fórmula $y = Ae^{-\frac{h^2}{c^2}}$

cuando se hace en ella $c = \frac{1}{0,43539}$ y $A = \frac{1}{c\sqrt{\pi}}$

ERRORES	NÚMERO DE ERRORES	
	Efectivos.	Calculados.
0'',0 á 0'',4	25	24,9
0'',4 á 0'',8	22	21,9
0'',8 á 1'',2	19	18,2
1'',2 á 1'',6	11	13,7
1'',6 á 2'',0	9	9,5

La concordancia no es siempre tan perfecta; pero siempre ha parecido suficiente y muchos observadores han aplicado la ley binomial, conocida con el nombre de ley de errores de Gauss.

No obstante, el ilustre Geómetra comprendía que el fundamento de la ley era poco sólido y realizó repetidos trabajos para asentarla sobre más firme base.

Mr. J. Bertrand ha puesto en evidencia los defectos de la

los valores esporádicos correspondientes á las que se separan del haz formado por las más concordantes?

2.^a Gauss admite que la probabilidad de un error x es función de x con independencia de la magnitud z de la cantidad medida, y esta hipótesis no parece muy verosímil.

3.^a Gauss, para su demostración, supone que el valor medio de m observaciones de una magnitud z es el valor más probable de z . Esto no está conforme con el postulado fundamental, según el que la media es el valor probable de z y no el más probable. Esta distinción es de importancia. Si en una caja tenemos 14 monedas de plata de 50 céntimos y 5 monedas de oro de 10 pesetas y se saca una al azar, la ganancia probable es de $\frac{14 \times 0,50 + 5 \times 10}{19} = 3$ pesetas, mientras que la ganancia más probable es sólo de 0,50 pesetas.

M. Poincaré en notables lecciones, dadas en la Sorbona en 1893 y 1894, ha defendido los principios en que se funda la ley de Gauss con la inteligencia que le caracteriza.

En lo que se refiere al postulado del valor medio, concede que no es en todos los casos el valor probable, pero demuestra que á medida que aumenta el número de medidas, las medias sucesivas son cada vez más probables.

Haciéndose cargo de las demás observaciones de Mr. Bertrand, establece por medio del análisis, y en forma que no

puede dar lugar á duda, que el error cometido con un instrumento de observación seguirá la ley de Gauss si al hacerla se han satisfecho las condiciones siguientes:

1.ª Debe ser la resultante de un gran número de errores parciales é independientes.

2.ª Cada uno de estos errores parciales debe ser muy pequeño.

3.ª Para los errores parciales la probabilidad de un error positivo debe ser la misma que la de un error negativo, de igual valor absoluto.

Con estas reservas, son indiferentes las leyes de frecuencia que sigan los errores elementales.

En resumen: con la condición de no contar como errores accidentales más que los que cumplan con las condiciones anteriores, la ley de Gauss puede considerarse como rigurosamente demostrada.

FERNANDO GARCÍA ARENAL.

(Continuará.)

CONGRESO DE CIENCIAS DE VALENCIA

ESTUDIO DE ALGUNOS ACEROS ESPECIALES

NOTA PRESENTADA EN LA SECCIÓN DE CIENCIAS APLICADAS

POR

DOMINGO MENDIZABAL

Ingeniero de Caminos.

(CONCLUSIÓN)

Aplicaciones del acero al níquel.

Las condiciones especiales de este acero, así como sus propiedades para la fabricación, hacen que sus principales aplicaciones sean las chapas que se desean que con poco espesor tengan grandes resistencias al choque.

Así los blindajes para barcos se hacen generalmente de los aceros al níquel cromados y las pantallas y protecciones de la artillería, que con poco espesor y peso han de ofrecer gran resistencia á los proyectiles modernos para cubrir los sirvientes de las piezas.

Asimismo los grandes cañones, que á tan enormes esfuerzos se encuentran sometidos, se construyen de este material.

También se emplean en grandes ejes de máquinas.

El acero con 36 por 100 de níquel, que tiene un coeficiente de dilatación inferior al quinto del platino iridiado y que toma brillo muy fuerte, se emplea en construir reglas y aparatos de precisión.

Precio de adquisición.

Por regla general, se calcula como base para la redacción de presupuestos de piezas de este material que el valor del kilogramo de este acero es 3,50 el del acero ordinario.

Decimos, como en los aceros al manganeso, que este sobrepeso es compensado por el exceso de resistencia que permite ahorrar material y por la gran seguridad que se logra con este acero en sus diversas aplicaciones.

Aceros al silicio.

Siguiendo el mismo criterio que en los dos aceros que anteriormente se han estudiado, diremos algo de la influencia del silicio en pequeñas dosis en las propiedades de los aceros ordinarios para pasar luego al estudio de los aceros con grandes dosis de silicio.

Textura.—Aunque hace más pequeño el grano no influye tanto como el carbono, mejorándose la calidad del acero.

Maleabilidad y ductibilidad.—También en estas propiedades influye menos el silicio que el carbono.

Cuando en un acero con débiles dosis de carbono se tiene el silicio en proporción mayor que 5,5 por 100 existe el peligro de que se haga *ruverino*; para evitarlo conviene que el acero contenga en muy pequeñas dosis algo de manganeso, pudiéndose entonces llegar á dosis de 7 y 9 por 100.

Soldabilidad.—Influye en esta propiedad de muy diverso modo según se haya incorporado á la masa en el momento de su preparación ó á fin de la operación.

En el primer caso el acero puede contener una buena dosis de silicio sin que su soldabilidad se altere, mientras que en el segundo grado una muy pequeña parte de silicio hace la soldadura imposible á causa del oxígeno que entonces tiene la masa de hierro descarbonado.

Dureza.—Aumenta con este cuerpo, pero mucho menos que con el carbono; se atraviesa con facilidad con una barra de acero con ferrosilicio al 16 por 100; se coloca en el grado 5,5 de la escala mineralógica de dureza, ó sea entre la apatita y el feldespato.

Pasemos á los aceros que nos interesan.

En 1888 la fábrica de Creusot comenzó á ensayar la fabricación de aceros al silicio, que aplicaba á la preparación de chapas de 15 mm. para pantallas de cañones.

La fábrica de Imphy ejecutó análogos ensayos, preparando chapas de 5 á 7 mm., que presentaba una textura muy nervosa y que resultaron muy resistentes, poco frágiles y muy elásticos.

La fábrica de Saint Etienne preparó en 1893 para el acorazado *Charner* palastros de acero endurecido, que presentaban una dosis muy elevada de silicio, llegando hasta 0,40 por 100.

Los buenos resultados obtenidos animaron á la fábrica de Imphy á ejecutar ensayos de aceros con grandes dosis de silicio, preparando hierros redondos forjados.

Asimismo se prepararon flejes y planos propios para resortes aprovechando sus buenas condiciones de elasticidad.

Puntos críticos.

Digamos algo acerca de los puntos críticos en estos aceros, aunque poco tiene que ser, pues es difícil reconocer la acción directa del silicio sobre los mismos por existir siempre con dicho cuerpo el manganeso, según se indica anteriormente.

Parece, sin embargo, que las curvas de enfriamiento obtenidas en aceros en que la proporción de manganeso era muy débil con relación á la del silicio, permiten dar algunas explicaciones sobre los mismos.

En los aceros muy siliciosos el punto A_1 tiende á subir y aproximarse á la posición normal que ocupa en el hierro puro, ó sea 855 grados.

Á medida que la proporción de silicio aumenta, el retraso del enfriamiento en el punto A_2 queda menos perceptible y