

REVISTA DE OBRAS PUBLICAS

PUBLICACIÓN TÉCNICA DEL CUERPO DE INGENIEROS DE CAMINOS. CANALES Y PUERTOS

DIRECTOR

D. MANUEL MALUQUER Y SALVADOR

COLABORADORES

LOS INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

SE PUBLICA LOS JUEVES

Dirección y Administración: Plaza de Oriente, 6, primero derecha.

APLICACIONES METRICAS

DE LA

ESTEREOSCOPIA

(Continuación) (1).

CAPÍTULO IV

Aplicación de la Fotografía estereoscópica á la Topografía

I

Idea general del método.

Una de las primeras aplicaciones que del método estereoscópico de medida se han realizado es á la construcción de planos fotográficos, como caso particular del método de Laussedat. Consiste éste en determinar la imagen de cada punto del terreno como intersección de los dos rayos homólogos en dos radiaciones, cada una de las cuales está determinada por una sección plana—una vista fotográfica—y el vértice, que á su vez se fija por su proyección sobre el plano de la fotografía y su distancia al mismo. Es indispensable, además, conocer la distancia que separaba los dos centros fotográficos de estación—base del levantamiento fotográfico—y los ángulos que el eje óptico de cada posición de la cámara formaba con esta base y con la vertical, en el momento de obtenerse las fotografías. Si los ejes ópticos de la cámara fotográfica en sus dos posiciones son paralelos entre

sí (en cuyo caso lo serán igualmente los planos de las placas sensibles), las dos vistas formarán una estereoscópica y el método general—designado generalmente con el nombre de método de intersecciones—dará lugar al método estereoscópico que vamos á describir.

Una diferencia existe, no obstante, entre el método de intersecciones y el estereoscópico, en cuanto al modo de fijar los puntos en el plano topográfico: Laussedat se apoyaba en una base de longitud comparable con las distancias de los puntos fotografiados á los de estación, y podía, por consiguiente, fijar la proyección horizontal de éstos (planimetría del terreno) como vértices de triángulos determinados por un lado (la base) y los dos ángulos adyacentes (ángulos de orientación). La característica del método estereoscópico es, por el contrario, el poder efectuar mediciones á distancias enormemente mayores que la longitud de la base (1); los triángulos á que antes nos referíamos determinarían gráficamente los puntos del plano topográfico con errores completamente inadmisibles. Es, pues, preciso sustituir el método gráfico de fijación de distancias por el analítico de medida de paralajes expuesto en la primera parte de este trabajo.

Otra propiedad característica del método estereoscópico estriba en la sujeción que en él existe de haberse de situar paralelas entre sí las dos posiciones de la placa fotográfica en cada par de extremos de una base estereoscópica.

Los levantamientos topográficos por medio de la fotografía estereoscópica pueden realizarse, según las circunstancias, de dos modos diferentes: con una cámara fotográfica móvil, ó con dos fijas invariablemente en los extremos de una base de longitud conocida. Este último método se ha aplicado principalmente al levantamiento topográfico de costas desde la cubierta de un barco en cuya popa y proa se han fijado las dos cámaras, siendo base estereoscópica la longitud de la cubierta; el empleo de una cámara móvil que va

(1) Véase el núm. 1.770.

NOTA. Aunque seguramente habrá sido ya subsanado por el buen sentido de los lectores de la REVISTA, creemos conveniente rectificar un desliz que hemos observado en la pág. 403. Decíamos que el error de la paralaje lineal era *proporcional* directamente á f y á w é inversamente á A , y escribíamos

$$d \pi = \frac{f + w}{A}$$

olvidando el factor de proporcionalidad, que podemos llamar ε , y que restablece además la falta de homogeneidad que en esta fórmula se notaba. Este factor debe, pues, seguir hasta la fórmula definitiva, que será

$$D d = - \varepsilon \times \frac{D^2}{A}$$

(1) Como ya vimos más arriba (pág. 401) la paralaje angular mínima que permite la percepción de relieve es de $30''$, la tangente de este ángulo ó relación entre la longitud de la base y la distancia de los puntos que percibimos es $\frac{B}{D} = \tan 30'' = 0,00015444$ y su inversa

$\frac{D}{B} = \frac{1}{\tan 30''} = 6875$; es decir, que la distancia máxima á que puede percibirse el relieve llega casi hasta 7.000 veces la longitud de la base estereoscópica de que se disponga.

colocándose sucesivamente en los puntos convenientes del terreno es preferible en los trabajos ordinarios efectuados en tierra firme. El sistema de la base fija facilita notablemente las operaciones, tanto en el terreno como en el gabinete; el de la cámara móvil es el único aplicable en la mayoría de los casos y presenta además la ventaja de poder tomar en cada caso la longitud de base más apropiada para la distancia á que se halle del operador la zona de terreno que hay que representar.

La precisión de las mediciones efectuadas en el método estereoscópico es muy superior á la de la Fotogrametría ordinaria; ésto exige igualmente un esmero mayor en la construcción y empleo de los aparatos fotográficos que á aquel sistema se destinan. Del mismo modo, la parte no fotográfica de los fototeodolitos destinados á la estereoscopia ha de estar construída de tal modo que permita situar las placas de las dos estaciones en posición exactamente paralela, o al menos con error pequeñísimo por la gran influencia que este error tiene en la fijación de puntos (1).

Sentados ya los principios fundamentales del método, vamos á detallar algo el modo de operar en el caso más frecuente, y á la vez más complicado, de emplear un fototeodolito móvil.

II

Trabajos de campo

Descripción de un fototeodolito.—Comenzaremos describiendo el fototeodolito Zeiss para trabajos estereoscópicos y luego nos ocuparemos del modo de operar con él.

Los elementos esenciales de todo aparato de este género son de tres clases: 1.º, eje vertical de giro de todo el aparato con las disposiciones necesarias para dar y medir este movimiento; 2.º, cámara fotográfica, cuya placa está en un plano paralelo á dicho eje; y 3.º, anteojo que describe un plano paralelo al de la placa y lleva su correspondiente círculo graduado vertical.

Las figuras 15 y 16 (2) dan clara idea de la disposición del «fototeodolito de campo» construído por la casa Zeiss.

(1) Más adelante veremos que aun cuando este paralelismo no pueda obtenerse, el método es aplicable, aunque afectando las lecturas de un término de corrección, pero esto representa un exceso grande de trabajo y una probabilidad de error.

(2) De la lámina que acompañaba al número 1770 de la REVISTA. Para la mejor inteligencia de esta figura traducimos á continuación la explicación que le acompaña:

- Anlegrahmen.—Marco donde apoya la placa.
- Anschraubring.—Tuerca que sujeta el eje general del aparato.
- Bodenplatte mit Gewinde für den Stengelhaken.—Plataforma con roscas para la fijación del fototeodolito y del estilete de referencia.
- Büchse.—Anillo que envuelve el vástago principal del aparato y hace que el movimiento de éste sea independiente del giro del círculo horizontal.
- Dreifuss mit Sellschrauben.—Trípode con los tornillos nivelantes para fijar el aparato.
- Gegengewicht.—Contrapeso.
- Haltefernrohr.—Eje de giro del anteojo.
- Kassette.—Chassis.
- Kassettenrahmer.—Marco de apoyo del chassis.
- Klemm und Feinbewegungsschraube.—Tornillos de coincidencia y presión para el círculo horizontal.
- Libelle.—Nivel.
- obere } Lochmarke.—Orificios de referencia para marcar la recta principal de la placa.
- untere }
- Platte.—Placa.
- Spiegel.—Espejo.
- Terrestrisches Okular.—Ocular del anteojo terrestre.
- Triebknopf.—Tornillo que imprime el giro al anteojo y su círculo graduado.
- Vertikalachse.—Eje vertical.
- Vertikalkreis.—Círculo graduado vertical.

Á un trípode resistente, cuya estabilidad se aumenta cargando de piedras un saco de cuero que pende de sus tres pies, va unido invariablemente un triángulo metálico provisto de cuatro cilindros fileteados, uno en el centro y otro próximo á cada uno de los vértices.

Á los últimos se unen, como puede verse en la figura 16, los tornillos nivelantes del aparato, fijándose éste sólidamente por medio de un tornillo central y una tuerca *R* (figura 15). Alrededor del eje vertical gira el círculo horizontal graduado *H*, que puede moverse libremente á mano ó con el tornillo *m*, y fijarse con el *k*. La cámara fotográfica *r*, con el contrapeso *G* y el nonius, van invariablemente unidos al mismo eje vertical, recibiendo el movimiento del tornillo *M*. Frente al objetivo *Ob* de la cámara hay un pequeño espejo *S*, y encima de ésta un nivel *L*, una aguja imantada *N* y el anteojo *Ok*, que es acodado y va provisto de un círculo graduado vertical *V*, recibiendo ambos el movimiento por medio del tornillo *T*.

En la figura 16, que representa un corte del aparato, se ven con toda claridad los elementos que acabamos de enumerar. Únicamente detallaremos algo la descripción de la cámara y del anteojo.

Aquella es de una sola pieza de aluminio; el objetivo es Tessar y comprende un ángulo horizontal de 45°, de modo que puede con ocho fotografías darse la vuelta completa al horizonte. La recta principal de la placa (paralela al eje de giro del aparato) viene determinada por dos orificios cónicos, practicados en el marco en que se apoya la parte anterior de la placa; al impresionarse ésta, el orificio situado en la parte inferior dejará pasar los rayos procedentes del cielo del paisaje, y el orificio superior los que parten de la misma región y se reflejan en el espejo *S* de la figura 15. El punto central de la placa se encuentra sobre la recta principal y á la distancia del punto inferior de referencia (superior en la fotografía), marcada en el mismo aparato.

El anteojo es doblemente acodado y tiene un aumento de 10 ó 15 diámetros, según el modelo. El eje óptico de la parte central del anteojo es exactamente paralelo al de la cámara fotográfica, y los dos extremos son perpendiculares á ésta, gracias á otros tantos prismas pentagonales de reflexión total, de modo que al girar describen planos paralelos al de la placa. La parte central contiene el objetivo y el retículo, la acodada anterior el ocular y la posterior acodada es sólo virtual, como se ve en la misma figura 16. Como el plano descrito por los rayos que salen del anteojo pasa por el eje de giro del fototeodolito, el anteojo sirve al mismo tiempo para el teodolito y para la orientación de la cámara que vamos á estudiar inmediatamente.

Los círculos horizontal y vertical están divididos en medios grados, y los nonius permiten leer el minuto y apreciar medios minutos; el horizontal es completo, el vertical alcanza sólo 30° á cada lado de la horizontal.

Modo de operar con el fototeodolito.—Una vez elegida la base estereoscópica en la zona que juzguemos más ventajosa por descubrir mayor extensión del terreno que hay que fotografiar, y con la longitud apropiada para la distancia á que este terreno se halle de la base, colocaremos en los extremos de ésta dos trípodes exactamente iguales (fig. 17): en uno fijaremos el fototeodolito como ya hemos explicado, y en la tuerca central del otro enroscaremos un estilete vertical, que suele pintarse de un color vivo y nos ha de servir como punto de referencia.

Corregido el fototeodolito para que su eje sea perfecta-

mente vertical, dirigiremos el anteojo de modo que enfile el estilete; en esta posición, la placa fotográfica está en un plano vertical paralelo á la base, y puede ser impresionada. Cambiando ahora la situación de la cámara y el estilete, de modo que ocupe cada uno de estos aparatos el lugar en que se hallaba el otro, y haciendo la misma puntería, podemos impresionar otra placa, y midiendo en una y otra posición el ángulo de inclinación de la base (estos dos ángulos habrán de ser suplementarios), tendremos ya los datos de campo suficientes para construir el plano topográfico del terreno fotografiado.

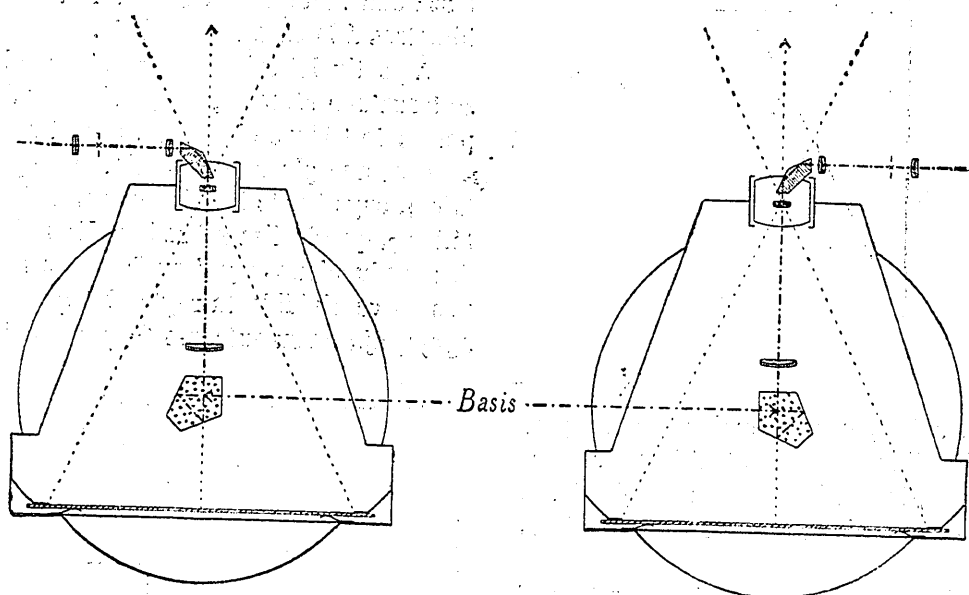


Fig. 17.

Hasta aquí hemos supuesto siempre que el plano de las placas era vertical. Aunque esto es lo más frecuente y ventajoso, puede convenir, en casos especiales, dar á éste una cierta inclinación (1), con tal que ésta sea luego tenida convenientemente en cuenta.

Medida de la base.—Esta, como todas las demás mediciones, habrá de realizarse con gran exactitud. Para ello se dispone de dos elementos, á saber: 1.º El tornillo micrométrico m_1 (fig. 15), que transmite y mide el movimiento de círculo horizontal graduado H y está dividido en 100 partes. 2.º Una estadia horizontal que se adapta á la rosca central de la segunda estación y que se coloca perpendicularmente á la base por medio del pequeño anteojo de que va provista en su centro.

La relación entre el paso del tornillo y la distancia del eje de éste al vertical de rotación del aparato es exactamente de $\frac{1}{100}$; de modo que un intervalo del tambor vale $\frac{1}{10000}$, ó sea, aproximadamente, $20''$ en medidas angulares. La estadia tiene un metro de largo y está dividida en centímetros numerados de diez en diez.

Con estos elementos puede efectuarse la medición de dos modos distintos:

1.º Se lleva el hilo central del retículo del anteojo á coincidir con el trazo central de la estadia, y se sigue girando el tambor hasta que se presente frente al índice fijo la misma división de éste que al hacer la anterior coincidencia. El número de centímetros recorridos por el hilo sobre la estadia da la proyección horizontal de la base en metros, independientemente del valor y signo de la inclinación de ésta.

2.º Se lleva el hilo del retículo de un extremo de la es-

tadia al otro y se halla el número correspondiente de intervalos del tambor. La base buscada es, en metros, 10.000 dividido por este número.

Cuando la base excede de 50^m se coloca la estadia en un punto intermedio y se miden las dos partes de la base, ó dos lados de un triángulo cuyo tercer lado es el buscado, según que la estadia se halle ó no en línea recta con los dos puntos de estación.

También puede medirse la base con el estereocomparador cuando se obtiene desde cada estación una fotografía de la estadia colocada en la otra ó en un punto intermedio.

En lugar del tipo de estadia de un metro, que hemos descrito, puede usarse para bases considerables la estadia tubular (fig. 18) (1) que se compone de una parte central de un metro y dos laterales de igual longitud, que pueden enchufarse en la anterior, resultando reducida la longitud de 3^m á $1,^m20$ para el transporte.

En las anteriores páginas hemos supuesto que sólo disponíamos de una base y dos trípodes, con lo cual obteníamos una vista estereoscópica, ó dos si utilizamos aquella por ambos lados. Así podemos abrazar, como máximo, una amplitud total de 90° (doble del ángulo horizontal del objetivo). En algunos casos puede convenir aumentar la zona fotografiada, lo cual se consigue haciendo uso de tres ó cuatro trípodes y las bases que con éstas puedan aprovecharse.

III

Trabajos de gabinete.

En las primeras páginas de este trabajo (2) expusimos el modo de deducir analíticamente las tres coordenadas de cada punto del terreno, de las medidas verificadas en las placas fotográficas, y más adelante nos ocupamos del modo de realizar estas mediciones por medio del estereocomparador (3). Vamos en este párrafo á explicar el modo práctico de fijar en el dibujo la posición de cada punto, evitando, mediante sencillas construcciones gráficas, la resolución de ecuacio-

(1) Para alcanzar valles profundos ó picos elevados.

(1) Lámina citada.

(2) Capítulo I, párrafo III.

(3) Capítulo III, párrafo I.

nes que, aun siendo sencillas, harían el método pesado y poco práctico (1).

Representemos en el papel del dibujo por O la proyección horizontal del centro de estación (fig. 19), por TT la traza del plano de la vista y por o el punto central de ésta.

La fijación planimétrica de cada punto del terreno se realiza hallando el punto común á cada par de rectas homólogas de dos haces de primer orden: uno que tiene su vértice en O , y otro de rectas paralelas á la TT .

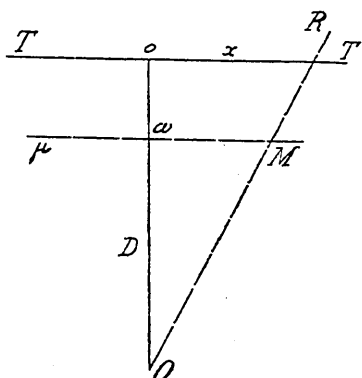


Fig. 19.

La recta del primer haz, correspondiente á un punto cualquiera, se determina llevando sobre TT á partir de o y en el sentido conveniente, la abscisa x leída en el estereocomparador, y uniendo con O el extremo del segmento así obtenido.

Cada una de las rectas del haz de paralelas es la traza de un plano de frente, y su distancia al centro O viene determinada, por consiguiente, en función de la paralaje π leída en el estereocomparador, por la ecuación

$$D = b \times f \times \frac{1}{\pi},$$

en que b y f representan, como antes dijimos, la base estereoscópica y la distancia focal de la cámara respectivamente.

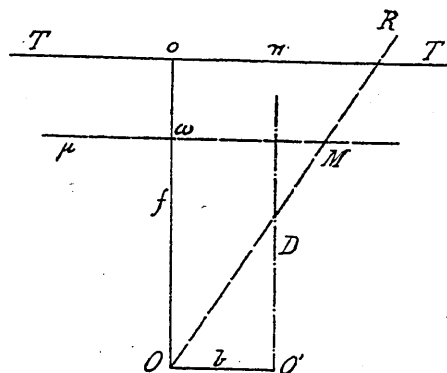


Fig. 20.

La resolución de esta ecuación, aunque no presente dificultad alguna, es laboriosa por el número grande de veces que ha de repetirse: la rapidez exige una construcción gráfica que, aplicada metódicamente, facilite la operación.

Por ser sumamente sencilla, indicaremos la propuesta

(1) Hace poco más de un año comenzaron con brillante éxito los ensayos de un aparato inventado por el primer teniente del ejército austriaco Eduardo von Orel, que realiza mecánicamente sobre dos tableros el dibujo de la parte planimétrica y altimétrica del plano, tomando el movimiento del microscopio del Estereocomparador, al que va unido convenientemente. Aún no conocemos detalles de este interesante aparato que su autor llama «estereoplantógrafo».

por el Dr. C. Pulfrich. Notemos, ante todo, que el producto $b \times f$ es constante para cada par de vistas. En la figura 20 se han representado los dos puntos de estación O y O' , la distancia focal f y la traza TT del plano de vista fotográfica; sobre este dibujo hemos de colocar los puntos del plano fijando, para cada uno de ellos, las dos rectas OM (por la abscisa x) y μ por la distancia D .

El valor de esta última es el que vamos ahora á determinar.

Sobre un tablero (fig. 21) se fija una regla r , paralela y próxima á uno de sus bordes, y un papel fuerte en el que se traza una recta $O\Omega$ paralela á la regla r , y graduada en kilómetros á la escala del dibujo.

Á partir del origen O de esta escala, y á distancia $1,5 f$, se traza una recta T , perpendicular á la $O\Omega$ y dividida en partes de $1,5^{\text{mm}}$ de longitud, á partir de su pie.

C es una placa rectangular transparente (de celuloide ó talco), cuyo borde inferior va reforzado por una reglilla metálica ρ , que desliza sobre la r . Esta placa transparente lleva dos graduaciones t y t' en la escala reducida del mapa, y lo mismo va dividida la regla OR que gira alrededor de una aguja, fija en su extremo O , por donde pasa la escala $O\Omega$.

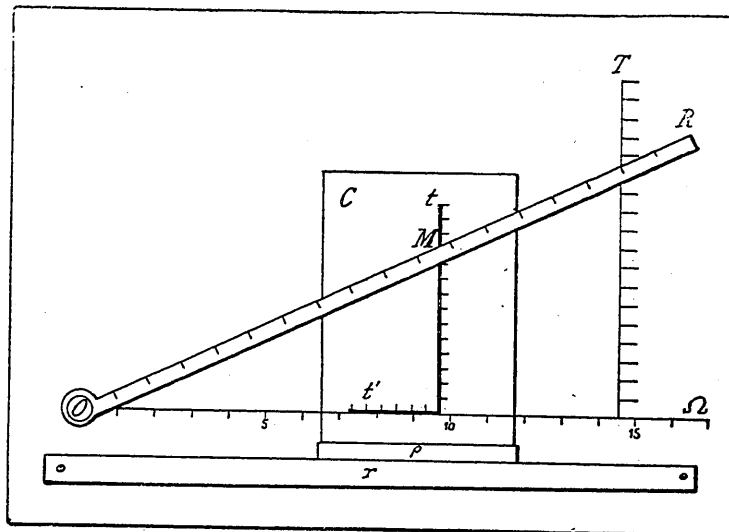


Fig. 21.

Para hacer uso de este tablero, se lleva sobre la escala t la base b correspondiente á cada par de placas (reducida á la escala del plano). Leída en el estereocomparador la paralaje π , se coloca la regla OR de modo que corte á T á la distancia 10π del origen de su división, y se mueve la placa transparente C , apoyando sobre r hasta que el extremo de la base llevada en la escala t coincida con el borde superior de la regla móvil OR .

La distancia de O á esta posición de la recta t , es la distancia pedida D , como puede fácilmente verse por ser $O\Omega$ y OR dos rectas cortadas por otras tantas paralelas T y t y verificarse la proporción

$$\frac{D}{b} = \frac{1,5f}{1,5\pi}.$$

La ampliación de los dos términos de la segunda fracción tiene por objeto aumentar la exactitud de las mediciones.

La construcción anterior nos da la posición de la recta μ (figuras 19 y 20). Para determinar sobre ella el punto M , dejaremos fija en el tablero la placa C , y moveremos la re-

gla OR hasta que pase por la división que en T marque el valor x leído en el estereocomparador; la misma regla OR marcará entonces, por su intersección con la escala t , las distancias OM u ωM (fig. 19) que fijan la posición del punto buscado.

Estudiado ya el modo de formar la parte planimétrica del mapa topográfico, pasemos al cálculo de cotas ó desniveles. Vimos en el capítulo primero (pág. 400) que el desnivel de un punto del terreno, referido á una de las estaciones, viene dado por la proporción

$$\frac{(Y=h)}{y} = \frac{D}{f}$$

de donde

$$h = \frac{D}{f} \times y:$$

vamos á construir gráficamente esta expresión como hemos hecho con la que nos daba la distancia D . Mantengamos aún la placa transparente C en la posición en que la habíamos colocado, y giremos la regla OR hasta que marque en la escala T la ordenada y leída en el estereocomparador; la misma regla nos dará en la escala t la altura pedida h , en metros. Para mayor exactitud, podemos tomar $10y$ en la escala T y dividir por 10 la lectura hecha en la t .

Teniendo ya el desnivel de cada punto del terreno referido á la recta de horizonte de la placa situada en la estación de la izquierda, basta, para hallar su verdadera cota, sumarla con la de esta recta, teniendo en cuenta el término de corrección debido á la refracción y curvatura de la tierra, cuando los puntos se hallan á distancias de la base superiores á 200 metros.

Medición directa de alturas en las vistas estereoscópicas.—Es frecuente el caso de convenirnos conocer la altura de un objeto que aparezca en las fotografías, y aunque pudiera hallarse como diferencia entre las cotas de sus dos extremos, es preferible poderla averiguar directamente.

Para ello puede hacerse uso en el estereocomparador de un sistema idéntico al ya indicado en el télometro estereoscópico.

Lleva aquel aparato, como éste, un índice de longitud conocida (que fácilmente se comprueba hallando la diferencia entre las lecturas de la escala B del estereocomparador correspondientes á la coincidencia de uno y otro extremo del índice con una horizontal bien marcada en el terreno) y que puede recorrer todo el campo del microscopio binocular. La altura l que un índice de longitud L comprende á distancia D , es

$$l = \frac{D}{f} L,$$

toda vez que aquél se mueve en el plano focal del aparato.

IV

Detalles prácticos y exactitud en los resultados.

En general, siempre que haya de transportarse al dibujo alguna medida obtenida gráficamente ó en el estereocomparador, convendrá operar con múltiplos suyos, haciendo luego también gráficamente la correspondiente reducción. Así, por ejemplo, si paralelamente á la traza de la vista fotográfica, y á dos ó tres veces su distancia al punto de estación se dibuja una escala que lleve la misma graduación y numeración

que la escala de abscisas A del estereocomparador, aumentadas también al doble ó triplo, podremos hacer pasar por las divisiones correspondientes una regla móvil alrededor de O , y obtener así la posición del punto M sobre la recta μ con gran exactitud y sin necesidad de trazar la recta OM .

Una de las operaciones más interesantes en los levantamientos topográficos realizados por la estereofotogrametría, es la elección de la longitud de la base, toda vez que si se toma excesivamente pequeña, la parte más distante del paisaje aparecerá toda en un plano y no será posible obtener medida alguna en esa zona; y si, por el contrario, se toma demasiado grande, los primeros términos del terreno presentarán un relieve exagerado, que dificultará ó imposibilitará por completo las mediciones correspondientes. Cada longitud de base, tiene por decirlo así, una zona de aprovechamiento comprendida entre una distancia mínima y otra máxima, y fuera de la cual no es posible verificar observaciones estereoscópicas exactas.

En planos contruídos á escala de 1 : 10.000 conviene una base de 100 metros para distancias superiores á 3.000 metros y de 200 metros para distancias de 4.000 metros. Si la distancia focal del objetivo disminuye, el haz proyectante de los puntos de la fotografía desde el centro de estación queda peor determinado, y constituyendo esto una causa de error, hay que suplirlo con una mayor longitud de la base.

Los errores cometidos en la fijación de puntos del terreno en el plano pueden deberse á dos causas principales: 1.ª Falta de exactitud en la medición de la base. 2.ª Falta de paralelismo exacto entre los planos de las dos placas. Estos dos errores influyen en la determinación de distancias D , que es la que presenta mayor interés.

Sea β el error cometido en el valor de la base estereoscópica b ; si en la fórmula

$$D = \frac{bf}{\pi}$$

sustituimos el valor exacto de b por el erróneo $b + \beta$, tendremos

$$D + \Delta_b = \frac{(b + \beta)f}{\pi}$$

y restando de ésta la anterior tenemos el valor

$$\Delta_b = \frac{\beta f}{\pi} = \frac{D}{b} \beta$$

que es el error absoluto. El relativo es

$$\frac{\Delta_b}{D} = \frac{\beta}{b}.$$

Supongamos ahora que la placa p' (fig. 22), en lugar de ser paralela á la p , forma con ella un ángulo δ . La paralaje de un punto M será $o'm'_1 - om$, en vez de ser como debía $o'm' - om$; el error β_1 cometido por esta causa en la medida de la paralaje es

$$\beta_1 = o'm' - o'm'_1 = f\delta$$

por la pequeñez del ángulo δ de desviación.

Si en la expresión

$$D = \frac{b}{\pi}$$

sustituimos π por $\pi + \beta_1$, podremos escribir

$$D + \Delta_0 = \frac{bf}{\pi + \beta_1}$$

y restando de la última la primera

$$\Delta_0 = \frac{bf}{\pi(\pi + \beta_1)} \beta_1 = \frac{bf}{\pi^2} \beta_1 = \frac{bf}{b^2 f^2} \beta_1 = \frac{D^2}{bf} \beta_1.$$

El error relativo es

$$\frac{\Delta_0}{D} = \frac{D}{bf} \beta_1.$$

La comparación de los errores relativos debidos á una y otra causa hace ver que el Δ_b es independiente de la distancia D , y el Δ_0 por el contrario, crece proporcionalmente á ésta.

El error absoluto total es

$$\Delta = \Delta_b + \Delta_0 = \frac{\beta D}{b} + \frac{D^2}{bf} \beta_1$$

y el relativo

$$\frac{\Delta}{D} = \frac{\Delta_b}{D} + \frac{\Delta_0}{D} = \frac{\beta}{b} + \frac{D}{bf} \beta_1.$$

Para comprobar la falta de errores debidos á estas dos causas basta hacer que aparezcan en las vistas algunos puntos cuya posición respecto al de estación se conozca exactamente de antemano, ya por pertenecer á alguna triangulación previa (triangulación de tercer orden), ya por haberlos

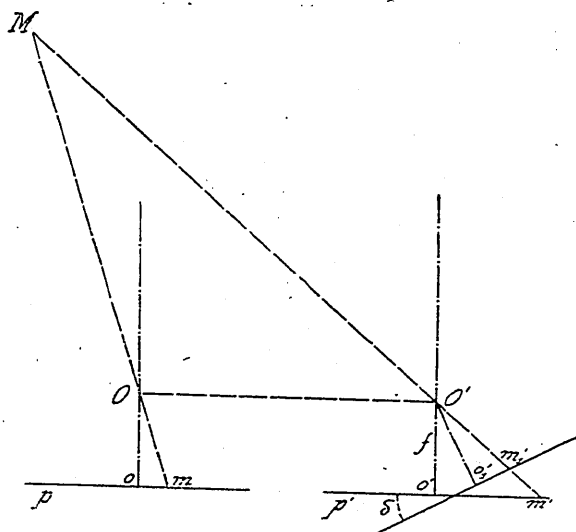


Fig. 22.

determinado nosotros por los procedimientos geodésicos ordinarios. Se deducen de la medida de las correspondientes paralajes los valores de sus distancias al centro fotográfico, y se comparan con las conocidas de antemano; si las diferencias entre unas y otras exceden de lo que puede imputarse al error de 0,01^{mm} admitido en la medida de paralajes, podremos afirmar que existen los errores que buscamos.

Sustituiremos las diferencias halladas Δ_1 y Δ_2 en lugar del error Δ , y de las dos ecuaciones

$$\Delta_1 = \frac{D_1}{b_1} \beta + \frac{D_1^2}{b_1 f} \beta_1$$

$$\Delta_2 = \dots\dots\dots$$

deduciremos los valores de β y β_1 , repitiendo la operación para diversos pares de puntos (1).

Al mismo tiempo podría esta comprobación servirnos para comprobar la posición de la traza del plano de la placa de la izquierda (correspondiente al centro tomado como origen), toda vez que obtenemos un haz de rayos proyectantes de los que ha de ser sección recta la proyección de las imágenes de aquellos puntos sobre la recta de horizonte de la vista.

Finalmente, las cotas de estos puntos de referencia, que serán también conocidas, nos ofrecen un medio de comprobar la posición de esta recta de horizonte, ó efectuar en ellas las correcciones necesarias.

En la fijación de puntos de terrenos montañosos se admite un error de $\pm 15^m$ en planos construídos á escala de 1 : 25000 y de $\pm 3^m$ en los de 1 : 10000.

Para una distancia focal constante de 241,5^{mm} y un error en la paralaje de 0,01^{mm}, los errores cometidos en la fijación de distancias, para bases de 50 100, 200 y 300^m, son los consignados en el siguiente cuadro que tomamos de la obra de Flemer y reproducimos por referirse á datos medios, análogos á los que más frecuentemente se hallan en la práctica:

DISTANCIA del punto M en metros.	LONGITUD. DE LA BASE ESTEREOSCOPICA EN METROS			
	50 metros.	100 metros.	200 metros.	300 metros.
1.000	0,8	0,4	0,2	0,1
2.000	3,3	1,7	0,8	0,5
3.000	7,4	3,7	1,9	1,2
4.000	13,2	6,6	3,3	2,2
5.000	20,7	10,3	5,2	3,4
7.500	46,8	23,4	11,7	7,7
10.000	82,8	41,4	20,7	13,8

V

Construcción de perfiles y curvas de nivel.

Hemos visto en las anteriores páginas que si colocamos los dos índices del estereocomparador con una separación mutua igual á la distancia entre los puntos centrales de las dos semiplacas estereoscópicas, previamente colocadas (posición inicial), y hacemos coincidir el de la izquierda con la imagen correspondiente de un punto cualquiera, basta mover la placa de la derecha paralelamente al eje de abscisas hasta que el índice de este lado coincida con la otra imagen, para que la medida de este corrimiento nos dé el valor de la paralaje del punto observado.

(1) Flemer, en su obra *Phototopographic Methods and Instruments*, recomienda como preferible otro método que aprovecha todos los puntos de referencia, representando gráficamente todos los errores Δ , y hallando por interpolación los valores de Δ_b y Δ_0 . Las abscisas de estos puntos se fijan en el plano y al mismo tiempo se llevan en ordenadas, en el gráfico, los errores totales correspondientes y se unen por una curva continua todos los puntos así obtenidos. Como Δ_b es proporcional á D , y Δ_0 al cuadrado de esta cantidad, es fácil descomponer las ordenadas totales, Δ , en sus dos partes Δ_b y Δ_0 . La falta de continuidad de la curva delata todo error accidental.

Ahora bien: si conservamos invariable esta separación entre los dos índices (que vale $b \pm \pi$, siendo b la base estereoscópica y π la paralaje), y por medio del doble movimiento del microscopio hacemos que la imagen virtual del índice recorra el campo de la fotografía, todos los puntos de éste que aparezcan coincidiendo con él tendrán evidentemente igual paralaje, y se hallarán, por consiguiente, situados en un plano de frente, y formarán un *perfil*. En el caso de haberse obtenido la fotografía desde un globo, el plano de las placas será frecuentemente horizontal, y estos perfiles serán *curvas de nivel*.

Aun en el caso que más generalmente se presenta en la fototopografía estereoscópica, de que el plano de las vistas sea vertical, pueden fácilmente obtenerse con el estereocomparador *curvas de nivel*. Basta para ello combinar convenientemente dos series de planos paralelos: unos de frente y otros horizontales.

Los primeros se determinan como acabamos de ver, para cada valor que demos á la paralaje π , calcularemos la distancia correspondiente D por la fórmula conocida

$$D = b \times f \times \frac{1}{\pi}$$

y representaremos en el plano la traza del plano de frente respectivo.

El desnivel Y de un punto del terreno, referido al centro de estación O , se deduce de la fórmula

$$Y = \frac{D}{f}, y$$

en la que f es constante para cada par de fotografías. Para todos los puntos situados en un mismo plano de frente, el valor de D es también constante, y podemos, para cada valor del desnivel Y , deducir el correspondiente de la ordenada Y . Dando al microscopio un corrimiento en sentido paralelo

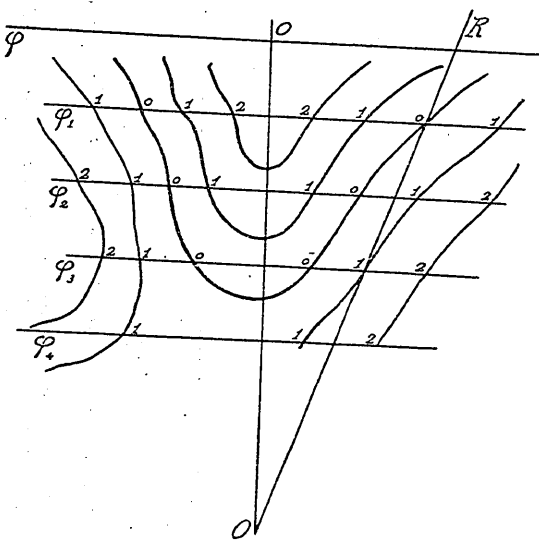


Fig. 23.

al eje de abscisas, todos los puntos de un plano de frente que vayan coincidiendo con el índice se hallarán situados á la misma altura, y podrá irse anotando ésta en el plano (figura 23). La curva continua que una los puntos de igual cota será una *curva de nivel*.

El modo de operar que de los razonamientos anteriores se deduce es el siguiente: márchense en el plano una serie de rectas paralelas á la traza de la placa, separadas por intervalos iguales, representativos, en la escala correspon-

diente, de la magnitud adoptada como distancia entre cada par de planos de frente. Calcúlese la paralaje de los puntos de uno de estos planos, y córrase horizontalmente esta longitud la placa de la derecha. Tómese el intervalo deseado entre las curvas de nivel, y colóquese el microscopio á la altura correspondiente á la cota de cada una de éstas; finalmente, anótese la altura de cada uno de los puntos que van coincidiendo con el índice en cada uno de estos corrimientos horizontales, y únense por una curva continua los puntos marcados con el mismo número.

VI

Método y aparato de Deville.

Basándose el Jefe del Servicio Topográfico del Canadá, Mr. E. Deville, en un género de consideraciones distintas aunque análogas á las que constituyen la base científica del estereocomparador, ideó hace algunos años un aparato tan notable por su sencillez como por la facilidad de su manejo y excelencia de los resultados que produce.

Se destina principalmente á la formación de planos topográficos; y es verdaderamente sensible que desde el año 1902, en que se publicó la descripción esquemática del aparato, no haya tenido su autor ocasión de construirlo.

El fundamento del aparato de Deville, comenzado á estudiar en 1896 y continuado en 1901, puede compendiarse en pocas palabras. Si colocamos dos semi-vistas estereoscópicas en un estereoscopio de Wheatstone, como el representado en la figura 1.ª, podremos observar una imagen virtual del terreno representado, y si la capa reflejante de los espejos es lo suficientemente translúcida, para que á través de ella distingamos un punto luminoso, podremos llevar éste á coincidir con la imagen virtual de cada punto del terreno. Si en la vertical del punto luminoso disponemos un lápiz, cuya punta apoye sobre la misma mesa horizontal en que descansa el estereoscopio de espejos verticales, al hacer recorrer á la luz una línea cualquiera del terreno, el lápiz marcará, en un papel colocado sobre la mesa, la proyección horizontal de esta misma línea.

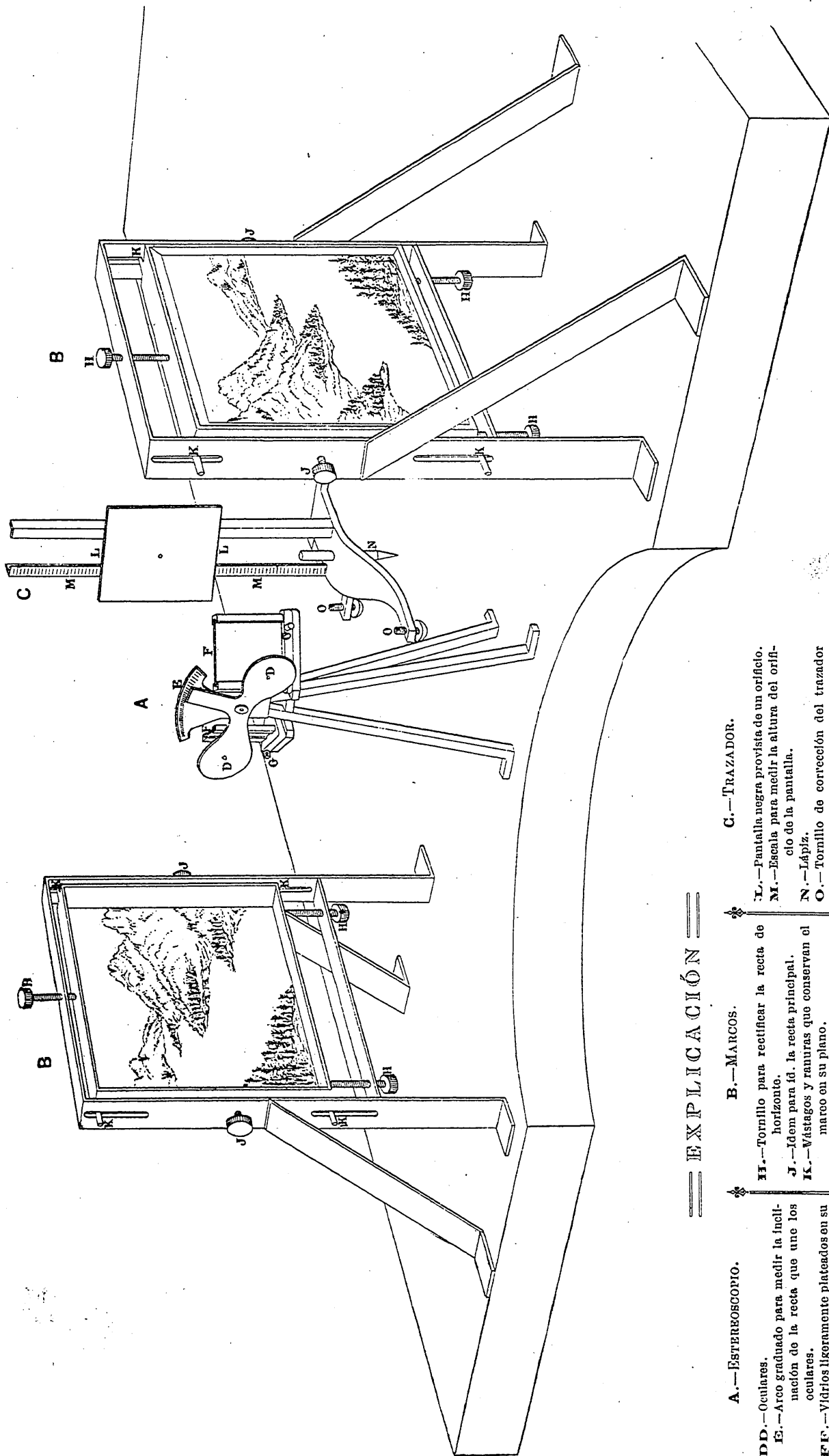
Vemos, pues, que la construcción del plano topográfico por este sistema es rapidísima, y presenta además la ventaja de dibujar líneas continuas, tales como caminos, barrancos, tapias, etc., que son muy convenientes para la exacta representación del terreno.

Descripción del aparato.—Consta de tres elementos esenciales: 1.º, un estereoscopio Wheatstone A ; 2.º, dos marcos para contener las fotografías B, B' ; y 3.º, un trazador C .

Estereoscopio. En una chapa metálica vertical van practicados dos orificios DD que hacen de oculares, aunque no aparece en el aparato representado en la figura 24, la distancia entre estos dos orificios debe poderse variar para adaptarse á los diferentes observadores. Esta chapa puede tener alrededor de un eje horizontal un giro, que se mide en el arco graduado E de la parte superior, provisto de un nonius.

Frente á cada orificio hay un cristal plano vertical, que forma un ángulo de 45° con el de la chapa metálica. Las caras anteriores de estos cristales están ligeramente plateadas para que, reflejando las imágenes fotográficas, dejen, sin embargo, ver un punto luminoso colocado detrás de ellos. Para corregir la posición de estos cristales, lleva cada uno de ellos un tornillo G para imprimirle un giro alrededor de

Aparato estereoscópico de Deville para la construcción de planos topográficos.



== EXPLICACIÓN ==

- | | | |
|--|--|--|
| <p>A.—ESTEREOSCOPIO.</p> <p>D.D.—Oculares.</p> <p>E.—Arco graduado para medir la inclinación de la recta que une los oculares.</p> <p>F.F.—Vidrios ligeramente plateados en su cara anterior.</p> <p>G.—Tornillos de corrección de los espejos.</p> | <p>B.—MARCOS.</p> <p>H.—Tornillo para rectificar la recta de horizonte.</p> <p>J.—Idem para id. la recta principal.</p> <p>K.—Vástagos y ranuras que conservan el marco en su plano.</p> | <p>C.—TRAZADOR.</p> <p>L.—Pantalla negra provista de un orificio.</p> <p>M.—Escala para medir la altura del orificio de la pantalla.</p> <p>N.—Lápiz.</p> <p>O.—Tornillo de corrección del trazador para colocar el orificio de la pantalla en la vertical de la punta del lápiz.</p> |
|--|--|--|

Fig. 24.

un eje vertical, y otro, no representado en la figura, que le hace girar alrededor de un eje horizontal paralelo á la placa respectiva.

Los marcos ó bastidores transparentes BB son verticales y paralelos al plano de simetría del aparato. Pueden subir y bajar por medio de los tornillos HHH , y desviarse á uno y otro lado por los JJ , conservándose siempre en su plano por las deslizaderas K . La distancia de cada diapositiva á la imagen del ocular del mismo lado en el espejo correspondiente ha de ser igual á la distancia focal de la cámara que sirvió para obtenerla. Es ventajoso trabajar con ampliaciones de las fotografías primitivas y en este caso se amplificará convenientemente la distancia á que se coloquen los bastidores.

El trazador C se apoya en un trípode que descansa sobre tres tornillos nivelantes O terminados en su parte inferior en esterillas. La plataforma del trípode lleva un lápiz vertical N , y dos vástagos también verticales, á lo largo de los cuales desliza una pantalla rectangular L , pintada de negro, y con un pequeño orificio en el centro, por el cual se percibe la claridad de una luz colocada detrás de aquélla. La punta del lápiz está en la vertical del orificio de la pantalla. La altura de éste se mide en la escala marcada sobre uno de los montantes, que se extiende á uno y otro lado del origen; este es el punto con que debe coincidir el borde inferior de la pantalla cuando su orificio se halla á la misma altura que el eje de giro de la placa de los oculares.

Correcciones del instrumento.—Antes de comenzar á usar el «estereoscopio gráfico» es menester comprobar ó corregir la posición del lápiz y de los espejos.

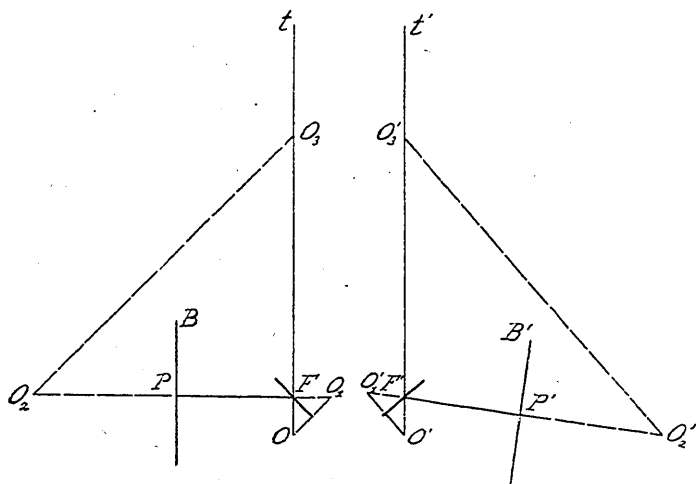


Fig. 25.

La corrección del primero se reduce á comprobar que el orificio de la pantalla y la punta del lápiz están en una misma vertical, lo que puede realizarse haciendo girar todo el trazador de modo que la punta del lápiz se conserve en contacto con el mismo punto del papel y asegurándose de la inmovilidad de un estilete vertical colocado en el punto medio del lado superior de la pantalla. Caso de ser necesario se corrige con los tornillos nivelantes OO .

Para comprobar la posición de los espejos del estereoscopio se coloca horizontal la recta que une los oculares, llevando el nonius al cero del sector graduado, y se fija la pantalla de modo que su borde inferior coincida con el cero de la escala graduada MM . Se marca en el papel del tablero la traza Ol (fig. 25) del plano que pasa por el centro de uno de los oculares, el de la izquierda, por ejemplo, y es paralelo al

vertical de simetría del estereoscopio, se pone la punta t del lápiz sobre esta traza y se coloca un espejo plano en el marco B . Para que el instrumento esté corregido es preciso que el orificio de la pantalla y la imagen del ocular vista por reflexión en el espejo coincidan cuando se miran por el orificio ocular.

El espejo F da una imagen virtual del ocular O en O_1 ; luego $FO_1 = FO$. El espejo B produce otra imagen virtual de O_1 en O_2 ; por tanto, $PO_2 = PO_1$. Finalmente, el espejo F' forma en O_3 la imagen virtual de O_2 ; de donde $FO_3 = FO_2$.

No es necesario que los planos de las placas sean verticales ni paralelos al plano de simetría del estereoscopio, ni uno á otro. La única condición que ha de cumplirse indispensablemente consiste en que el rayo visual paralelo al eje del aparato se refleje en el espejo, saliendo en dirección perpendicular al plano del marco B . Así, puede colocarse un bastidor B' que no es paralelo ni al B ni al plano de simetría.

Si los dos orificios no coinciden, se corrige la posición del espejo F con los tornillos de corrección correspondientes.

Después de efectuada esta corrección en los dos espejos, queda el aparato en disposición de funcionar.

Modo de usar el aparato.—Se inclina la lámina de los oculares un ángulo igual á la inclinación de la recta de unión de las estaciones desde las cuales se obtuvieron las vistas. Ahora hay que comprobar el ajuste de las rectas principal y de horizonte. Comenzaremos, por ejemplo, por el marco del lado izquierdo, al que suponemos corresponde el punto de estación más elevado: se coloca la pantalla á la altura del ocular de la izquierda; esto se consigue fácilmente fijando la pantalla en la división de la escala superior al cero en la mitad del desnivel entre las dos estaciones reducido á la escala correspondiente.

Se mueve el trazador (al que previamente se habrá quitado el lápiz) hasta que por el ocular se ve que llega al borde del marco; por medio de los tornillos HH se sube ó se baja el marco hasta que el orificio de la pantalla aparezca en el extremo de la recta de horizonte. Se lleva ahora el trazador hasta el otro borde del marco, verificándose el ajuste del mismo modo. Se repite varias veces la operación hasta que los dos extremos de la recta de horizonte ocupan su posición exacta.

Para colocar la recta principal en la posición debida, se marca en el papel del tablero la traza del plano vertical que pasa por el ocular y es paralelo al eje del aparato y se trae á esta recta la punta del lápiz. Se sube ó baja la pantalla hasta ajustar con el borde superior ó inferior del marco y se fija en esta posición. Se mueve el marco con los tornillos JJ hasta que el orificio de la pantalla aparece en el extremo de la recta principal. Se lleva la pantalla hasta el otro borde del marco y el orificio debe estar en el otro extremo de la recta principal.

Idéntica operación se repite para el otro marco.

Mirando ahora por los dos oculares simultáneamente, el orificio de la pantalla aparece como un punto brillante proyectado sobre la superficie del terreno. Cuando la pantalla está en el cero de la escala, los puntos del terreno cuya imagen virtual coincide con lo real de este punto se hallan á la altura media entre las de las dos estaciones; colocando la pantalla en diferentes divisiones de la escala, obtendremos curvas de nivel cuyas cotas podemos determinar inmediatamente conociendo la magnitud absoluta de los intervalos de ésta. Para dibujar otras líneas que aparezcan en el terreno

y no sean de nivel, se sustituye el orificio de la pantalla por una hendidura vertical que recorrerá las zonas en que aquellas líneas se desarrollan. La escala del plano es la relación entre la separación de los oculares y la base (en verdadera magnitud, no su proyección horizontal).

Ventajas del aparato de Deville.—La sencillez y rapidez de su manejo le hacen altamente recomendable para los trabajos topográficos, si bien no alcanza la exactitud que se obtiene con el empleo del estereocomparador. También es de gran importancia la ventaja que ya consignamos en las primeras líneas consagradas á este aparato, de que con él pueden fácilmente marcarse las líneas continuas que aparezcan en el terreno, obteniéndose así con una exactitud muy superior á la que puede esperarse de una determinación por puntos.

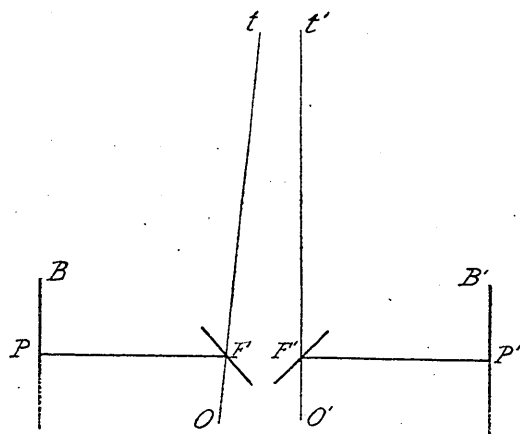


Fig. 26.

Pero la ventaja principal del aparato de Deville estriba en que no exige, como el estereocomparador, que las dos fotografías se hayan obtenido en el mismo plano, condición que dificulta notablemente el problema. La única diferencia del modo de usar el aparato en este caso consiste en que en lugar de colocar el trazador sobre una paralela al eje del estereoscopio que pase por el ocular, se sitúa sobre la recta que, pasando por este mismo punto, forma con la anterior un ángulo complementario del comprendido entre las dos

placas (fig. 26). En este caso hay que variar la posición de los espejos para cada par de placas, pero esta operación es rápida y sencilla; es preciso que al moverse estos espejos no varíe su distancia á los marcos.

Hay que notar que la escala del plano obtenido es, como ya dijimos, la relación entre la separación de los oculares y la longitud de la base empleada. Es preciso, pues, amplificar ó reducir el dibujo obtenido con cada par de vistas, para transformarlo en otro que esté en la escala del mapa general que estamos construyendo. Aunque podría dotarse al «estereoscopio gráfico» de una disposición que permitiera alguna variación en la escala de cada dibujo, como el estereocomparador, esto complicaría algo el aparato, una de cuyas más excelentes cualidades es la sencillez, y por eso no se ha adoptado este perfeccionamiento.

Con una modestia que le honra terminaba Deville la comunicación en que daba cuenta de su invento á la Royal Society of Canada (1), diciendo que hasta que la práctica no dé su fallo definitivo no puede asegurar nada sobre el valor de su idea. Aunque su propio autor no ha llegado á construir ningún modelo definitivo de su aparato, el doctor Pulfrich, al tener conocimiento de los trabajos de Deville, ha ideado algunas modificaciones que pueden perfeccionarlo, entre otras, la adición de un pantógrafo, cuyo estilite ocupa el lugar del lápiz del modelo primitivo, y cuyo lápiz construye ya de primera intención el plano á la escala deseada sin necesidad de formar uno intermedio que luego hubiera de ampliarse por la fotografía. Este aparato, designado por su autor con el nombre de «estereoplanógrafo» ha sido construido por la casa Zeiss, y su descripción detallada puede verse en el folleto «Ueber eine neue Art der Herstellung topographischer Karten und ueber einen hierfuer bestimmten Stereoplanographen, von Dr. C. Pulfrich». En el *Zeitschrift für Instrumentenkunde*. Cuaderno V (Mayo), 1903.

JOSÉ MARÍA TORROJA.

Doctor en Ciencias exactas.
Alumno de quinto año de la Escuela de Caminos.

(Concluirá.)

Revista de las principales publicaciones técnicas.

Regulador hidráulico de velocidad para ruedas Pelton.

El *Engineering* del 14 de Mayo describe una disposición construida por M. Perey Pitman, de Londres, para regular la velocidad de una rueda Pelton de 80 caballos. Dos pantallas hacen variar la cantidad de agua utilizada para accionar la rueda, derivando de aquella una parte más ó menos grande. Elevando enteramente estos cortachorros, ninguna parte del líquido golpea los álabes; bajándolos completamente, la totalidad del chorro es utilizada.

El movimiento de las pantallas es producido por un émbolo distribuidor, sobre el cual actúa una derivación del agua en carga que alimenta la rueda y cuya abertura está regulada por un regulador de bolas.

En las condiciones normales de trabajo, las variaciones de

velocidad no pasan del 3 por 100; la velocidad media se regula también entre límites muy lejanos, gracias á la maniobra de un volante que modifica la posición del émbolo distribuidor.

El acueducto de Port-Elizabeth (Colonia del Cabo).

Esta conducción, que tiene por objeto llevar desde una presa embalse hasta la ciudad de Port-Elizabeth 6.800 metros cúbicos de agua cada veinticuatro horas, es de palastro de acero y tiene una longitud de 58 kilómetros y un diámetro variable entre 30 y 45 centímetros.

(1) From the Transactions of the Royal Society of Canada, Second Series, 1902-03, vol. VIII, sect. III. On the use of Wheatstone Stereoscope in Photographing Surveying, by E. Deville.