

cedimiento, sobre todo en relación con los resultados obtenidos.

La sección alquitranada tenía 23 metros de longitud por 3,70 metros de latitud, y recibió 8,15 litros de alquitrán por metro cuadrado. Los gastos por metro cuadrado fueron los siguientes:

	Francos
Mano de obra	0,96
Alquitrán	0,60
Recebo	0,21
Reparación (sin incluir la gravilla)	0,21
Extracción del polvo y detritus	0 08
Total	2,06

Se extrajeron 0,50 metros cúbicos de polvo y detritus, se emplearon 3 metros cúbicos de piedra y se alquitranaron 84 metros cuadrados.—Ω.

(Se continuará.)

TEORÍA DE LAS LÍNEAS DE INFLUENCIA

PARA EL CÁLCULO DE LOS PUENTES METÁLICOS

(CONCLUSIÓN)

1.º *Sección B, comprendida entre los focos.—Momento flector máximo positivo.*—Ya hemos visto que este máximo tiene lugar cuando el tren carga el tramo en el cual está la sección; para determinarlo se dibuja en papel transparente el diseño del tren, marcando en él perfectamente las verticales de los ejes. Este diseño se superpone al dibujo de la línea de influencia en el tramo en que está la sección (fig. 18) de manera que ocupe diversas posiciones; midiendo en cada una las ordenadas de la línea de influencia en los puntos donde graviten las ruedas del tren se tienen los valores $\Sigma P y$ y se ve en qué posición es mayor. Parece á primera vista que son necesarios muchos tanteos, pero no es así,

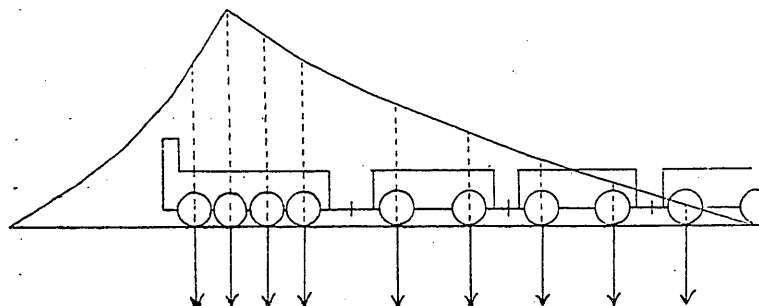


Fig. 18.

si se tiene cuidado de que siempre los ejes más pesados del tren caigan en la zona de curva de ordenadas mayores; además el número de tanteos se reduce también, teniendo en cuenta el siguiente teorema.

El momento flector máximo positivo en una sección comprendida entre los focos siempre tiene lugar cuando uno de los ejes cae sobre la sección.—En efecto, la expresión de este máximo viene dada por la fórmula (c)

$$\frac{dM}{d\lambda} = IIF'_3(\lambda) + \frac{I}{2} F'_3''(\lambda) + \Sigma P_2$$

observemos que al variar λ de una manera continua $\frac{dM}{d\lambda}$ varía también con continuidad (siempre que ΣP_2 permanezca constante, es decir, que ningún eje pase por la sección B), creciente ó decreciente según el signo de $\frac{d^2M}{d\lambda^2}$; pero como $\frac{d^2M}{d\lambda^2}$

$= IIF''_3(\lambda)$, y $F''_3(\lambda)$ representa la recta correspondiente del diagrama de las z , que está precisamente en el tramo que contiene la sección, cuya recta tiene negativas todas sus ordenadas y por lo tanto la función $\frac{d^2M}{d\lambda^2}$ será siempre negativa y la $\frac{dM}{d\lambda}$ decreciente, por lo que mientras permanezca continua no podrá pasar por ningún máximo, y solamente al perder su continuidad, ó sea el variar ΣP_2 , será cuando podría tener un valor que sea máximo.

Repitiendo cuanto se ha dicho respecto á la sección B, ó un cierto número de secciones del mismo tramo (comprendidas entre los focos), y llevando sobre las verticales respectivas magnitudes lineales proporcionales á los momentos flectores máximos positivos, se obtendrá la curva de los expresados máximos.

2.º *Sección B, comprendida entre los focos.—Momento flector máximo negativo.*—Sabido es que este máximo aparece al estar el tren en uno de los tramos contiguos al que contiene la sección estando aquél en disposición de entrar en dicho tramo. Situado el tren en el segundo tramo (fig. 13), producirá en el tercer momento flectores determinados en cada sección, por una recta que pasa constantemente por el foco de la derecha cualquiera que sea la posición del tren, de manera que cuando éste ocupe precisamente el sitio que ocasione el máximo momento flector negativo en la sección B, lo producirá también en todas las de-

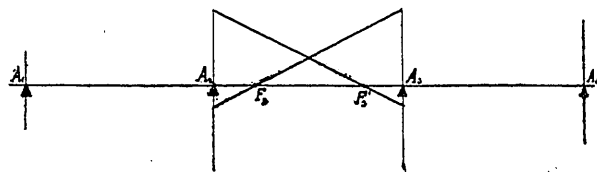


Fig. 19.

más del tramo comprendidas entre los focos, y, en consecuencia, la línea de los máximos negativos será una recta que pasa por el foco de la derecha del tramo, que recibe el nombre de *recta límite de primera especie*. Para dibujar esta recta conocemos desde luego un punto que es el foco; nos basta solamente hallar otro que se determinará por tanteos análogamente al caso anterior.

La posición del tren que ocasione los máximos negativos puede obtenerse también analíticamente igualando á cero $\frac{dM}{d\lambda}$ en las fórmulas (d)

$$IIF'_1(\lambda) + \frac{I}{2} F''_1(\lambda) = 0,$$

pero como $\frac{I}{II} = r^2$ siendo r el radio de giro, la fórmula anterior se convierte en la siguiente:

$$(a) \dots F'_1(\lambda) + \frac{r^2}{2} F''_1(\lambda) = 0$$

$$F'_1(\lambda) = F'_1(0) + F''_1(0)\lambda + \frac{1}{2} F'''_1(0)\lambda^2.$$

Estas fórmulas son independientes del origen de coordenadas que se tome; vamos á suponer que este sea el foco de la izquierda del segundo tramo, entonces la ecuación de la recta correspondiente del diagrama de las z será $z = mx$, y por tanto

$$F''_1(\lambda) = -\frac{6m}{l^2}$$

$$F'_1(\lambda) = -\frac{6m}{l^2}\lambda$$

$$F'_1(\lambda) = \frac{3m}{l^2}\lambda^2 + H$$

$$F_1(\lambda) = -\frac{m}{l^2}\lambda^3 + Hx + H'$$

H y H' son dos constantes que se determinan por las condiciones siguientes:

$$F_1(u_1) = -\frac{3m}{l^2} u^2 + H = 0$$

$$F_1(v_1) = -\frac{m}{l^2} v^2 + Hv + H' = 0,$$

llamando u_1 y v_1 las distancias del foco F_2 a los apoyos, de donde se deduce

$$H = \frac{m}{l^2} \cdot \frac{u_1^2 - v_1^2}{u_1 - v_1} = \frac{m}{l^2} (u_1 + v_1).$$

introduciendo este valor en las ecuaciones anteriores y haciendo $\lambda = 0$, resulta

$$F''(\lambda) = \frac{m}{l^2} (u_1^2 - u_1 v_1 + v_1^2)$$

$$F''(0) = 0$$

$$F'''(0) = F'''(\lambda) = -\frac{6m}{l^2},$$

sustituyendo en la fórmula (a) y simplificando

$$\frac{m}{l^2} (u_1^2 - u_1 v_1 + v_1^2) = \frac{\lambda^2 + r^2}{2} \times \frac{6m}{l^2}$$

$$\lambda^2 + r^2 = \frac{1}{3} (u_1^2 - u_1 v_1 + v_1^2),$$

y como $u_1 + v_1 = l$, tendremos que la condición del máximo negativo queda expresada en esta forma

$$r^2 + \lambda^2 = \frac{l^2}{3} - u_1 v_1.$$

Si hubiéramos supuesto el tren en el cuarto tramo, la condición del máximo será

$$r^2 + \lambda^2 = \frac{l^2}{3} - u_4 v_4.$$

Generalizando, podemos decir que el máximo momento flector negativo en un tramo cualquiera n y una sección comprendida entre los focos, tiene lugar cuando el tren está en el tramo $n-1$, distando su centro de gravedad del foco de la izquierda la cantidad λ dada por la fórmula

$$r^2 + \lambda^2 = \frac{l^2}{3} - u_{n-1} v_{n-1},$$

ó bien estando el tren en el tramo $n+1$, en la posición definida por la expresión

$$r^2 + \lambda^2 = \frac{l^2}{3} - u_{n+1} v_{n+1}.$$

3.º Sección B, comprendida entre un apoyo y el foco inmediato.—Momento flector máximo positivo.—Ya hemos dicho las posiciones del tren que pueden este máximo momento flector, y la configuración de las líneas de influencia nos indicaron cuál de las tres hipótesis es la más desfavorable, pudiéndose decir únicamente que una de las dos posiciones corresponde cuando la sección B está en el apoyo ó muy cerca de él, y la tercera cuando la sección está próxima al foco ó coincide con él; para las posiciones intermedias nada puede añadirse en general, sino que en cada caso especial se verá por la forma de las curvas que hipótesis es más desfavorable.

La determinación del momento máximo, una vez vista la posición general del tren que lo ocasiona, pueda hacerse por tanteos

dibujando el perfil del tren en un papel transparente, ó por las fórmulas antes deducidas correspondientes al caso que haya resultado más desfavorable.

4.º Sección B, comprendida entre un apoyo y el foco inmediato.—Momento flector máximo negativo.—En vista de las hipótesis que puede ocasionar este momento flector, se deduce que, dada la configuración de las líneas de influencia, resulta que si la sección B coincide con el foco ó está cerca de él, la primera hipótesis es la más desfavorable, mientras que si ésta se confunde con el apoyo ó inmediata á él, es la segunda hipótesis la que debemos considerar, no pudiéndose decir nada de las posiciones intermedias que en cada caso examinaremos. Una vez visto cuáles son los tramos que deben estar cargados para que se produzca en B el máximo momento negativo, la determinación de la posición del tren se verifica por uno de los dos métodos indicados anteriormente.

5.º Momentos flectores máximos positivos en los apoyos y zonas inmediatas.—Dada la forma especial de las líneas de influencia en este caso, y siendo n el número de orden del tramo de que se trata, tendremos para que en el apoyo de la izquierda tenga lugar el máximo momento positivo, el tren ha de estar

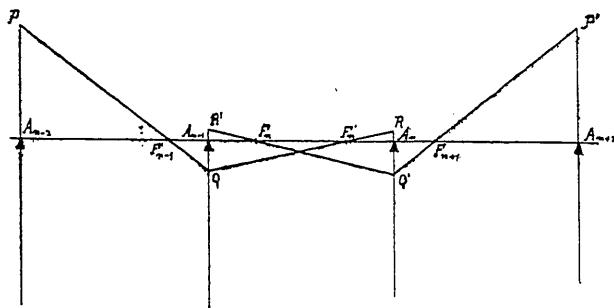


Fig. 20.

sobre el tramo $n-2$ ó $n+1$, y para que dicho máximo se produzca en el apoyo de la derecha, el tren tendrá que estar en los tramos $n+2$ ó $n-1$.

Consideremos (fig. 20) los tres tramos consecutivos $n-1$, n y $n+1$; al estar el tren en el tramo $n-2$ se producirán en los $n-1$ y n momentos flectores determinados por la línea quebrada pqr , que pasa por los focos de la derecha de los dos tramos; cualquiera que sea la posición del tren en el expresado tramo $n-2$, y cuando esta posición sea la que ocasione el máximo en una sección dada, lo producirá también en todas. Estos máximos están representados por otra línea quebrada PQR . Análogamente, si el tren ocupase el tramo $n+2$, tendríamos la línea $P'Q'R'$ de los máximos momentos en cada punto de los tramos n y $n+1$; ahora bien, las líneas PQ y $P'Q'$ son las rectas límites de primera especie de los tramos $n-1$ y $n+1$, que ya sabemos trazar, y una vez hecho esto se tendrán los puntos Q y Q' , que unidos con los focos del tramo n , resultan las rectas QR y $Q'R'$, que reciben el nombre de rectas límites de segunda especie. Cuando los tramos cargados sean el $n-1$ ó el $n+1$, los momentos flectores máximos en el n vendrán determinados por las rectas límites de primera especie.

Resumiendo: podemos decir que las rectas límites de primera especie de un tramo cualquiera representan los máximos momentos flectores producidos en el tramo cuando el tren está en uno de los inmediatos, y las líneas límites de segunda especie representan los máximos momentos flectores del tramo cuando está cargado el anterior ó posterior ó los inmediatos.

6.º Momentos flectores máximos positivos en los focos.—La forma de la línea de influencia en el tramo que se considera es la misma en las secciones comprendidas entre los focos, distinguiéndose únicamente por tener una de las ramas tangente al eje de las x en el apoyo, y, por tanto, su máximo momento flector positivo será cuando el tren gravite sobre el tramo que se estudia, pasando una de las ruedas de la locomotora por el foco,

La condición del máximo se obtiene igualando á cero $\frac{dM}{d\lambda}$, lo que nos da:

$$\frac{dM}{d\lambda} = \Pi F'_2(\lambda) + \frac{1}{2} F'''_2(\lambda) - \Sigma P_2,$$

la ecuación de la recta correspondiente al diagrama de las z , sabemos que es en este caso $z = -\frac{v_1}{l}$, y, por tanto,

$$F''_2(x) = -\frac{6}{l^2} 2 = -\frac{6v_1}{l^2} v$$

$$F'_2(x) = \frac{3v_1}{l^3} x^2$$

$$F'''_2(x) = \frac{6v_1}{l^3},$$

y sustituyendo estos valores en la expresión $\frac{dM}{d\lambda}$, reemplazando x por λ , se tiene:

$$\frac{dM}{d\lambda} = \frac{3v_1}{l^3} (\Pi \lambda^2 + I) - \Sigma P_2,$$

y como $I = \Pi r^2$, resulta

$$\frac{dM}{d\lambda} = \frac{3v_1}{l^3} (\lambda^2 + r^2) \Pi - \Sigma P_2;$$

ahora bien, la cantidad $\frac{3v_1}{l^3}$ es una constante que representaremos por $\frac{1}{\delta^2}$, y dividiendo, además, por Π los dos miembros de la expresión anterior, tendremos:

$$\frac{1}{\Pi} \frac{dM}{d\lambda} = \frac{\lambda^2 + r^2}{\delta^2} - \frac{\Sigma P_2}{\Pi};$$

pero como M no es una función continua en el punto F_3 , el máximo tendrá lugar cuando $\frac{dM}{d\lambda}$ cambie repentinamente de signo por pasar una fuerza precisamente por el punto F_3 y alterarse el término ΣP_2 , es decir, que tiene que verificarse $\frac{dM}{d\lambda} > 0$, ó sea $\frac{\Sigma P_2}{\Pi} < \frac{\lambda^2 + r^2}{\delta^2}$ cuando el tren marche de izquierda á derecha y $\frac{\Sigma P_2}{\Pi} > \frac{\lambda^2 + r^2}{\delta^2}$ cuando lo haya en sentido contrario.

Si en lugar de estar en sección en el foco de la izquierda estuviese en el de la derecha, las condiciones del máximo positivo serían $\frac{\Sigma P_2}{\Pi} < \frac{\lambda^2 + r^2}{\delta^2}$ el marchar el tren de izquierda á

derecha, y en el caso de ir en sentido opuesto $\frac{\Sigma P_2}{\Pi} > \frac{\lambda^2 + r^2}{\delta^2}$.

7.º *Momentos flectores máximos negativos en los focos y zonas inmediatas.*—Los momentos flectores máximos negativos tienen lugar en este caso con las mismas hipótesis de cargas que para los máximos negativos de las secciones comprendidas entre los focos, es decir, cuando el tren esté en uno de los tramos contiguos al que se ha tomado como norma, por lo que dichos momentos máximos vienen dados por las ordenadas de las rectas límites de primera especie.

La zona contigua á los focos, á la que es aplicable lo dicho antes, es variable, depende de las luces de la viga, y vendrá dada en cada caso por la intersección de una de las rectas límites de primera especie con la línea de los momentos máximos negativos de los apoyos y zonas contiguas á ellos.

Determinación de los esfuerzos cortantes máximos producidos por el paso de un tren.

Supuesto dibujada la línea de influencia de los esfuerzos cortantes para una sección cualquiera B de un tramo (fig. 16) para cualquiera posición del tren sobre el puente, se determinará el esfuerzo cortante que produce en la sección, haciendo la suma de los productos de los pesos de los ejes por las ordenadas de la línea de influencia correspondientes, y la fórmula será

$$T = \Sigma P y,$$

y ahora tenemos que determinar las posiciones del tren que produzcan los esfuerzos cortantes máximos positivo y negativo.

Dada la forma que presenta la línea de influencia, el esfuerzo cortante máximo positivo se verificará estando el tren en el tramo de la sección ó en el inmediato de la derecha, mientras que el máximo negativo tendrá lugar cuando el tren esté también en el tramo de la sección ó en el inmediato de la izquierda. Gravitando el tren en el repetido tramo de la sección para que produzca en ella el máximo positivo, tendrá que estar en la posición de marchar de izquierda á derecha (fig. 21) y de modo que el primer eje de la locomotora cargue sobre la sección y supuesto cortado el tren al llegar al apoyo. Basta la inspección de la figura para comprender que en este caso $\Sigma P y$ es lo mayor posible; análogamente será que estando también el tren en el mis-

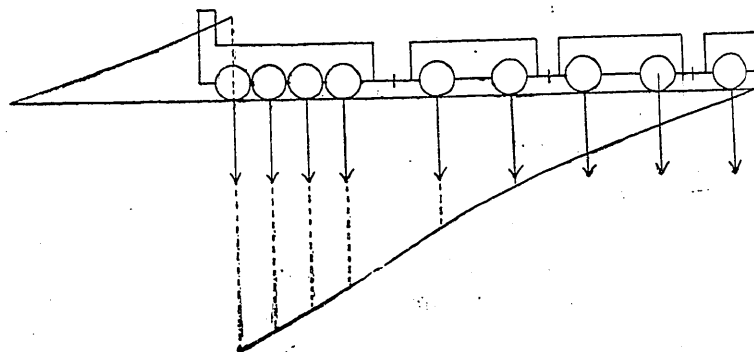


Fig. 21.

mo tramo ocasione el mayor momento flector negativo, tendrá que estar el tren de derecha á izquierda y el eje primero de la locomotora sobre la sección, cortado también el tren en el apoyo.

La expresión $T = \Sigma P y$ puede transformarse en otra que entren las constantes del tren, que son: el momento de tercer grado k , el momento de inercia I , y la suma de los pesos de todos sus ejes $\Sigma P = \Pi$, con lo que se llega á la fórmula

$$T = \Pi y + \frac{3Iz + km}{l^2},$$

en la que y representa la ordenada de la línea de influencia correspondiente al centro de gravedad del tren z , la ordenada del diagrama de las z y m el coeficiente angular de la misma recta, cantidades todas perfectamente conocidas. No hemos detallado que conducen á la expresión anterior por ser análogos á los que hicimos para llegar á la fórmula (C) de los momentos flectores.

Consideremos ahora el caso de cargar el tren el tramo anterior ó el posterior al de la sección, sabemos que al estar el tren en uno de estos tramos, da lugar en el que estudiamos á un esfuerzo cortante constante en todas sus secciones (negativo ó positivo según sea el anterior ó el posterior el tramo que esté cargado) y cuya expresión es

$$T = \frac{M_{n-1} - M_n}{l},$$

siendo M_{n-1} y M_n los momentos flectores en los apoyos del tramo de la sección. Vemos, pues, que al cambiar de posición el tren dentro del tramo cambiará el esfuerzo cortante en el contiguo en todas las secciones, pero siendo igual en todas ellas, de manera que cuando el tren esté precisamente en la posición que

determine el máximo esfuerzo cortante en B , lo determinará en todo el tramo, y la línea representativa de estos máximos serán dos rectas paralelas al eje de las x que corresponden á estar el tren en uno ó en otro de los tramos contiguos y que reciben el nombre de *rectas límites de los esfuerzos cortantes*.

La figura formada por estas líneas y por las curvas correspondientes á estar el tren en el tramo nos da el lugar geométrico de los esfuerzos cortantes máximos positivos y negativos del tramo que se considera.

ANTONIO LÓPEZ FRANCO.

Revista de las principales publicaciones técnicas.

El carborando. — (*L'Eclairage Électrique*.)

La industria de la fabricación de cuerpos destinados á la perforación de rocas duras ó al pulimento de piedras de cualquier naturaleza ha sufrido una completa transformación en estos últimos tiempos; el empleo de sustancias artificiales capaces de rivalizar por sus cualidades y su pequeño precio de adquisición con los productos naturales (esmeril, etc.), ha hecho fáciles todos los trabajos que lleva consigo.

Entre estas sustancias, el *carborando*, compuesto electro-térmico derivado del siliciuro de carbono, aparece en primera fila, y ocupa por su dureza el lugar intermedio entre el diamante y el corindo.

Podemos citar entre los aparatos que se utilizan para producirle industrialmente, el horno de 25 caballos que funciona bajo una tensión de corriente de 220 voltios.

Constituyen las primeras materias el carbón, la sal marina y la arena en las proporciones siguientes:

Carbón, 20 partes.

Sal marina, 10 ídem.

Arena, 25 ídem.

El horno es de ladrillos y se demuele y reconstruye para cada operación; sus dimensiones son: 2 metros de longitud, 0,45 metros de anchura y 0,30 metros de profundidad. Sus electrodos tienen 0,30 metros de longitud y puede preparar próximamente 100 kilogramos de carborando en una misma operación, cuya duración no es mayor de siete á ocho horas.

En los hornos de gran potencia, las materias empleadas son el cok pulverizado, la arena, el cloruro de sodio y serrín de madera; 20 partes de cok se mezclan á 29 de arena, añadiendo 2 de serrín y 5 de sal marina.

El horno eléctrico que sirve para esta preparación se compone de un inmenso paralelepípedo, que tiene próximamente 6 metros de longitud, 1,75 de anchura y 1,50 de altura. Los pequeños lados del horno se construyen de una vez para todas de ladrillos refractarios y con un espesor de 60 centímetros. En el centro de estos dos muros se dispone una placa de hierro perforada con 60 aberturas próximamente, por las cuales pasan los electrodos, que tienen 75 centímetros de longitud por 75 milímetros de lado. El intervalo entre estas varillas se rellena de grafito fuertemente apisonado, de tal manera, que forme toda una sola masa, á la cual se lleva la corriente por cuatro cables unidos á la placa de hierro.

Los otros dos lados del horno se construyen igualmente de ladrillos refractarios, pero después de cada operación se los demuele, pues durante la fabricación se forman incrustaciones en la superficie de los ladrillos, que deben separarse, limpiando éstos antes de servir á una nueva operación. Las incrustaciones producen una derivación de corriente debida á su conductibilidad.

Para poner el aparato en marcha se comienza por rellenarle en los 415 con la mezcla indicada más arriba, teniendo cuidado de reservar, por medio de placas de palastro, una reguera entre los dos electrodos; en esta reguera se colocan próximamente 400 kilogramos de cok granulado y se acaba de rellenar el horno con la mezcla á tratar; la parte central está peraltada en forma

de lomo de asno. El cok constituye en el seno de la masa un alma semiconductora. Cada uno de los hornos absorbe próximamente 1.000 caballos. La corriente llega con una tensión de 2.200 voltios; un transformador la reduce á 185 y un regulador la puede hacer variar entre 100 y 200. La resistencia eléctrica es muy grande al principio, pero á medida que el cok se calienta su resistencia disminuye y se regula la tensión hasta que se obtiene una marcha regular.

Desde que el horno comienza á calentarse se ve desprenderse el óxido de carbono por todas las grietas, ardiendo al contacto del aire; se produce en la reducción de la sílice por el carbón.

Cuando una operación está terminada se desenganchan los cables conductores de la placa de hierro y se pone en seguida en marcha el horno siguiente, en tanto que se enfría el que acaba de funcionar. Se demuele entonces este último, se quitan las materias que no han servido, después la capa de carborando amorfo, y, finalmente, la de carborando cristalizado; el cok que constituye el alma ha cambiado de aspecto, parcialmente transformado en grafito. Alrededor del alma se encuentran cristales de carborando.

El carborando sustituye cada día más en la industria al esmeril y al diamante, dado que le proporciona un trabajo mucho mayor que estos últimos para un mismo volumen de materia empleada. Tanto es así, que ya en la mayor parte de los talleres de piedras preciosas se emplea, con exclusión de toda otra sustancia. El inconveniente del carborando está en no poder aglomerarse con el caucho; en efecto, es fácilmente divisible y sus aristas muy agudas cortan el aglomerante, y á causa de este defecto no se puede utilizar fácilmente para la fabricación de telas y piedras de pulir; se puede, sin embargo, llegar á resultados satisfactorios fijándolo sobre porcelana fundida; pero entonces el costo de fabricación y de cochura hacen el producto definitivo de un precio muy elevado.

Actualmente se fabrican cerca de 2.700 toneladas de carborando por año en el mundo entero, con una potencia de 3.000 caballos próximamente, y se emplea para toda clase de usos. Puede servir para hacer muelas; se emplea en el trabajo del vidrio, del cristal, de metales duros, sierras, pulimento de granitos, etc. En metalurgia se utiliza el carborando en lugar del ferro-silíceo, en la industria del hierro para eliminar los óxidos y desprender, en el momento de la colada, una cantidad de calor suficiente para mantener toda la masa metálica en el grado de fluidez necesaria.

Como producto refractario, el carborando puede prestar igualmente grandes servicios en la industria. Se obtiene, en el procedimiento de Fitz Gérald, bajo forma de carborando recristalizado, que se prepara aglutinando esta sustancia finamente pulverizada y recalentándola al horno eléctrico.

El procedimiento Jone lo emplea bajo forma amorfa, variedad que constituye siempre una parte importante del producto. En fin, el procedimiento Engels consiste en adicionar al carborando tierra refractaria y silicato de potasio. Se obtienen así ladrillos de una homogeneidad perfecta, los cuales pueden servir para revestir los hornos rotativos para la fabricación del cemento Portland y otros hornos análogos. Se llega también á muy buenos resultados enluciendo simplemente ladrillos refractarios