

El mecánico encargado de la maniobra está en una garita que contiene los aparatos que indican todas las posiciones de las vigas; en cada extremidad del puente hay dispuestas señales enlazadas, como las agujas, á los órganos de maniobra; de suerte que ésta no puede tener lugar sin que las señales marquen peligro y los cambios de vía efectuados de manera que sea imposible á un tren de introducirse en el puente cuando esté abierto.

Las pilas son de hormigón cimentadas sobre pilotaje.—O.

TEORÍA DE LAS LÍNEAS DE INFLUENCIA

PARA EL CÁLCULO DE LOS PUENTES METÁLICOS

Con motivo de haberse presentado proyectos de puentes metálicos calculados por el método llamado de las «líneas de influencia», cuyo empleo no está muy extendido en España, he creído oportuno dar á conocer la teoría y cálculos en que se funda este nuevo procedimiento, por el que se determina con facilidad, y sobre todo con precisión, los momentos flectores y esfuerzos cortantes máximos que pueden desarrollarse en cada uno de los puntos de las vigas principales de un puente metálico de uno ó varios tramos rectos.

Consideremos tres tramos consecutivos de una viga continua (fig. 1.^a), cuyas luces sean iguales l , á excepción del primero y último, y supongamos que sobre el tramo central se mueve un peso aislado P , cuya distancia al apoyo K sea la cantidad variable x ; consideremos también una sección transversal D del mismo tramo distante del apoyo K la cantidad fija a . En cada una de las posiciones que sucesivamente venga ocupando el peso P se producirá en la sección D un momento flector M , ó un esfuerzo cortante E , que dependen única y exclusivamente de la posición de P , es decir, de la variable x , se tendrá, pues,

$$M = F(x)$$

$$E = F_1(x).$$

Las líneas representativas de estas ecuaciones se denominan *líneas de influencia* de los momentos flectores y de los esfuerzos cortantes.

Momentos flectores.

Vamos á tratar de determinar la primera de las dos ecuaciones anteriores, para lo cual consideremos el tramo de en medio como si aisladamente estuviese empotrado por sus extremos y sometido á la acción del peso P . Sabemos que en estas condiciones el momento flector en una sección cualquiera de la viga es la suma algebraica de las ordenadas de la recta ABA' de los momentos flectores correspondientes al caso de estar la viga solamente apoyada, más las de la recta MN que resulta de unir los M y N , tales que AM y $A'N$ sean, respectivamente, los momentos de empotramiento μ_{k-1} , μ_{k+1} (momentos flectores en los apoyos K y $K+1$ el considerar la viga continua), y se tiene:

$$M = DQ + DS,$$

pero

$$DQ = \frac{P(l-x)}{l} a \quad DS = DT + TS = \mu_k + a \operatorname{tg} \alpha$$

$$= \mu_k + a \frac{\mu_{k+1} - \mu_k}{l}$$

y substituyendo

$$M = \frac{P(l-x)}{l} a + \mu_k + a \frac{\mu_{k+1} - \mu_k}{l}$$

ó sea

$$M = \frac{P(l-x)}{l} a + \frac{\mu_k}{l} (l-a) + \frac{\mu_{k+1}}{l} a \quad (1)$$

Pero la deducción de esta fórmula hemos supuesto que D está comprendido entre P y el apoyo K , es decir, que $x > a$, y en el caso de considerar otra sección tal como D' en la que $x < a$ se tendrá

$$M = D'Q' + D'S' = \frac{Px}{l} (l-a) + \frac{\mu_k}{l} (la) + \frac{\mu_{k+1}}{l} a \quad (2)$$

Si ahora tomamos en cuenta uno de los tramos en los que no descansa el peso mencionado, éste no ejercerá más acción que la de producir en los apoyos dos momentos de empotramiento μ_n y μ_{n+1} , y en una sección intermedia un momento flector cuyo valor se obtendrá haciendo $P = 0$ en las ecuaciones anteriores.

$$M = \frac{\mu_n}{l} (l-a) + \frac{\mu_{n+1}}{l} a \quad \dots \dots \dots (3)$$

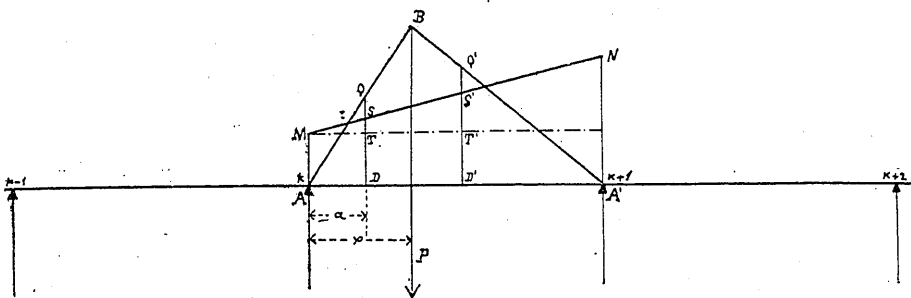


Fig. 1.^a

Los momentos flectores en los apoyos se determinan por medio del teorema de los tres momentos aplicado al caso de actuar sobre la viga una fuerza aislada y única (Bresse, *Cours de Mécanique appliquée*, III partie). Para mayor claridad, concretaremos la aplicación á una viga de seis tramos simétrica, en la que la relación entre las luces l_1 de los tramos extremos y los de las centrales sea m , y supondremos que la carga aislada P se mueve de extremo á extremo sobre la viga. Tendremos aplicado el teorema antes citado.

1.º—Móvil en el primer tramo.

$$\left. \begin{aligned} 2\mu_1(l+m) + \mu_2 &= -\frac{Px(l_1^2 - x^2)}{ll_1} = f(x) \\ \mu_1 + 4\mu_2 + \mu_3 &= 0 \\ \mu_2 + 4\mu_3 + \mu_4 &= 0 \\ \mu_3 + 4\mu_4 + \mu_5 &= 0 \\ \mu_4 + 2\mu_5(1+m) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

2.º—Móvil en el segundo tramo.

$$\left. \begin{aligned} 2\mu_1(1+m) + \mu_2 &= -\frac{Px(l_1 - x)(2l_1 - x)}{ll_1} = f_1(x) \\ \mu_1 + 4\mu_2 + \mu_3 &= -\frac{Px(l_1^2 - x^2)}{l_2} = f(x) \\ \mu_1 + 4\mu_2 + \mu_3 &= 0 \\ \mu_2 + 4\mu_3 + \mu_4 &= 0 \\ \mu_3 + 2\mu_4(1+m) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

3.º—Móvil en el tercer tramo.

$$\left. \begin{aligned} 2\mu_1(1+m) + \mu_2 &= 0 \\ \mu_1 + 4\mu_2 + \mu_3 &= f_1(x) \\ \mu_2 + 4\mu_3 + \mu_4 &= f(x) \\ \mu_3 + 4\mu_4 + \mu_5 &= 0 \\ \mu_4 + 2\mu_5(1+m) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

4.º—Móvil en el cuarto tramo.

$$\begin{cases} 2\mu_1(1+m) + \mu_2 = 0 \\ \mu_1 + 4\mu_2 + \mu_3 = 0 \\ \mu_2 + 4\mu_3 + \mu_4 = f_1(x) \\ \mu_3 + 4\mu_4 + \mu_5 = f(x) \\ \mu_4 + 2\mu_5(1+m) = 0 \end{cases}$$

..... (7)

5.º—Móvil en el quinto tramo.

$$\begin{cases} 2\mu_1(1+m) + \mu_2 = 0 \\ \mu_1 + 4\mu_2 + \mu_3 = 0 \\ \mu_2 + 4\mu_3 + \mu_4 = 0 \\ \mu_3 + 4\mu_4 + \mu_5 = f_1(x) \\ \mu_4 + 2\mu_5(1+m) = f(x) \end{cases}$$

..... (8)

6.º—Móvil en el sexto tramo.

$$\begin{cases} 2\mu_1(1+m) + \mu_2 = 0 \\ \mu_1 + 4\mu_2 + \mu_3 = 0 \\ \mu_2 + 4\mu_3 + \mu_4 = 0 \\ \mu_3 + 4\mu_4 + \mu_5 = 0 \\ \mu_4 + 2\mu_5(1+m) = f_1(x) \end{cases}$$

..... (9)

Para resolver estos sistemas de ecuaciones emplearemos el método de sustitución despejando μ_4 de la quinta ecuación y sustituyéndolo en la cuarta; de ésta despejamos μ_3 y lo sustituimos en la tercera; de ésta despejamos μ_2 , y así sucesivamente, y desde el cuarto caso en adelante despejamos μ_2 de la primera ecuación para sustituirlo en la segunda y seguir lo mismo que antes, sólo que en orden inverso.

Así tendremos:

Primer caso.

$$(4') \quad \begin{cases} 6_4\mu_1 + \mu_2 = f(x) \\ \mu_1 = -4\mu_2 - \mu_3 = (46_2 - 6_3)\mu_3 = 6_1\mu_3 \\ \mu_2 = -1\mu_3 - \mu_4 = (46_3 - 6_4)\mu_3 = 6_2\mu_3 \\ \mu_3 = -4\mu_4 - \mu_5 = (46_4 - 1)\mu_5 = 6_3\mu_5 \\ \mu_4 = -2\mu_5(1+m) = -6_4\mu_5 \end{cases} \quad \begin{cases} (6_46_1 - 6_2)\mu_3 = f(x)\mu_3 = \frac{f(x)}{D} \end{cases}$$

Llamando para abreviar $D = 6_46_1 - 6_2$.

$$\mu_1 = \frac{6_1}{D} f(x)$$

$$\mu_2 = -\frac{6_2}{D} f(x)$$

$$\mu_3 = \frac{6_3}{D} f(x)$$

$$\mu_4 = -\frac{6_4}{D} f(x)$$

Segundo caso.

$$\begin{cases} 6_4\mu_1 - 6_2\mu_3 = f_1(x) \\ \mu_1 - 6_1\mu_3 = f(x) \end{cases} \quad \begin{cases} \mu_1 = \frac{-6_1f_1(x) + 6_2f(x)}{-6_46_1 + 6_2} \\ \mu_3 = \frac{6_4f(x) - f_1(x)}{-6_46_1 + 6_2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \mu_2 &= -6_2\mu_3 \\ \mu_3 &= 6_3\mu_5 \\ \mu_4 &= -6_4\mu_5 \end{aligned}$$

y por tanto

$$\mu_1 = -\frac{6_2}{D} f(x) + \frac{6_1}{D} f_1(x)$$

$$\mu_2 = \frac{6_26_4}{D} f(x) - \frac{6_2}{D} f_1(x)$$

$$\mu_3 = -\frac{6_36_4}{D} f(x) + \frac{6_3}{D} f_1(x)$$

$$\mu_4 = \frac{6_4^2}{D} f(x) - \frac{6_4}{D} f_1(x)$$

$$\mu_5 = -\frac{6_4}{D} f(x) + \frac{1}{D} f_1(x)$$

Tercer caso.

$$\begin{aligned} \mu_2 &= -6_4\mu_1 \\ -6_4\mu_1 + 6_3\mu_5 &= f_1(x) \\ -6_4\mu_1 + 6_2\mu_3 &= f(x) \end{aligned} \quad \begin{cases} \mu_1 = \frac{6_2f_1(x) - 6_3f(x)}{-6_36_4 + 6_36_4} \\ \mu_3 = \frac{-6_3f(x) + 6_4f_1(x)}{-6_36_2 + 6_36_4} \end{cases} \quad (6')$$

$$\begin{aligned} \mu_3 &= 6_3\mu_5 \\ \mu_4 &= -6_4\mu_5 \end{aligned}$$

Pero como $-6_36_2 + 6_36_4 = -6_2(46_4 - 1) + 6_36_4 = -(46_2 - 6_3) + 6_2 = -6_46_1 + 6_2 = -D$
se tiene

$$\mu_1 = \frac{6_3}{D} f(x) - \frac{6_2}{D} f_1(x)$$

$$\mu_2 = -\frac{6_36_4}{D} f(x) + \frac{6_36_4}{D} f_1(x)$$

$$\mu_3 = \frac{6_3^2}{D} f(x) - \frac{6_36_4}{D} f_1(x)$$

$$\mu_4 = -\frac{6_36_4}{D} f(x) + \frac{6_4^2}{D} f_1(x)$$

$$\mu_5 = \frac{6_3}{D} f(x) - \frac{6_4}{D} f_1(x)$$

Cuarto caso.

$$\begin{aligned} \mu_2 &= -6_4\mu_1 \\ \mu_3 &= 6_3\mu_1 \end{aligned} \quad \begin{cases} 6_4\mu_1 - 6_4\mu_3 = f_1(x) \\ 6_3\mu_1 - 6_3\mu_5 = f(x) \end{cases} \quad \begin{cases} \mu_1 = \frac{-6_4f_1(x) + 6_3f(x)}{-6_26_4 + 6_36_2} \\ \mu_5 = \frac{6_2f_1(x) - 6_3f(x)}{-6_26_4 + 6_36_2} \end{cases} \quad (i')$$

$$\mu_4 = -6_4\mu_1$$

$$\mu_1 = -\frac{6_4}{D} f(x) + \frac{6_3}{D} f_1(x)$$

$$\mu_2 = \frac{6_4^2}{D} f(x) - \frac{6_36_4}{D} f_1(x)$$

$$\mu_3 = -\frac{6_36_4}{D} f(x) + \frac{6_3^2}{D} f_1(x)$$

$$\mu_4 = \frac{6_26_4}{D} f(x) - \frac{6_36_4}{D} f_1(x)$$

$$\mu_5 = -\frac{6_2}{D} f(x) + \frac{6_3}{D} f_1(x)$$

Quinto caso.

$$\begin{aligned} \mu_2 &= -6_4\mu_1 \\ \mu_3 &= 6_3\mu_1 \\ \mu_4 &= -6_3\mu_1 \end{aligned} \quad \begin{cases} -6_1\mu_1 + \mu_5 = f_1(x) \\ -6_2\mu_1 + 6_4\mu_5 = f(x) \end{cases} \quad \begin{cases} \mu_1 = \frac{f(x) - 6_4f_1(x)}{-6_2 - 6_16_4} \\ \mu_5 = \frac{-6_2f_1(x) + 6_4f(x)}{-6_2 - 6_16_4} \end{cases} \quad (8')$$

$$\mu_1 = \frac{1}{D} f(x) - \frac{6_4}{D} f_1(x)$$

$$\mu_2 = -\frac{6_4}{D} f(x) + \frac{6_4^2}{D} f_1(x)$$

$$\mu_3 = \frac{6_3}{D} f(x) - \frac{6_36_4}{D} f_1(x)$$

$$\mu_4 = -\frac{6_2}{D} f(x) + \frac{6_36_4}{D} f_1(x)$$

$$\mu_5 = \frac{6_1}{D} f(x) - \frac{6_2}{D} f_1(x)$$

(1) Las cantidades ϵ no son sino expresiones abreviadas de los coeficientes constantes de μ_1 .

Sexto caso.

$$\begin{aligned}
 \mu_2 &= -\epsilon_4 \mu_1 \\
 \mu_3 &= \epsilon_3 \mu_1 \\
 \mu_4 &= -\epsilon_2 \mu_1 \\
 \mu_5 &= \epsilon_1 \mu_1 \\
 \mu_1 + \epsilon_4 \epsilon_5 &= f_1(x)
 \end{aligned}
 \quad \left\{ \begin{aligned} \mu_1(\epsilon_4 \epsilon_1 - \epsilon_3) &= f_1(x) \end{aligned} \right. \quad (9')$$

$$\mu_1 = \frac{1}{D} f_1(x)$$

$$\mu_2 = -\frac{\epsilon_4}{D} f_1(x)$$

$$\mu_3 = \frac{\epsilon_3}{D} f_1(x)$$

$$\mu_4 = -\frac{\epsilon_2}{D} f_1(x)$$

$$\mu_5 = \frac{\epsilon_1}{D} f_1(x)$$

Del examen de estos resultados se desprenden las consecuencias siguientes:

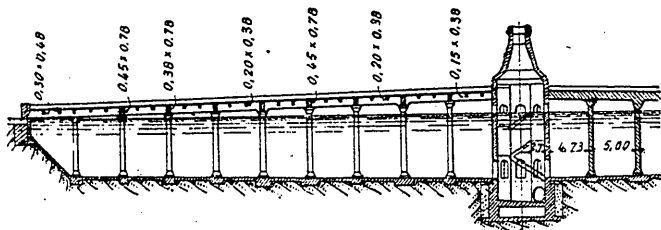
- 1.^a La relación de los momentos flectores de los apoyos de los tramos no cargados es constante.
- 2.^a Los momentos flectores en los apoyos de los tramos no cargados son alternativamente de signos contrarios.
- 3.^a Los momentos flectores en los apoyos de los tramos cargados son del mismo signo.

ANTONIO LÓPEZ FRANCO.

(Se continuará.)

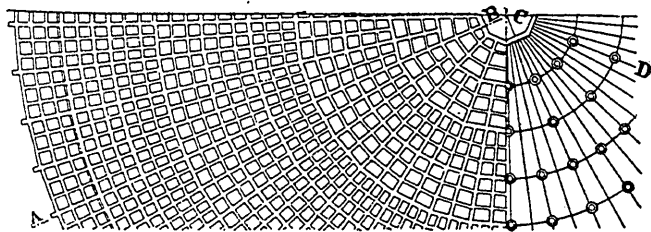
LOS DEPÓSITOS DE 50.000 METROS CÚBICOS DE HORMIGÓN ARMADO EN MÉJICO

Las obras de almacenamiento recientemente ejecutadas en Méjico para la alimentación de agua potable á la ciudad comprenden cuatro grandes depósitos, construidos sobre una planicie elevada, y con un plano de agua á la altura de 59 metros por encima del nivel medio de las calles de la ciudad. Su forma



es cilíndrica en un diámetro de 105 metros en la parte superior y 96 metros en el fondo; la altura de agua máxima es de 7 metros.

Como se ve en el semicorte transversal adjunto, están casi enteramente excavados en el terreno cuyo fondo está formado de una roca bastante dura sobre la cual, hubieran podido des-



cansar directamente, pero las grietas numerosas que la cuarteaban exigieron la construcción de un zampeado de hormigón armado impermeabilizado con un enlucido. Los muros laterales tienen 0.30 metros de espesor, suficiente dada su poca altura, pero están, sin embargo, sostenidos por contrafuertes colocados cada 5.15 metros y se enlazan con el zampeado por un talud á 45 grados revestido de hormigón armado en un espesor de 0.20 metros.

En el centro del depósito va instalada una torre octogonal con escalera interior, á la cual se llega por un subterráneo.

La cubierta de estos depósitos está hecha de placas de 0.15 metros de espesor, que descansan en vigas colocadas radialmente, que á su vez se apoyan sobre una serie de columnas distantes 5 metros de eje á eje enlazadas entre sí por viguetas transversales, todo de hormigón.

El techo va recubierto de una capa de hierro vegetal y convertido en jardín. Aberturas practicadas en la parte superior de los muros periféricos aseguran la ventilación.

Antes de ser cubierto el primero de estos depósitos que se construyó permaneció muchos meses expuesto al sol sin que ninguna rotura se manifestase, siendo suficiente el usarle diariamente.

Para la construcción se ha establecido un puente de servicio giratorio, una de cuyas extremidades podía rodar sobre una pequeña vía circular, en tanto que la otra pivoteaba en el apoyo del centro del depósito. Este mismo puente ha sido empleado sucesivamente en los cuatro depósitos.

La canalización general viene á pasar á una edificación única donde están instaladas las compuertas.—O.

ENSANCHAMIENTO DEL CANAL DE KIEL

El Gobierno alemán ha decidido recientemente el ensanchamiento y la transformación del canal de Kiel ó canal del Emperador Guillermo; este canal, cuya terminación data de hace pocos años, ha llegado á su máximo de rendimiento y su transformación se impone si se le quiere poner en armonía con las necesidades del tráfico y el aumento de calado de los navíos modernos.

Un primer crédito de 15 millones de marcos se ha votado por el Reichstag, para proceder á las expropiaciones necesarias y á la redacción de los proyectos de detalle de las obras.

Las esclusas se calcularán teniendo en cuenta que habrán de pasar navíos de 300 metros de longitud, y medirán 45 metros de anchura y 330 metros de longitud; su calado será de 13.75 metros bajo el nivel de flotación media del canal, lo que corresponderá á un calado mínimo de 12 metros en tiempo de flotación mínima. La gran anchura proyectada para las esclusas podrá parecer exagerada, pero se ha admitido, teniendo en cuenta que esta dimensión en los navíos es susceptible de aumentos y sabido son los gastos considerables que arrastra el ensanchamiento ulterior de las esclusas.

El nuevo perfil transversal del canal tendrá 44 metros de anchura en el fondo por 11 metros de calado bajo el nivel de flotación media; su anchura á este nivel, que es actualmente de 67 metros, será llevada á 101.75 metros y su acción mojada de 413 m.³ á 825. Este nuevo perfil podrá, por otra parte, ser mejorado en lo sucesivo, si la necesidad se hace sentir y su calado llevado á 13.50 metros ó 14, sin que ello conduzca á gastos excesivos.

El canal conservará en planta su trazado actual; este último será modificado, sin embargo, en dos puntos donde las curvas existentes de 1.200 metros de radio se han juzgado insuficientes y peligrosas para el tránsito de los grandes vapores modernos. El radio mínimo de las curvas será de 1.800 metros.

El número de estaciones se aumentará y la distancia que las separa reducida próximamente á 10 kilómetros; esta separación parece también muy reducida para la seguridad y la aceleración del tránsito, aunque es superior á la adoptada para ciertos canales marítimos, principalmente para el canal de Suez, donde las estaciones están situadas á una distancia próximamente de 5 kilómetros.

El canal tendrá 134 metros de ancho en el fondo y 190 metros al nivel de flotación en el sitio de las estaciones; cuatro de éstas irán acondicionadas como estaciones de cambio de dirección con