

te abierto en roca dura en la ladera derecha, á 42,60 metros sobre la solera de las galerías de desagüe de la torre central; con esta altura, la cantidad de agua embalsada es de 21.904.860 metros cúbicos, formándose agua arriba de la presa un lago de más de 10 kilómetros de longitud. Sobre el aliviadero se halla construído un puente de fábrica, compuesto de ocho arcos rebajados al noveno, de 6,30 metros de luz cada uno, y, por consiguiente, con 0,70 de flecha; cada pila tiene 0,70 metros de grueso, 6,50 de largo y 1,50 de altura; la longitud total del puente es de 56 metros y el de ancho entre barandillas de 5,65.

(c) *Desagües*.—Los principales desagües del embalse (además del aliviadero de superficie) son los cinco siguientes, empezando á contar desde la margen derecha hacia la margen izquierda:

1.º Túnel de fondo de la ladera derecha, con la solera á 45,55 metros por debajo de la coronación de la presa. Longitud, 138 metros. Sección, un rectángulo de 2,20 metros de base por 1,40 de altura, coronado por un semicírculo de 2,20 de diámetro; sobre la entrada del túnel se halla la torre de compuertas, cuyo piso de maniobra está á 19,25 metros sobre la solera; las bocas de entrada al túnel son cuatro, de sección rectangular, ante las cuales se hallan las compuertas; las dimensiones de cada boca son de 0,80 metros de ancho por 1,50 de alto.

2.º Torre central, adosada al paramento de agua arriba de la presa, con toda la altura de ésta; su planta en el plano de la coronación de la presa tiene 12,80 metros de longitud y 5,20 de saliente; en su parte inferior se hallan los desagües de fondo, cuyas soleras están á 45,55 metros por debajo de la coronación de la presa; cada una de estas dos galerías de desagüe se compone de las siguientes partes, á contar del paramento de agua arriba: 1.ª, un trozo de 3,50 metros de largo, 3 de ancho y 2 de altura; 2.ª, otro trozo de 1,50 metros de largo, 1,35 de ancho y 0,85 de altura; el ancho se halla dividido en dos partes iguales por un bastidor de fundición, quedando libres dos huecos de 0,60 metros cada uno, ante los cuales se hallan las compuertas correspondientes; 3.ª, otro trozo final de 34,20 metros de largo, 1,60 de ancho y 1,70 de altura en el origen y 2,70 al final.

3.º Túnel de fondo en la ladera izquierda, con la solera á 45,55 metros por debajo de la coronación de la presa. Longitud, 140,50 metros. Sección, un rectángulo de 2,20 metros de base por 1,40 de altura, coronado por un semicírculo de 2,20 de diámetro; sobre la entrada del túnel se halla la torre de compuertas, cuyo piso de maniobras está á 12,50 metros sobre la solera; las bocas de entrada al túnel son cuatro, de sección rectangular, ante las cuales se hallan las compuertas; las dimensiones de cada boca son de 0,80 metros de ancho por 1,50 de alto.

4.º Túnel intermedio en la ladera izquierda, con la solera á 15,55 metros sobre las soleras de los dos túneles de fondo y de los desagües de la torre central. Longitud, 102,40 metros. Sección, un rectángulo de 2,20 metros de base por 1,40 de altura, coronado por un semicírculo de 2,20 de diámetro; sobre la entrada del túnel se halla la entrada de compuertas, cuyo piso de maniobras está á 14,35 metros sobre la solera, y, por consiguiente, á 30,40 sobre la solera de los túneles y desagües de fondo; las bocas de entrada del túnel sólo son dos, de sección rectangular, ante las cuales se hallan las compuertas; las dimensiones de cada boca son de 0,80 metros de ancho por 1,50 de alto.

5.º Túnel superior en la ladera izquierda, con la solera á 28,55 metros sobre las soleras de los dos túneles de fondo y de los desagües de la torre central. Longitud, 94 metros. Sección, un rectángulo de 2,20 metros de base por 1,40 de altura, coronado por un semicírculo de 2,20 de diámetro; sobre la entrada del túnel se halla la torre de compuertas, cuyo piso de maniobras está á 17 metros sobre la solera, y, por consiguiente, á 45,55 sobre las soleras de los túneles y desagües de fondo, ó sea á la altura de la coronación de la presa; las bocas de entrada del túnel son cuatro, de sección rectangular, ante las cuales se hallan las compuertas; las dimensiones de cada boca son de 0,80 metros de ancho por 1,50 de alto.

(d) *Tubos de desagüe*.—Empotrados en el macizo de la presa y atravesándola en todo su espesor en la margen derecha se hallan tres series de dos tubos cada una, ó sean seis tubos de 0^m,30 de diámetro interior, cuyos centros tienen las siguientes alturas sobre las soleras de los dos túneles de fondo y de los desagües de la torre central:

Primera serie.—Tubos inferiores... { 1.º Su centro á 24^m,45.
2.º Idem id. á 25^m,00.

Segunda serie.—Tubos intermedios. { 3.º Idem id. á 30^m,05.
4.º Idem id. á 30^m,60.

Tercera serie.—Tubos superiores... { 5.º Idem id. á 35^m,65.
6.º Idem id. á 36^m,20.

IMPORTANCIA DE LA HIDRÁULICA APLICADA

POR

D. HERMENEGILDO GORRIA

La hidráulica del antiguo empirismo es hoy una ciencia cuyo adelanto es tal, que si en el orden rigurosamente científico falta aún campo que recorrer, tiene suficiente extensión para solventar, hasta donde es preciso en la práctica, todos los problemas usuales y que interesan por sus aplicaciones. Y este gran camino recorrido en corto tiempo, relativamente á otras ciencias, es debido al análisis matemático, que especialmente ha sido y es la base para la investigación de fórmulas y soluciones teóricas exactas, en las condiciones físicas que les sirven de base, y que por eso tienen el carácter de generalidad, aplicándoles con acierto los resultados que demuestran sabias experiencias y prolijos trabajos de tantas notabilidades ilustres como se han dedicado á esta ciencia.

Las fórmulas empíricas no basadas en las teorías analíticas no merecen más confianza que en los mismos casos ó condiciones especiales en que se dedujeron; al contrario las teóricas y en las que se han aplicado los resultados de verdaderas experiencias, éstas tienen una gran generalidad y aplicación exacta. Es necesario, pues, en los procedimientos de la hidráulica aplicada, la unión de la teoría y la experiencia, ó sean los estudios de la investigación teórica y los trabajos de la experimentación, para poder obtener los medios de resolver prácticamente y con la exactitud precisa los problemas de la hidráulica en sus múltiples aplicaciones; es preciso el concurso del análisis matemático, la física y la experimentación científica, y ésta discretamente dispuesta para que sus resultados puedan dar lugar á justas interpretaciones y que no se les dé más generalidad que la que pueda alcanzar la extensión de aquellas experiencias.

La Hidráulica, como todas las ciencias físicas, ha pasado por periodos en que los conceptos, las bases para su estudio han sido muy diferentes; en un principio, el empirismo y algunas reglas prácticas resolvían los problemas constructivos que con la hidráulica se relacionaban; el estudio de la Física hizo entrar á esa ciencia en nuevos derroteros de observación y experiencia, sin que por eso adelantase lo que otras más desconocidas y lejos de las que tienen como la hidráulica usos tan inmediatos. La aplicación de las matemáticas hizo que en corto plazo de tiempo avanzase por camino cierto, desarrollando con el análisis las teorías físicas que servían de base á esa parte de la Mecánica. Sin embargo, esto no era suficiente en las aplicaciones; faltaba el último esfuerzo, que era el de la experimentación

científica; para que las deducciones del análisis matemático tuvieran excelente aplicación en la resolución de los múltiples é importantes problemas de la hidráulica.

No son, pues, de extrañar opiniones tan contrarias en los más notables trabajos en hidráulica y de que un célebre autor hace muchos años indicase que, por su naturaleza, más bien es del dominio de las ciencias de observación, de las ciencias físicas que de las matemáticas, y que dijera que publicaba un tratado de Hidráulica experimental y aplicada y no de Hidráulica racional; y que posteriormente añadiese, en el año 1861, «que no existía ningún tratado de Hidráulica que reúna las cualidades indispensables á una obra didáctica; es decir, la exactitud teórica y experimental unida á la sencillez y á la concisión del método». Esto es exagerado, actualmente; desde aquella época se han publicado muchas obras y trabajos que cumplen con todas las condiciones deseables. Lo que sí hay, que no es tan fácil unir la hidráulica experimental y la hidráulica racional, y los trabajos de experimentación con el análisis matemático. Todo ello se ha de enlazar, y esto se ha conseguido en muchos trabajos y obras publicadas recientemente, con la exactitud y extensión que exige la hidráulica aplicada.

Sin duda alguna, son necesarias en esta ciencia experiencias sabiamente hechas; pero aun así sus resultados no podrían tener un carácter de generalidad sin el auxilio de la teoría. Se podrían clasificar todas las observaciones, pero no se llegaría á deducir de ellas las leyes que rigen los resultados de experiencias tan diversas y numerosas; y si se erige en principio la observación, las fórmulas que de ella se deduzcan conducirían al empirismo. La hidráulica, que liga su estudio al de los fenómenos que se relacionan con la constitución íntima de los cuerpos, hace precisa la observación para encontrar datos en la naturaleza física de los hechos; la teoría facilita las investigaciones y de ella se deducen consecuencias generales; por eso todos los sabios que por sus trabajos han hecho progresar esta ciencia, han sido á la vez teóricos y prácticos.

Ilustres matemáticos han impreso una marcha progresiva á la hidráulica, pues antes de ellos era considerada como puramente experimental, aparte de algunos principios fundamentales; había muchas experiencias que sólo servían para justificar más ó menos algunas fórmulas empíricas, aunque muchas de aquéllas se efectuaron sin las condiciones necesarias, deduciéndose así consecuencias atrevidas que después debían rectificarse, por eso dice Dupuit que «las experiencias, por numerosas que sean, lejos de ser una ventaja, son un inconveniente cuando no son guiadas por una sana teoría; no hacen entonces más que dar apariencia de verdad á grandes errores». La precisión que pueda tener un coeficiente empírico no es función del número de experiencias que se hayan hecho, si éstas no se efectuaron en las condiciones de su aplicación y guiadas por hábiles observadores; es preciso, además, la interpretación exacta, analítica, de sus resultados, para que se les pueda dar la generalidad necesaria en las aplicaciones.

Las fórmulas teóricas en la hidráulica, para ser aplicables, han de tener en cada caso especial coeficientes deducidos de minuciosas é inteligentes experiencias y traducirse en leyes, ligando los datos é incógnitas por una relación natural que generalmente desarrollada en serie, sus coeficientes van disminuyendo rápidamente de valor y que á veces se puede limitar á muy pocos términos, con aproximación suficiente, tratándose de las aplicaciones de la hidráulica. Estas leyes ó fórmulas, que podemos llamar usuales, son un gran recurso en hidráulica, siempre que se tengan presentes en su empleo las condiciones con que se han deducido y una aplicación oportuna.

En la antigüedad se conocieron algunas máquinas y aparatos ingeniosos, aunque se desconocían los principios científicos de la Mecánica, los que aplicaron con buen resultado; pero la hi-

dráulica fué muy poco conocida hasta tiempos ya muy modernos, contrastando su poco adelanto con el que tuvieron las demás partes de la Mecánica racional, gracias al potente auxilio de las matemáticas, y cuyas bases se aplicaron mucho después al equilibrio y movimiento de los fluidos, siendo Arquímedes el que puso los primeros cimientos de esta ciencia, con su principio científico del empuje de los líquidos sobre los cuerpos sumergidos.

La Escuela de Alejandría que inventó algunas máquinas hidráulicas muy ingeniosas, como las bombas, fuente de compresión, y el sifón, que obran por la gravedad del agua y presión del aire, no explicaban estos fenómenos y seguía el famoso axioma de que «la naturaleza tiene horror al vacío».

Las primeras nociones que pueden citarse sobre el movimiento del agua se atribuyen á Sextus Julius Frantinus, Inspector de las fuentes públicas de Roma, en tiempo de los Emperadores Nerón y Trajano, y que dejó escritas en su obra *De aquæ ductibus urbis Romæ comentarius*, en la cual se ocupa del movimiento de las aguas que corren por los canales ó que se escapan por los orificios de los vasos que las contienen, describe los acueductos de Roma, cita los nombres de los que los hicieron construir y las épocas de su construcción, fija y compara las medidas ó módulos de que entonces se servían en Roma para evaluar el gasto de los tubos ó ajustes; de los medios de distribuir las aguas de un acueducto ó de una fuente; dice además que en el gasto del agua hay que tener en cuenta la altura de la misma y la posición que deben tener los tubos con relación al curso del agua.

Galileo, padre de la filosofía moderna, sospechó la pesantez del aire, la que comunicó á su ilustre discípulo Torricelli, que lo demostró con ingeniosas experiencias, destronan lo el viejo adagio del horror al vacío; y el peso del aire explicó el movimiento del agua en las bombas.

Castelli, discípulo también de Galileo, en un pequeño tratado explica, en 1628, algunos fenómenos del movimiento del agua en un canal natural ó artificial, y sienta el principio que cuando el agua ha tomado un estado de movimiento regular y permanente, las velocidades en las secciones perpendiculares á la dirección de aquél son en razón inversa de las superficies de estas secciones; pero se equivocó suponiendo que la medida de la velocidad es proporcional á la pendiente del canal ó á la altura del agua.

Torricelli, observando que en un surtidor se eleva el agua casi á la altura de la del recipiente, pensó que las leyes de la salida del agua por pared delgada eran idénticas á las de la caída de los graves y que la velocidad con la cual el líquido se escapa es igual que si este líquido cayese libremente de lo alto del recipiente; descubrimiento fecundo que Torricelli publicó en el año 1643.

Pascal, que falleció en 1662, dejó entre sus papeles dos pequeños tratados: uno sobre el equilibrio de los líquidos, y otro sobre el peso del aire, los que se publicaron al año siguiente.

Mariott, que murió en 1686, dejó un tratado que se publicó después, respecto al movimiento de los fluidos, y que contribuyó también al progreso de la hidráulica.

En 1687, Newton publicó sus *Principios matemáticos de filosofía natural*, ocupándose de diversas cuestiones importantes, tratando del movimiento de un fluido á la salida de un vaso, con su teoría de la catarata central; en la segunda edición, en 1714, ya observó la contracción de la vena fluida.

En el año 1738, Bernouilli imprimió su *Hidráulica*, y basado en sus experiencias, dedujo el teorema de su nombre y que sirve aún de base en casi todos nuestros cálculos; es la unión entre la Física y las Matemáticas, que ha tenido tan felices consecuencias. Hizo uso del famoso principio de la conservación de las fuerzas vivas, aplicado al problema hidráulico, demostrando en el empleo del cálculo su profunda ciencia en el análisis matemático y en la Física.

Juan Bernouilli y Maclaurin juzgaban que el principio de las fuerzas vivas no debía emplearse en la determinación del movi-

miento de los fluidos, resolviendo el problema por otros medios que creían más estrechamente ligados á las leyes de la Mecánica; sin embargo, sus resultados principales se encontraban conformes con los de Daniel Bernouilli.

En 1744, D'Alembert aplicó su teorema de los momentos virtuales que transforma todos los problemas de movimiento en problemas de equilibrio, lo que dió gran luz sobre muchos asuntos de los que se ocupa la Mecánica y en particular la Hidráulica; resolvió por su método muchos problemas anteriormente tratados y dió solución de algunos otros, estableciendo las ecuaciones fundamentales del movimiento de los fluidos, que después Euler y La-Granje extendieron el campo de estas investigaciones. No cesó D'Alembert de perfeccionar y enriquecer la hidráulica, dando fórmulas para representar el movimiento de un punto fluido, publicando en 1752 su *Ensayo sobre la resistencia de los fluidos*, que desarrolló después en sus *Opúsculos matemáticos*.

En los años de 1768 á 1771 dió el ilustre geómetra Euler sus cuatro Memorias sobre una nueva teoría general del equilibrio y movimiento de los fluidos, fundada en las leyes de la mecánica, reduciendo la teoría á dos ecuaciones diferenciales de segundo orden; aplica los principios generales al movimiento del agua en los vasos, á su ascensión en las bombas y á su movimiento en los tubos.

En un trabajo presentado á la Academia de Berlín en 1781, La-Granje dió las ecuaciones fundamentales del movimiento de los fluidos, por métodos nuevos que había ya puesto en uso para la solución de los problemas de dinámica.

En el año 1775 se encargó practicar experiencias sobre la resistencia de los fluidos en los canales para el paso de los barcos á D'Alembert, Condorcet y Bossut.

En 1771 publicó Bossut la primera edición de su obra *Tratado teórico y experimental de hidrodinámica*; después, en 1786, la segunda edición, y la tercera en el año IV de la República, resumiendo los trabajos anteriores, y formando un texto, de gran valor entonces, para el estudio de Hidráulica aplicada.

Nuevos derroteros y estudios hicieron que la hidráulica en el siglo pasado haya avanzado considerablemente, teniendo un poderoso auxiliar, que es la experiencia y observación científica, pues para obtener resultados de aplicación y no simplemente especulativos, es preciso marchar junto con la experiencia, y esto es lo que han hecho sabios modernos, como son Bossut, Du-Buat, D'Aubuisson, Prony, Eytelwein, Poncelet y Desbrós, Darcy, Dupuit, Bazin, etc., sin que por eso haya dejado de ir paralelamente en su progreso la aplicación del análisis matemático á la hidráulica, base esencial en las ciencias físicas, y muy especialmente en la Mecánica.

Si estudiamos la evolución científica de los principales trabajos en hidráulica, pueden resumirse en los siguientes:

Daniel Bernouilli, que fué el primero que aplicó en su *Hidráulica* el "principio de la conservación de la fuerza viva de Huyghens al movimiento de los fluidos. D'Alembert, con la hipótesis del paralelismo de las capas líquidas, dió una teoría más exacta que la anterior. Borda, que aplicó el principio de las fuerzas vivas á la hipótesis del movimiento de los fluidos por filetes independientes, pero sin apreciar la influencia de los frotamientos, y que Chezy hizo constar en el régimen uniforme la proporcionalidad de la velocidad á la raíz cuadrada de la pendiente en la superficie. Du-Buat, que se ocupó en el estudio del frotamiento. Girard, que estableció más claramente la ley de la relación entre el frotamiento y perimetro mojado y proporcionalidad al cuadrado de la velocidad. Prony, que examinando las experiencias de Couplet, Bossut y Du-Buat, estableció la fórmula del movimiento uniforme. Navier, que demostró cómo el principio de las fuerzas vivas puede aplicarse á la solución de la mayor parte de los problemas del movimiento de los fluidos.

Con las hipótesis del paralelismo de las capas y filetes líquidos, se dedujeron fórmulas prácticas muy usadas en hidráulica; la tendencia actual de la ciencia es abandonar esas hipótesis,

para sustituirlas por el estudio directo de las acciones moleculares. Su principal objetivo es el trabajo que las fuerzas vivas, bajo la influencia de las que determina el movimiento, hacen sufrir á las partículas del líquido, y cuyo origen hay que remontar á los estudios analíticos de Cauchy y sobre elasticidad de Lamé. Siguiendo estas nuevas bases, son de gran importancia los trabajos de Saint-Venant; de Boussinesq, en su obra *Ensayo sobre la teoría de las aguas corrientes*; las de Graëff, *Tratado de Hidráulica*; de Flamant, en su obra de *Hidráulica*, y otras muchas modernas que con la aplicación del análisis matemático y de algunas hipótesis, han resuelto con gran precisión problemas difíciles de la hidráulica.

En Italia la hidráulica se remonta á la época romana en su práctica de conducción de aguas, siguiendo sólo reglas empíricas, las que entonces guiaban á los constructores; data desde la época de Galileo la impulsión científica que se le ha dado, así como en Francia desde la creación de la Academia de Ciencias; en España, las obras que nos legó la dominación árabe demuestran la gran importancia que en aquella época tuvieron en nuestro país las construcciones hidráulicas.

Podemos citar algunas de las notables obras hidráulicas que hay en Cataluña, siendo la más antigua el pozo ciclópeo de Tarragona, destinado probablemente á suministrar agua á la acrópolis que existía en aquella época. De la dominación romana existe aún allí el llamado «Puente del Diablo», antiguo acueducto; acequias del río Francolí y muchas minas de alumbramiento de aguas.

Habiendo sido corta la dominación árabe en Cataluña, no se hicieron obras hidráulicas notables, como las efectuaron en las vegas de Valencia, Murcia y Granada. El canal que riega parte de la huerta de Lérida fué ampliado en la época de la Reconquista.

En época de Don Jaime I, se hicieron algunas obras en los ríos Ter y Ebro, y reglamentación de los riegos, la que también continuaron sus sucesores los Reyes de Aragón.

El canal de Manresa data del siglo XIV, concesión que hizo Don Pedro IV de Aragón al Municipio y propietarios, para el abastecimiento de aguas potables y riegos.

Modernamente la Acequia Condal, Canal de Castañes (llamado después de la Infanta), el Canal de navegación y riegos del Ebro, el Canal de Urgel, y otras obras modernas, además de diversas acequias construídas por Sindicatos de regantes, son realmente obras de importancia muy superior á las que de antiguo había en Cataluña.

La hidráulica, que en sus principios era un arte empírico, como las demás ciencias aplicadas, adelantó muy poco durante la Edad Media ni siglos posteriores, hasta el XVIII, pues lo que antes se conocía era poco relativamente á lo que otras ciencias habían avanzado. Decía Du-Buat en sus *Principios de Hidráulica* en el año 1786: «Sabemos que hasta el presente nuestros conocimientos en hidráulica son muy pocos; porque aunque grandes genios se han dedicado en diferentes épocas, estamos aún, después de tantos siglos, en una ignorancia casi absoluta de las verdaderas leyes á las cuales se sujeta el movimiento del agua»; y al seguir exponiendo un verdadero programa de estudios de la hidráulica que están en ese caso, termina con esta frase: «Todo el mundo discute sobre la hidráulica, pero son pocas las personas que la entiendan».

Desde la fecha en que aquel sabio se expresaba en términos tan desconsoladores para esta ciencia, en el espacio del último siglo se ha adelantado mucho y pueden contestarse casi completamente á los problemas que enunciaba Du-Buat. Ilustres hidráulicos como Prony, Eytelwein, Saint-Venant, Dupuit, Darcy, Bazin, Boussinesq, Graëff, Flamant y otros muchos, han formado ya una verdadera ciencia, deduciendo reglas de aplicación de gran interés y utilidad. El estudio teórico, la aplicación del

análisis matemático, han hecho que en poco tiempo avance esta ciencia y que por los resultados de inteligentes experiencias se tengan ya procedimientos de cálculo que satisfacen á casi todos los problemas que se han de tratar en hidráulica. Quedan aún problemas inciertos que no pueden tenerse como rigurosamente resueltos, pero se han deducido fórmulas y cálculos que dan solución á las aplicaciones interesantes que tiene la hidráulica, siempre y cuando su empleo sea inteligente y teniendo en cuenta las condiciones en que las mismas se dedujeron.

Muy especialmente en hidráulica es preciso no olvidar esas condiciones en las que pueden y deben emplearse las fórmulas, pues al ser aquéllas muy variadas, tienen un carácter especial y á veces no de generalización. Además, no conviene olvidar las hipótesis que han servido de base á la deducción analítica y experimental para obtener las fórmulas: de lo contrario se cometerán graves errores en su aplicación. Igual hay que decir respecto á los coeficientes numéricos deducidos por experiencias que afectan á las fórmulas teóricas como en las simplemente empíricas, para emplear el que corresponda al caso particular de aplicación; es, pues, conveniente tener la práctica necesaria para en muchos casos escoger y aun corregir esos coeficientes, según las circunstancias del problema.

Flamant, después de presentar el programa de su magnífico tratado de hidráulica y aludiendo que en la mayor parte de los problemas que expone Du Buat en su obra citada, dice que «se encuentran ya si no definitivamente resueltos, al menos con soluciones suficientes para las necesidades de la práctica.

Añade, sin embargo, que aun en muchos casos las fórmulas no son más que una careta que cubre nuestra ignorancia; dice por eso que es necesario emplearlas discretamente, lo que no siempre sucede, y que se pudiera decir en aquella época parafraseando la última conclusión de Du-Buat: «que todo el mundo aplica fórmulas de la hidráulica, pero bien pocas personas las entienden».

Sin ser tan rigoristas, creemos, aun entonces, exagerado este parecer, pues la hidráulica y más actualmente resuelve con precisión suficiente para sus aplicaciones prácticas casi todos los principales problemas que han de ocuparse y que tienen utilidad verdadera, y no es ya difícil que las personas versadas en estudios, y muy especialmente prácticas en los trabajos y experiencias hidráulicas, puedan resolver todos aquellos problemas con la inteligente aplicación de las fórmulas teóricas, experimentales y aun empíricas que actualmente posee esta parte de la mecánica, una de las que tienen más aplicación y utilidad.

En la deducción analítica de las fórmulas del movimiento en hidrodinámica, se parte del supuesto de una fluidez perfecta; si se considerasen en las condiciones de un fluido natural, tendría que hacerse intervenir en los cálculos los esfuerzos tangenciales, la viscosidad y frotamientos interiores del líquido. Si estas resistencias fuesen bien conocidas, los principios de mecánica racional y los procedimientos de análisis bastarían para resolver los problemas de la hidrodinámica. La incertidumbre de los resultados deducidos de experiencias no permiten dar como conocidos aquellos datos que son necesarios para considerar como resueltas las fórmulas cuando han de llegar á aplicarse; por eso en los razonamientos analíticos se admite que los líquidos están dotados de fluidez perfecta, y ésta no existe; pues poseen una viscosidad que produce la cohesión entre las moléculas, así como la adherencia con las paredes en contacto.

La cuestión compleja de la viscosidad en los fluidos ha sido objeto de estudios é investigaciones de eminentes sabios, como Newton, Coulomb, Du-Buat, Girard, Prony, D'Aubuisson, Eytelwein, Poncelet, Navier, Sonnet, Dupuit, Genieys, Belanger, Darcy, etc. Las experiencias é ideas emitidas por ellos han servido de base á teorías notables, como son las siguientes:

Suponia Newton que la viscosidad desarrolla entre dos mo-

léculas una fuerza mútua proporcional á la velocidad, por la cual esas moléculas se separan una de la otra; que en virtud de la ley de continuidad las dos moléculas tienen necesariamente velocidades poco diferentes, y que la función de la velocidad con la cual se separan puede desarrollarse en serie según potencias de su variable.

Girard, apoyándose en ideas de Coulomb, admite que el agua resbala sobre la pared mojada ó sobre la capa de agua adherente, disminuyendo su movimiento por la viscosidad, que da una fuerza retardatriz proporcional á la velocidad; que además hay otra fuerza también retardatriz producida por las asperezas del cauce, que es análoga al frotamiento y que se supone proporcional al cuadrado de la velocidad. Prony dice que estas dos resistencias crecen en relación con la velocidad relativa. Navier, para resolver el problema del movimiento de los fluidos, introdujo en la ecuación general las fuerzas producidas por la viscosidad, y apoyándose en las ideas de Newton, sienta el principio que, «por efecto del movimiento del fluido, las acciones repulsivas de las moléculas se aumentan ó disminuyen en una cantidad proporcional á la velocidad con la cual las mismas se alejan ó aproximan entre sí; y que se establecen, aun en el estado de equilibrio, acciones repulsivas entre las moléculas del fluido y las de las paredes sólidas en las que está contenido; que estas acciones deben ser igualmente modificadas ó disminuidas en cantidades proporcionales á las velocidades con las cuales cada molécula fluida se aproxima ó se aleja de las moléculas inmóviles de la pared». Según Navier, las resistencias debidas á la viscosidad son proporcionales á la velocidad relativa, sea de las moléculas fluidas entre sí, ó sea de las que están en contacto con las de las paredes.

Sonnet ha modificado esta hipótesis, y circunscribiéndose al caso del movimiento permanente rectilíneo, representa también la resistencia total debida á la viscosidad por una función de la velocidad relativa, desarrollable según las potencias enteras de la variable, conservando ya uno ó dos términos, según la aplicación.

Según Dupuit, las dos componentes de la viscosidad tienen como propiedades comunes el ser proporcionales á las superficies en contacto, ser independientes de la presión y de crecer por la adherencia con la velocidad absoluta y por la cohesión en relación entre la velocidad relativa de las capas líquidas y su espesor. Dice además que la adherencia y la cohesión no siendo ni del mismo orden ni comparables entre sí, es imposible suponerlas en condiciones tales que se les pueda aplicar una medida común, y reemplaza las fórmulas de sus predecesores por otras, fundadas en las propiedades de las dos distintas resistencias de la viscosidad.

Aparte de las discusiones teóricas y fórmulas complicadas que con el frotamiento ó con la viscosidad se relacionan, Poiseuille ha estudiado la viscosidad ó frotamiento interior de los líquidos, midiendo su velocidad á través de un tubo delgado ó capilar, cuyas leyes resume en una fórmula en que el gasto es función de la presión, diámetro del tubo, su longitud y un coeficiente variable para cada líquido, y que respecto al agua está representado por una ecuación de segundo grado en función de la temperatura. En las tablas de estas experiencias anotadas por Lippmann se observa que la viscosidad del agua disminuye mucho con la temperatura, tomando como unidad la correspondiente á 0°; presentando los valores de los coeficientes de la viscosidad relativa á diferentes temperaturas y para diferentes líquidos.

El problema difícil del frotamiento interior de los líquidos lo trata analíticamente Flamant, y deduce que el frotamiento de un líquido sobre sí mismo es proporcional á la velocidad relativa de los filetes fluidos. Si se considera un canal ideal, de paredes completamente lisas, y que los movimientos interiores del fluido se reduzcan solamente al resbalamiento uniforme y continuo, las velocidades reales de las moléculas serían paralelas á la dirección general de la salida, pero tales hipótesis son

irrealizables; las paredes del canal tienen asperezas, los filetes líquidos chocan unos con otros, se originan movimientos transversales, ondulares ó turbillonarios, tanto mayores cuanto más grandes sean las asperezas, y propagándose estos movimientos dan origen en la masa del líquido á velocidades variables en intensidad y dirección. Hay, pues, que tener en cuenta todas las pérdidas de fuerza viva debidas á estos movimientos, correspondientes á las componentes transversales ó verticales de las moléculas; se pueden englobar todas estas resistencias representándolas por un coeficiente de frotamiento interior, que no podrá ser constante y dependerá de la agitación media del líquido en cada punto, lo que resta al movimiento de traslación una fuerza viva tanto más considerable cuanto mayor intensidad tenga, dependiendo ésta de la velocidad de las moléculas líquidas en la pared y magnitud relativa de la sección transversal con relación al perímetro mojado.

Así sucede que en un cauce de sección rectangular, cuanto mayor sea la velocidad del agua, mayor desarrollo tendrán los movimientos turbillonarios y darán lugar á velocidades transversales, resultando que la agitación es mayor con la proximidad al centro. Boussinesq, en su *Teoría del derrame turbillonario y tumultuoso de los líquidos en lechos rectilíneos de gran sección*, deduce, basado en experiencias de Bazin, una fórmula algo complicada para expresar el valor de este coeficiente.

Sobre estos movimientos tumultuosos en los líquidos, dice Bazin en su *Nota sobre la medida de las velocidades por medio del tubo aforador*, que el movimiento del agua en un canal regular es un fenómeno muy complejo, en el «que el resbalamiento de las capas líquidas no goza más que un papel secundario; la masa de la corriente está atravesada sin cesar por movimientos giratorios que parten de la pared y que mezclando todas las capas vienen á desplegarse en la superficie, dando origen á ondulaciones. Á primera vista, todo parece confuso é irregular, pero este desorden no es más que aparente, y si se considera, aun para un tiempo muy corto, las medias de todas las velocidades que se suceden en cada punto de la sección, se manifiestan pronto leyes exactas, estas medias toman un valor perfectamente determinado alrededor del cual las velocidades instantáneas oscilan con cierta periodicidad.»

Según experiencias de Conette, las expresiones del coeficiente de frotamiento interior de los líquidos son sólo aplicables cuando la velocidad media adquiere un cierto valor, tanto mayores cuanto las dimensiones transversales de la corriente son más pequeñas; debajo de este límite el coeficiente tiene un valor constante mucho más pequeño, sentando en sus conclusiones que el régimen del movimiento de los líquidos presenta dos casos: en que el frotamiento es función de la velocidad media y puede expresarse por una función lineal de esa velocidad, ó en el que el frotamiento es mucho menor, producido por pequeñas velocidades, y en este caso el coeficiente de frotamiento interior es constante; y, finalmente, que para velocidades intermedias, el régimen se presenta alternativamente entre uno y otro de los indicados.

Todo ello justifica la influencia que tiene en el coeficiente de frotamiento interior de los líquidos la agitación tumultuosa que en ellos se produzca; pues resulta que si ésta es poca y que el movimiento del líquido se efectúa en un cauce pequeño y en el que esa agitación no es grande, el frotamiento interior es insignificante, y, por el contrario, que si la velocidad es grande ó pasa de cierto límite, aumenta la agitación, los filetes líquidos ó moléculas en vez de moverse paralelamente, se entrelazan y chocan, y la pérdida de fuerza viva por el frotamiento interior aumenta mucho.

Las experiencias bien sencillas de Caligny le hacen afirmar en su *Hidráulica* que los hechos que expone y otros análogos demuestran con cuánta reserva han de admitirse experiencias puramente teóricas que pueden presentarse sobre los fenómenos tan poco conocidos como son los del frotamiento de los líquidos.

Aplicando los principios expuestos, resuelve analíticamente

Flamant que, en una sección rectangular muy ancha, las velocidades en los diversos puntos de una misma vertical, varían como las ordenadas de una parábola de segundo grado, y en una sección circular ó semicircular, las velocidades en los diversos puntos del mismo radio varían como las ordenadas de una parábola de tercer grado.

Por lo expuesto, se deduce que en las fórmulas de hidráulica son precisas experiencias para que de ellas puedan deducirse coeficientes que, englobando esas propiedades físicas de viscosidad y frotamiento interior del agua y contra las paredes de las aberturas y cauces por donde se mueve ó derrama, den á las deducciones teóricas, basadas en la fluidez perfecta, la exactitud necesaria para sus aplicaciones prácticas.

El primer problema que se presenta en hidráulica es la resolución teórica del movimiento de los líquidos en general y para deducir analíticamente las ecuaciones generales de este movimiento se consideran como fluidos perfectos y se obtienen las tres fórmulas fundamentales. Si se considerase un fluido natural, se tendría que hacer intervenir en las mismas los esfuerzos tangenciales sobre cada elemento, que serían por unidad de superficie proporcionales á la velocidad de resbalamiento de uno sobre otro; pero como las presiones no son normales á cada elemento sobre el cual se ejercen, no tendrán el mismo valor en el mismo punto y sobre elementos de direcciones diversas.

Esas tres ecuaciones generales de la hidrodinámica aplicables á los movimientos reales de las moléculas de un fluido perfecto, ha demostrado Boussinesq, en su *Ensayo sobre la teoría de las aguas corrientes* «que pueden aplicarse también cuando se trata de los movimientos medios locales, que hacen despreciable los cambios frecuentes y rápidos y las irregularidades que sufren las velocidades de las moléculas», hace también notar «que el movimiento está caracterizado por cambios de dirección y magnitud sujetos á una cierta periodicidad irregular, en virtud de la cual, si se toma la media de estos valores durante un tiempo corto, la componente paralela á una dirección dada de la velocidad en un punto, esta media es función continua de las coordenadas del punto que se considera», y «que es independiente del tiempo cuando el movimiento es permanente, y gradualmente variable en el caso contrario».

Consecuencia de esto será que dichas ecuaciones generales del movimiento de los líquidos se podrían aplicar rigurosamente cuando las componentes referidas á los tres ejes coordenados de la velocidad en un punto sean la velocidad media local del punto que se considera. Esas ecuaciones se aplicarán así «de una manera aproximada á los fluidos naturales cuando los movimientos sean lentos, ó que no se consideren estos movimientos más que en una extensión restringida de espacio y de tiempo».

Dichas tres ecuaciones no bastan para determinar analíticamente las cinco incógnitas que contienen; pero se establecen otras dos llamadas ecuaciones de continuidad, suponiendo que el fluido es continuo, que no forma vacíos y que por cada elemento la masa es igual al producto del volumen por la densidad, y por lo cual se trata de resolver los problemas relativos á los movimientos de los líquidos, haciendo abstracción de los frotamientos.

Como dice Collignon en su *Curso de hidráulica*, esas ecuaciones están deducidas suponiendo: 1.º, que en el fluido en movimiento, lo mismo que en equilibrio, la presión en un punto es la misma en cualquier dirección alrededor de este punto; lo que hace admitir una fluidez perfecta ó una viscosidad nula; y 2.º, que el movimiento del fluido no destruye la continuidad.

Estas ecuaciones se simplifican mucho en casos particulares, por ejemplo, para el movimiento permanente de los líquidos, es decir, cuando las moléculas que se suceden en un punto del líquido están animadas de la misma velocidad en magnitud y en dirección, sometidas á la misma presión y que tienen la misma

densidad. De estas ecuaciones se puede también deducir el teorema fundamental de la hidráulica, el célebre teorema de Daniel Bernouilli.

Cuando se trata del movimiento uniforme, ó de régimen uniforme, es decir, cuando la sección transversal siendo la misma, la velocidad de las moléculas, á todo lo largo de un filete líquido es constante, la ecuación del movimiento se simplifica mucho más.

El estudio del movimiento no permanente de los líquidos es más complicado que el del movimiento permanente, ya que las simplificaciones que se hacen relativas al frotamiento y otros valores que entran en las ecuaciones no pueden admitirse en ese caso, pues los resultados no corresponderían á los hechos de la realidad. Magníficamente trata este estudio Boussinesq en su obra citada y en sus Memorias sobre «Movimiento turbulento y tumultuoso de los líquidos», así como Flamant deduce, teniendo en cuenta el frotamiento interior, la ecuación general del movimiento no permanente.

Resulta, pues, que partiendo de la fluidez perfecta se establecen analíticamente el problema del movimiento de los líquidos, y que de una manera aproximada pueden aplicarse á los fluidos naturales en las condiciones que generalmente tienen aplicación práctica; y de aquí la necesidad de aunar á las fórmulas teóricas los resultados de las deducciones de las experiencias hechas con toda exactitud y emplearlas en los casos análogos ó á los que puedan extenderse.

Además del estudio del movimiento de los líquidos, permanente uniforme, no permanente y movimientos en circunstancias accidentales, sabemos que se estudian en hidrodinámica los movimientos ondulatorios, que si en la hidráulica fluvial no tienen gran importancia, la tienen y mucha en hidráulica marítima, parte que ya forma un estudio especial, y que sólo indicamos algunos casos que se relacionan también con el agua dulce, dejando cuanto á las demás se refieren á nuestros ilustrados compañeros D. José Ricart Giralt, Director de la Escuela de Náutica de Barcelona, y D. Joaquín de Borja y Goyeneche.

Entre los movimientos ondulatorios es notable el de las ondas líquidas de traslación, estudiadas por J. Scott Russell y Bazin en sus trabajos experimentales sobre la propagación de las ondas.

Analíticamente han sido tratadas por Bazin en sus *Estudios experimentales sobre propagación de las ondas*, y por Boussinesq en sus *Ensayos sobre la teoría de las aguas corrientes*, el complejo estudio de la velocidad de propagación y energía de las ondas; igualmente Perdony en sus notables estudios sobre las ondas de primer orden, como llama á la destrucción solitaria, y las de segundo ó de forma cilíndrica con movimiento fluctuante del agua. J. Scott Russell dedujo conclusiones y fórmulas de las velocidades y periodos de ondulación en función de la profundidad, altura y longitud de la onda.

Ya sea por elevación en el lecho de los ríos ó por obras que en los mismos se han de practicar, y lo mismo en los canales, se producen remansos de agua, cuyos efectos pueden ser perjudiciales aumentando las inundaciones; sobre tan interesante problema de hidráulica se han hecho importantes trabajos, especialmente Flamant en un estudio analítico tratando de los remansos producidos por elevación ó depresión. La curva superficial que presenta el remanso que es asíntota de la horizontal de la línea de inclinación de nivel de aguas ordinarias, es su trazado objeto de una interesante discusión de la fórmula general que demuestra, como hemos dicho, que en hidráulica se ha podido adelantar mucho en pocos años por la aplicación del análisis matemático.

De utilidad es también la forma empírica de Poirée para el trazado de la curva de remanso; lo mismo que la de mayor complicación de Rühlmann Guillelm y la de Funk.

Naturalmente que varían las fórmulas para el cálculo de los remansos producidos por un espigón insubmersible, por elevación ó descenso gradual del fondo, por estrechamientos parciales y alargamientos paralelos del cauce, por cambios de pendiente y los producidos por las pilas y estribos de los puentes, formando esta parte de la hidráulica aplicada extensas é importantes discusiones teóricas en los tratados modernos, dándose completa prueba de que la base de la hidráulica es el análisis matemático y que de la discusión de las fórmulas teóricas se deducen consecuencias que por empirismo no se podrían explicar ni obtenerse.

Los resaltos que se producen á la superficie del agua en los ríos y especialmente en los canales, han sido estudiados por Bidoue, Baugarter, Darcy y Bazin, y analíticamente deduce también Flamant las condiciones para que puedan originarse y así como la pérdida de carga que se produce en los resaltos superficiales.

Los movimientos irregulares, giratorios ó remolinos que se observan en las corrientes líquidas, generalmente tienen poca duración y se reproducen periódicamente, aunque sean originados por una causa permanente; unos tienen su eje de giro horizontal y otros vertical, renovándose ó no la materia líquida ó permaneciendo la misma en su movimiento giratorio. Analíticamente deduce Flamant que en los remolinos de esa primera categoría las velocidades de las moléculas es inversamente proporcional á su distancia al eje. Este movimiento se produce, por ejemplo, cuando se derrama un líquido por un orificio en el fondo del recipiente y es pequeña la altura de carga; lo mismo, y en condiciones análogas, en la salida del agua por compuertas. Cuando en el remolino ó movimiento circular la masa anular no se renueva, la rotación se comunica á las otras masas contiguas, dependiendo del frotamiento que equilibra la impulsión, y sobre esto también Boussinesq presenta en su citada obra *Ensayos sobre la teoría de las aguas corrientes* una investigación analítica muy notable.

El estudio de las crecidas en los ríos ha sido objeto de importantes investigaciones teóricas y observaciones prácticas por sabios é Ingenieros ilustres, en vista de las dificultades que ofrece, la importancia que tiene y los desastres que en general producen las inundaciones por los grandes ríos.

En las crecidas, el agua socava y modifica el cauce, hasta que su superficie transversal en relación con la pendiente sea suficiente para el gasto de la crecida. Si en el río no hubiese obstáculos y variaciones de sección, el nivel del agua en la crecida formaría, desde el origen hasta el desagüe, una curva parabólica, cuya curvatura variaría cuanto más se aproximase á su desembocadura, ó sea con el descenso de la pendiente.

Los arrastres de los tramos superiores de los ríos hacen que en su parte inferior ensanchen su cauce y allí sean temibles las inundaciones, porque el agua, no pudiendo adquirir toda la velocidad necesaria, se desborda por los terrenos colindantes, hasta que la sección de desagüe es suficiente al gasto de agua que tiene la avenida en el río.

Como la pendiente del nivel del agua en las crecidas de los ríos es diferente á la que tiene en el estiaje, la deducción del gasto está sujeta á variantes que ofrecen dificultades; pero aparte de las investigaciones analíticas, se empiezan para el cálculo del remanso en las avenidas, debido á las curvas ó vueltas del río, las fórmulas de Vecchi y la de Humphrey-Abbot.

En las crecidas se producen arrastres y depósitos de los materiales que constituyen el fondo de los ríos, habiendo sido ob-

jeto de trabajos de experiencia las velocidades del agua que son necesarias para arrastrarlos, siendo bien conocidos los coeficientes dados por Du-Buat y los que propone Telford (mayores que aquéllos) y cuya diferencia es debida á que Du-Buat medía las velocidades por las que tienen las materias en suspensión en el agua, cuando cesan de ser arrastradas, mientras que Telford observó las velocidades capaces de desgastar el fondo en las clases del cauce, que cita en sus experiencias.

El estudio teórico de las crecidas y avenidas de los ríos se funda en el del movimiento no permanente de los líquidos, problema muy complicado y que analíticamente se llega de una manera aproximada á poder deducir consecuencias prácticas; pero que en el estado actual de la ciencia es imposible dar una teoría completa, pues los ríos presentan formas y condiciones tan diversas, que aunque la teoría fuese perfecta, tendría que adaptarse á las circunstancias especiales de cada caso, teniéndose que valer de muchos coeficientes experimentales ó empíricos; todo ello por más que realmente las crecidas entren de lleno en el problema de la ecuación del movimiento no permanente, «pero en el estado actual de la ciencia esta ecuación general no puede dar sobre el fenómeno de las crecidas más que indicaciones vagas y sin utilidad práctica».

Las dificultades de poder establecer teóricamente el estudio de las crecidas de los ríos son tales, que ya Flamant dice: «que sería necesario renunciar á poder abordar los diversos problemas que ocurren en las inundaciones, porque los gastos de agua y las velocidades de propagación para diversos valores de las superficies transversales están expresadas en función de las derivadas de estas cantidades con relación al espacio y al tiempo, derivadas cuyo conocimiento supone precisamente el de las circunstancias de la crecida».

Pero limitándose á una aproximación, es posible establecer fórmulas lo suficientemente exactas para casi todos los casos que en la práctica ocurren. Dividiendo el río en secciones y suponiendo en cada una que el gasto máximo se propaga sin atenuación de arriba á bajo, y despreciando en esta extensión de río los efectos del descenso gradual, se llega á una fórmula de la velocidad de propagación de la crecida, y por procedimiento gráfico se obtiene la curva de los gastos de agua. Sin embargo, según Flamant, estos métodos no parece que hasta el presente se hayan empleado por los Ingenieros para el estudio de las crecidas de los ríos, y los procedimientos de previsión son absolutamente empíricos, aunque es necesario reconocer que éstos han llegado á una perfección tal, que pueden dar advertencias anticipadas, en previsión de las crecidas, y en beneficio de los pueblos que pueden ser inundados.

Los estudios de Belgrand en la cuenca del Sena demostraron cómo podía por el estudio de las crecidas en la parte superior del valle prever la altura probable á que podrá alcanzar el nivel de la crecida del río en un punto determinado. De sus estudios dedujo cinco leyes referentes á las crecidas de los grandes ríos, que demostró con gran número de datos y observaciones.

Las fórmulas empíricas, como la de Passenti, que hacen depender los gastos de agua de las superficies de la cuenca hidrológica, no pueden aplicarse sin emplear coeficientes deducidos de observaciones experimentales, variables en cada río, y deducir el volumen del agua en las avenidas ó crecidas.

Belgrand tomó otra base para calcular la altura del agua del Sena en París, por medio de las de sus afluentes, siendo la primera fórmula que se ha aplicado á la previsión de las crecidas. Para ello, como es sabido, se instalan escalas en el río y afluentes con los ceros al nivel de los estiajes, ó bien se establecen relaciones entre las escalas en las crecidas. Por este último medio se ha deducido que la altura probable en París es una función lineal sencilla de las observadas en los ocho afluentes que recogen aguas de valles impermeables, pues los permeables no hacen más que retener la crecida; por estos trabajos se deduce la previsión de las crecidas con tres días de anticipación.

Respecto á las alturas de las crecidas, se obtiene por método algébrico que no es suficiente para la práctica, empleándose mejor los métodos gráficos de Mr. Allard ó de Mr. Mazoyer, que por el conocimiento de las alturas á que alcanzan las crecidas en los afluentes se deduce la que tendrá en diversos puntos del río. Pero estos prolijos trabajos aún tienen que sufrir correcciones, atendiendo á la diferente manera de propagarse las crecidas en invierno y en verano, ó después de largos estiajes.

Trazando las curvas de los gastos en las crecidas de un río, se estudia el aumento del efecto que en las regiones inferiores y la influencia que en este aumento tienen los encauzamientos superiores.

No nos hemos de ocupar de los medios para aminorar las crecidas de los ríos, como son la repoblación de los montes, los pantanos y embalses, la regularización de la salida de los lagos, los canales de derivación, construcción de diques, encauzamientos y rectificaciones, ensanches ó estrechamiento de los ríos, todas son obras de gran utilidad, que el Gobierno debe emprender, no sólo para evitar los perjuicios de las inundaciones, si que también para utilizar en bien de la producción agrícola é industrial el agua que se pierde al mar por nuestros ríos; siendo de verdadera utilidad que se establezca un buen servicio hidrológico para llegar á conocer el régimen de las avenidas en cada río, las utilidades de agua, medios de regularizar y aumentar su cantidad y útil aprovechamiento para la agricultura y para la industria de la ya bastante mermada cantidad y que en régimen bien inconstante llevan los ríos de España.

La parte de la Hidráulica, que algunos denominan Foronómia, ha sido objeto de notables estudios de experimentación, por tratarse de problemas de tanta aplicación, como son los que rigen las leyes según las que el agua sale de un modo continuo por aberturas practicadas en los recipientes.

Sabios ilustres, como Poncelet y Lesbros, Morin, Castel, Venturi, Ellis y Smitch, etc., de sus trabajos teóricos y experimentales dedujeron fórmulas y coeficientes aplicables á diversos casos de salida de agua, que no detallamos porque sería dar demasiada extensión á esta Memoria.

Boussinesq, en su obra sobre teoría de las aguas corrientes, hace un estudio de las velocidades de las partículas líquidas al interior del vaso en el que se ha practicado el orificio, demostrando que «la velocidad de cada molécula en el recipiente es proporcional á la atracción newtoniana ejercida sobre esta molécula por un cuerpo colocado en el centro del orificio y que tiene la misma dirección que esta fuerza de atracción, y que todos los movimientos convergen rectilíneamente hacia el centro». También Saint-Venant en 1882, en una nota á la Academia de Ciencias, «demostró este resultado, así como el trazado gráfico y ecuación analítica de las curiosas curvas que forman las moléculas en el interior del recipiente de donde el agua se derrama». Boussinesq dedujo teóricamente el coeficiente del gasto, que está acorde con las observaciones y experiencias.

Con la base de la teoría sobre salida de un líquido por orificio practicado en pared delgada, analítica y experimentalmente se han obtenido las fórmulas para deducir el gasto en los casos de orificios en pared gruesa y ajustes cilíndricos ó cónicos, entrantes (de Bordá) ó salientes y por orificios anegados.

Durante mucho tiempo se explicó imperfectamente la teoría de la salida ó gasto de agua por vertederos; los trabajos teóricos de Boussinesq y las experiencias de Bazin dan completa explicación de tan interesante problema de la hidráulica aplicada.

Deducido analíticamente el gasto de un vertedero en pared ó arista delgada, en función del espesor de la vena fluida y de la altura del nivel del agua sobre la cresta del vertedero, Boussinesq aproximó tanto su cálculo teórico, que el coeficiente que deduce concuerda con el resultado práctico de las experiencias hechas por Bazin.

La contracción de la vena fluida en los vertederos no sólo se verifica en la cresta, si que también se opera en los costados, deduciéndose su influencia por Francia en su obra publicada en New-York; y la forma trapecial que aconseja Gipolletti permite asignar un coeficiente constante.

Sería prolijo reseñar los importantes trabajos teóricos y prácticos efectuados por Fteley, Ellix, Francis, Bazin, Boussinesq, etcétera, referentes al gasto de los vertederos, y la comprobación que resulta entre unos y otros medios de investigación y de las fórmulas, que prueban, como en todo cuanto á hidráulica se refiere, que la base de esta ciencia, como hemos repetido, es el análisis matemático, y que en los problemas en que éste ha podido hasta ahora aplicarse, las experiencias, que han sido bien hechas, han comprobado la exactitud práctica de las fórmulas obtenidas.

Si se observa discordancia entre los coeficientes del gasto para diversas clases de orificios, debe atribuirse en las experiencias antiguas á la falta de exactitud en la observación ó ser esas poco numerosas; pero con el auxilio del análisis matemático se ha llegado á una exactitud, que nada deja que desear en la práctica.

El Ingeniero Alibrandi ha hecho recientemente un estudio sobre la teoría de los coeficientes de contracción, fundada en el principio de las cantidades de movimiento y de las impulsiones proyectadas, determinando teóricamente relaciones del gasto en diferentes circunstancias, y dice Perdoni, refiriéndose á este trabajo, que la extinción más ó menos completa de la fuerza viva en las experiencias efectuadas hasta ahora es la causa de la discordancia en los resultados, por lo cual son necesarias cuidadosas observaciones que puedan servir para comprobar los resultados teóricos y aplicarse á los casos en que se verifican las condiciones normales.

Un problema de frecuente uso en la hidráulica aplicada es el aforo ó determinación del gasto de un curso de agua, operación difícil y delicada y que en cada ocasión debe escogerse el procedimiento que más se acomode al caso particular de que se trata, ya sea por los métodos de aforo directos, cuyos datos se obtienen directamente, ó los analíticos, haciendo uso del cálculo por medio de las fórmulas del movimiento del agua, ó bien como algunos han querido emplear los deductivos, por la cantidad de agua caída en la cuenca hidrológica del río.

Si se trata del aforo de canales de cauce regular y pendiente uniforme, el problema se resuelve más fácilmente, pues la sección y perímetro mojado se obtienen con exactitud; no así en los ríos de cauce accidentado, en los que no dan tan satisfactorio resultado la aplicación de las fórmulas, ni es tan fácil obtener la velocidad media; la práctica y el cuidado del observador son bases importantes para el buen acierto en esta operación.

En los grandes ríos, en los que sólo se aprecian los aforos con aproximación, midiéndose la altura del agua en sitio fijo y bien estudiado, por un hidrómetro simple ó registrador, se puede deducir para cada río una fórmula empírica, que tiene una fórmula general, pero cuyos coeficientes han de averiguarse para aquel caso particular, y para lo cual son necesarias muchas experiencias y deducir de las mismas aquellos valores numéricos; así se han obtenido fórmulas para varios ríos, como son el Loire, Sena, Ródano, Adda, etc.

Partiendo de la fórmula del movimiento permanente, sabemos se puede determinar analíticamente el gasto medio de un curso de agua por los perfiles transversales, el perímetro mojado y área de cada sección; pero estos dos últimos datos fácilmente se comprende lo difícil que son de apreciar con exactitud cuando se trata de los ríos, por lo cual lo general es el cálculo del gasto de agua por la velocidad media y superficie mojada en puntos bien escogidos y á propósito para efectuar estas operaciones.

Conocidos son los medios prácticos para medir la velocidad

del agua en la superficie y en cualquier punto de la sección transversal de un río ó canal, y los instrumentos reómetros (que Nazzani llama taquímetros) destinados á medir la velocidad de las corrientes, como son los flotadores, varilla reométrica, tubo lastrado, etc.; pero que por su mayor exactitud deben usarse los tubos Pitot y Darcy, el molinete de Wolhmann y el de Harlachner.

Con cualquiera de estos procedimientos hay que tener presente el cálculo de los errores probables para cada caso, resultando aún para el de flotadores una fórmula algo complicada; para las varillas reométricas, Francis propone una fórmula de corrección; en los molinetes, partiendo de la fórmula entre la velocidad media y número de vueltas por segundo del volante del aparato, se deduce fácilmente el error probable; el método de cálculo de Harlachner para averiguar el gasto conduce á la resolución de una integral que con un trazado por puntos sustituye el cálculo de una superficie al de un volumen, efectuando gráficamente el producto de las dos dimensiones de cada una de las secciones.

En el estudio de las velocidades relativas en los ríos, es conveniente dibujar diagramas ó escalas de velocidades, que comprendan la de los diversos puntos de la sección, de la superficie, fondo y paredes, problema que, si analíticamente es fácil expresar, sus leyes se desconocen, pero que un procedimiento gráfico basta para el objeto que se propone.

Como métodos analíticos, sabemos que pueden emplearse para deducir los aforos las fórmulas para el gasto de los cursos de agua, especialmente en canales, de Prony y Eytelwein, Tardini y Turazza, de Saint-Venant, Dupuit, Hagen, Girard, Humphreys-Abbot, Gankler, Davey y Bazin y de Ganquillet y Kutter; pero como en cada una de estas fórmulas es tan distinta la apreciación ó importancia dada á los diversos elementos de que dependen, se llega con ellas á resultados bastantes diferentes, y tratándose de los ríos, mucho más, porque esas fórmulas para deducir la velocidad media del agua son funciones de la sección transversal, del perímetro mojado y de la pendiente, además de la clase del cauce, y los dos primeros y aun el tercero de esos datos son bien difíciles de apreciar en la práctica.

Las relaciones entre las velocidades media del agua, en la superficie y en el fondo de los cauces, se calculan generalmente por las fórmulas de Prony y Sonnet y mejor con las de Turazza y de Bazin; pero en realidad no pueden servir con seguridad para que en determinados casos se calcule el aforo por las velocidades superficiales del agua.

Se ve por esto que el problema del aforo de un río no es fácil, y que exige práctica y mucho cuidado en el que ha de efectuarlo; por eso, siempre que sea posible y se trate de pequeña cantidad de agua, se prefiere hacer los aforos por vertedero y en condiciones bien definidas ó por tajaderas ó aberturas libres, cuyas fórmulas merecen mayor confianza de exactitud, y los coeficientes numéricos que han de aplicarse en cada caso son bien conocidos y deducidos de resultados de experiencias perfectamente hechas.

La parte tal vez más importante de la hidráulica por sus aplicaciones, es el estudio del movimiento del agua en los canales, que es más complicado que en los tubos; y si en los cauces de sección y pendiente igual, como son los canales, el problema está resuelto puede decirse de una manera casi completa, no así sucede tratándose de ríos, cuya variabilidad en los datos que son precisos hacen difícil el cálculo y ha de recurrirse á procedimientos menos exactos.

En los cursos de aguas naturales, las condiciones del movimiento del agua no se pueden estudiar más que empíricamente ó de un modo aproximado; y sólo como extensión prudencial, muchas veces abusiva, se les aplica las leyes y fórmulas de los canales rectilíneos de sección y pendiente constante. Por eso en estos problemas, cuanto más se aproxima el trozo de río elegido

á las condiciones de un canal, tanta más confianza han de inspirar los resultados que se obtengan, y de aquí que la práctica, el conocimiento especial del operador, es factor importante en la resolución de ésta como de todas las cuestiones de hidráulica aplicable.

Para la investigación del movimiento uniforme del agua en los canales, se parte del supuesto que la velocidad de una molécula es la misma á todo lo largo del mismo filete líquido; esto no puede realizarse más que en secciones transversales comparables á los tubos delgados ó capilares; no siendo así, las velocidades de las moléculas cambian á cada instante en dirección y magnitud. Por esto dice Flamant, «que conserva la denominación del movimiento uniforme aquel en el cual la velocidad media local de las moléculas que pasan en cada punto es constante, y permanece la misma á todo lo largo de un mismo filete líquido, admitiéndose que esta condición se realiza cuando el canal es rectilíneo y su pendiente y sección transversal constantes». Pero las moléculas poseen una velocidad oblicua á la dirección general de la corriente, resultando cruzamientos en todos sentidos de los filetes líquidos que se les supone paralelos, y así en realidad los componentes de las velocidades varían en cada punto en límites bastante diferentes; en esta complicación del movimiento del líquido, la velocidad media local se ha de considerar sensiblemente constante en la extensión del mismo filete, si se observa durante un tiempo relativamente corto y admitir que el líquido se mueve con un movimiento uniforme por filetes paralelos; aunque esto no es más que un promedio, que difiere notablemente y á cada instante de lo que realmente sucede en el movimiento molecular del líquido.

Pero en el estudio práctico ó de aplicación hay que llegar aún más allá en este orden y admitir para los cálculos una velocidad media en las corrientes de agua, velocidad que realmente no existe, pero que se ha de deducir de los promedios de las velocidades obtenidas experimentalmente, tanto más exacta cuanto mejor se hayan hecho las experiencias.

Para deducir la fórmula general del movimiento uniforme del agua en un canal, en el espacio limitado entre dos secciones transversales paralelas, ha de haber equilibrio entre la fuerza aceleratriz debida á la gravedad y las fuerzas retardatrices debidas á los frotamientos. Estos provienen: de la pegosidad del líquido, de los frotamientos interiores del mismo que se derivan de las velocidades oblicuas ó de las componentes de las velocidades de las moléculas fluidas perpendiculares á la dirección del movimiento, y, finalmente, de las asperezas de las paredes del canal. Todos estos componentes dan lugar á frotamientos en el líquido, á remolinos y movimientos en el mismo, que constituyen una pérdida de fuerza viva ó sea una resistencia. Pero como todos estos frotamientos provienen principalmente de la rugosidad de las paredes sobre las cuales discurre el líquido, ha de entrar como variable importante en la ecuación del movimiento la clase del perímetro mojado de la sección, y así la fórmula ha de ser función de la velocidad media y de la del agua en la pared, que es variable de uno á otro punto.

Así, pues, la fuerza aceleratriz, dependiente del peso de la masa líquida y de la pendiente del canal, ha de equilibrar á un valor función de la velocidad del agua y del perímetro mojado; de aquí la fórmula del movimiento que sirve de base en este problema y cuya expresión práctica se ha dado de diferentes maneras, por fórmulas que podemos denominar antiguas y modernas.

Las primeras, porque en ellas se hace abstracción de la influencia importante que tiene la mayor ó menor aspereza de las paredes del canal, creyéndose que por la adherencia á las mismas de una capa de agua no se alteraba la velocidad media cualquiera que fuese la clase de dichas paredes, lo cual es un gran error. Con tal concepto equivocado, se usaron mucho las fórmulas ó ecuaciones (de segundo grado respecto á la velocidad) que propusieron Prony y Eytelwein deduciendo de experiencias el valor de los dos coeficientes numéricos que entran

en las mismas y que Saint-Venant propuso una fórmula monomía, afectando la velocidad de un exponente fraccionario. Lo mismo Girard, Tardini y Turazza, proponen fórmulas con un solo coeficiente, habiendo sido esta última muy usada por los Ingenieros italianos.

Las fórmulas modernas tienen en cuenta la rugosidad ó clase de las paredes del canal, y del inmenso trabajo y prolijas experiencias practicadas por Darcy y Bazin sobre el movimiento del agua en los canales descubiertos, en su magnífica obra de *Investigaciones hidráulicas*, y la publicada por Bazin sobre *Estudio de una nueva fórmula para calcular el gasto en los canales*, demuestran con toda claridad que en dicho cálculo ha de tenerse muy en cuenta la clase de las paredes del cauce. De tan importante trabajo dedujeron los valores de los coeficientes numéricos, que en función del radio medio correspondían para cinco clases de cajeros en canales descubiertos, fórmulas muy usadas y que la práctica ha sancionado.

Pero experiencias de Ganguillet y Kutter hicieron modificar algo estos coeficientes numéricos, conservando siempre la misma forma analítica, extendiendo sus observaciones á ocho clases diferentes de paredes de los canales y que concuerdan bastante con los resultados de los de Bazin.

Sin embargo, no se explica suficientemente cómo los coeficientes de Ganguillet y Kutter crecen con la pendiente del canal para valores del radio medio inferiores á uno, y decrecen cuando la pendiente aumenta y es superior á la unidad.

El Profesor del Colegio Real de Dublin, Mr. Roberto Manning, propone otra muy complicada, con un coeficiente numérico que varía según la profundidad del agua y la velocidad media y que se emplea especialmente para grandes ríos.

Gauckler deduce de sus observaciones que el agua se mueve según ciertas leyes, hasta que la pendiente alcanza determinado límite, y pasando de éste varían dichas leyes de movimiento, proponiendo coeficientes para ambos casos y para cauces de canales de diferentes clases.

Dupuit, en su fórmula para grandes ríos, supone dos resistencias, la viscosidad y la adherencia á las paredes y en función de la anchura del río, altura de aguas, radio medio y pendiente.

El problema, pues, del movimiento del agua en los canales, en cuanto á sus aplicaciones prácticas, puede decirse que está suficientemente resuelto, partiendo siempre de la velocidad media del agua.

Esta velocidad debe deducirse de las que tiene en un gran número de puntos de la sección transversal mojada, y de ello hizo Bazin un estudio completo; en ello influyen los frotamientos interiores de la corriente líquida, el aire que se opone al movimiento en la superficie, resultando de todo ello, según experiencias de Bazin, de Allan y de otros observadores, que la repartición de las velocidades en una línea vertical puede representarse por una parábola de segundo grado y que afectan las curvas de igual velocidad en la sección vertical formas elípticas, más pronunciadas cuanto más se aproximan al eje, en el cual, y próximo á la superficie, está el punto de máxima velocidad.

En las fórmulas á que aludimos demuestra Bazin que no era constante el perímetro de la parábola de las velocidades, y que era otra relación entre las velocidades media y superficial, mucho más complicada que lo que en números sencillos se había supuesto. Igual sucede respecto á los coeficientes en relación con la velocidad del agua en el fondo y no como suponían Prony y Sonnet en sus fórmulas.

En el complicado problema de las velocidades en diversos puntos de la masa líquida, observó Harlacher que las variaciones de la componente longitudinal de las velocidades se suceden por períodos regulares rítmicos, y son como una oscilación ó pulsación que parece efectuarse en la masa líquida, sin que hasta ahora se haya determinado sus causas.

Ya, tratándose particularmente de varios ríos, las experiencias practicadas por Bazin en el Sena y en el Saõna dieron como

resultado una fórmula cuyo coeficiente es diferente de los deducidos para los canales, y que Kutter ha propuesto (pero con variación de un coeficiente numérico) una fórmula aplicable á los ríos de corriente rápida. Graeff dedujo el coeficiente para el río Loire y para el Rhin; Harlacher para el Danubio; Humphreys para el Missisipi; Caunningham para un canal del Ganges, etcétera. Todo este cúmulo de observaciones prueban que si las fórmulas estudiadas analíticamente son ciertas, sus aplicaciones también deben serlo, pero sólo en casos semejantes.

Lo expuesto demuestra, que en el importante problema de las velocidades en las corrientes de agua no se pueden aceptar fórmulas ni coeficientes fijos, hay que atenerse en cada caso á los que tenían las condiciones en las que se efectuaron las experiencias y que han sido indicados por sus observadores.

Después de deducidas las fórmulas y tablas usuales para el cálculo de las velocidades y secciones de los canales, los problemas resultan sencillos, y generalmente se resuelven por tanteos, aplicando las fórmulas y coeficientes para cada caso; lo que satisface por completo al grado de exactitud que es suficiente en los cálculos de las secciones de los canales que han de dar paso á cierta cantidad de agua y en determinadas condiciones de pendiente y clase de los cauces.

De la ecuación general del movimiento permanente de las corrientes líquidas conforme deduce Flamant, se obtiene fácilmente la de aplicación al movimiento del agua en los tubos en función de la velocidad del agua. Pero en la apreciación de ésta difieren las fórmulas que en la práctica se emplean para el cálculo de las tuberías y problemas de conducción y distribución de agua por cañerías.

El agua en movimiento en un tubo tiene que vencer el rozamiento externo, ó sea contra las paredes del tubo, y el rozamiento interno que es el de las capas, filetes ó moléculas líquidas. En el trabajo de estas resistencias se observa que las capas líquidas concéntricas no tienen igual velocidad y que tampoco el movimiento es paralelo al eje del tubo, siguiendo direcciones oblicuas, sinuosas y convergentes hacia el eje.

Experiencias hechas por Darcy condujeron á establecer una fórmula que expresa la velocidad de un filete líquido en un tubo á cierta distancia del centro en relación con la velocidad del filete central y la diferencia de carga; de ella se deduce la ecuación de equilibrio de una masa líquida cilíndrica de cierto radio, representando el primer miembro la fuerza retardatriz y el segundo la fuerza aceleratriz; y de la expresión que representa el frotamiento de las capas líquidas, resulta que es proporcional al cuadrado de la velocidad relativa y al cuadrado del radio del tubo.

Experiencias de Bazin dieron la fórmula de la ley de variación de las velocidades, deduciéndose las que corresponden á las que tiene en las paredes, centro y la velocidad media.

Las fórmulas prácticas para el cálculo del movimiento del agua en las cañerías, se diferencian en la manera de apreciar el valor de la función de la velocidad media, pudiendo agruparlas en fórmulas antiguas y modernas.

Las primeras tienen el mismo defecto, partiendo de la teoría de Prony, que suponía, como se ha dicho, que cuando un fluido se mueve en un tubo ó sobre un lecho susceptible de ser mojado, una lámina ó capa fluida queda adherida á la materia que compone este tubo ó en la cual se ha abierto el cauce; esta capa supone que puede mirarse como la verdadera pared que contiene la masa fluida en movimiento; y esta inmovilización de esa capa adherente no es cierta, y lo que pasa es que las asperezas de la superficie interior del tubo ocasionan en la corriente líquida remolinos y movimientos confusos, que influyen en la velocidad del agua, según la mayor ó menor rugosidad de las paredes y diámetro del tubo.

Prony, en su antigua fórmula, expresaba la velocidad del

agua por un binomio, asignando valores numéricos fijos á los dos coeficientes que entran en ella.

D'Aubuisson y Eytelwein propusieron otros valores, pero conservando la misma fórmula. Dupuit, en forma monomía, asigna un coeficiente numérico igualmente fijo. Saint-Venant propone igual forma, pero empleando un exponente fraccionario que dificulta el cálculo, sin que tenga mayor exactitud.

Darcy, del resultado de sus experiencias, dedujo que la velocidad del agua era función también del estado ó clase de las paredes del tubo, proponiendo en su fórmula un coeficiente binomio, en el que hay dos cantidades, variables según el estado de aspereza interior del tubo.

Levy propone para los tubos de fundición recubiertos de incrustaciones una fórmula que ha sido poco empleada; como tampoco la de Gaukler.

Hagen, conservando la forma de la de Prony, varía el coeficiente del término de primer grado de la velocidad en otro en relación con el diámetro.

La fórmula de Weisbach, muy usada, tiene un coeficiente binomio cuyo segundo término está en relación con la raíz cuadrada de la velocidad, asignando valores numéricos á esos coeficientes. Alberti-Franck propone igual fórmula, pero con diferentes coeficientes numéricos.

Las fórmulas de Lampe, de Reynolds, de Unwin, de Trupp y de Flamant, son de igual forma, teniendo las velocidades y diámetros; exponentes fraccionarios, pero cómodos para el cálculo.

En la práctica de hoy, las fórmulas de Darcy son muy usadas, y tanto estas como otras de las citadas, el empleo de las tablas ya calculadas, dan mucha facilidad para resolver pronto todos los problemas que se refieren al movimiento del agua en las cañerías.

Otro de los problemas de aplicación en la hidráulica es el de determinar el esfuerzo de impulsión que un fluido en movimiento ejerce sobre un sólido en reposo, ó inversamente la resistencia que opone un fluido en reposo al movimiento de un sólido; hoy mucho se ha avanzado en estos estudios, á lo que decía Du-Buat en sus *Principios de Hidráulica*, que «es extraño que en un siglo tan esclarecido se sepa tan poco sobre la resistencia de los fluidos, y que mientras que se hace todos los días uso del agua y del aire para mover nuestras máquinas ó conducir nuestros barcos, no tengamos, ó más experiencias, si la teoría es muy complicada, ó más teoría si debe ser ella el fruto de la experiencia».

El problema de la resistencia de los fluidos ha sido teóricamente resuelto por Bernoulli, para el caso de una impulsión contra una superficie plana, de una vena fluida de dimensión notablemente más pequeña que la extensión de la superficie; y la fórmula que da esta resistencia comprueba los resultados que se obtienen por la experimentación.

Varias son las causas que impiden hasta ahora una solución exacta del problema de la resistencia de los fluidos; una de ellas es la viscosidad, que es difícil calcular exactamente; además es preciso buscar en qué consiste la desviación en el movimiento de los filetes líquidos cuando en su dirección hay un obstáculo sólido, lo que satisfactoriamente no ha podido investigarse analíticamente.

Sólo se tienen conocimientos imperfectos sobre la presión recíproca de los fluidos y de los sólidos durante sus movimientos relativos; y los resultados experimentales, debidos muchos á Du-Buat, son inciertos, sin que puedan aplicarse con toda seguridad.

Resulta que la resistencia de un fluido al movimiento de un sólido es próximamente proporcional al cuadrado de la velocidad relativa del sólido y á su superficie; y depende muy esencialmente de la densidad del fluido y de la forma de la superficie que recibe del choque.

(Se continuará.)