

REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS

FUNDADA Y SOSTENIDA POR EL CUERPO NACIONAL DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

Redactor-Presidente.... Excmo. é Ilmo. Sr. D. Leonardo de Tejada, Inspector general del Cuerpo
Redactores..... Los Sres. Presidentes de las Comisiones regionales de Ingenieros.
 D. Antonio Sanier, Profesor de la Escuela de Caminos.
 D. Manuel Maluquer, Ingeniero del mismo Cuerpo, *Secretario*.
Colaboradores..... Todos los Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.

SE PUBLICA LOS JUEVES

Redacción y Administración: Puerta del Sol, 9, pral.

Por la prensa diaria tienen ya conocimiento nuestros lectores de la crisis ministerial y de su solución.

Por motivos ajenos á su departamento, presentó su dimisión irrevocable el Sr. Gasset, y ha sido nombrado Ministro de Obras públicas el Sr. Sánchez de Toca.

En el número próximo daremos cuenta de la despedida de los Ingenieros de Caminos al Ministro saliente y de la visita oficial al Ministro entrante.

La REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS no olvida jamás los nombres de los que cifran su entusiasmo y su fe en el desarrollo de éstas.

ESTABILIDAD

de las construcciones de hormigón de cemento armado. (1)

(Continuación.)

TERCERA PARTE.—DETERMINACIÓN DEFINITIVA DE LAS RAZONES

$$C = \frac{M}{b h^2} \text{ y } n = \frac{\omega}{b h}.$$

38. *Objeto de la tercera parte.*—Nuestro objeto, al dar principio al estudio del hormigón armado, era muy modesto; nos proponíamos solamente establecer fórmulas empíricas ó aproximadas, susceptibles de ser justificadas por consideraciones elementales, y fundadas en los resultados de los importantes experimentos realizados en 1898 en los talleres de M. Hennebique. Las dos primeras partes de la presente Memoria fueron redactadas con arreglo á este programa. Pero la comparación de las fórmulas que hemos obtenido con las propuestas por diversos autores, demuestra que es posible, á condición de que se proceda á verificar experimentos racionales, resolver fácilmente el problema principal del hormigón armado, con toda la aproximación que se puede exigir en una cuestión de esta naturaleza.

Esto es lo que nos proponemos explicar en los siguientes párrafos.

39. *Exposición del método.*—Hemos estudiado en la primera parte la viga rectangular de hormigón armado: primero, asimilándola á una bóveda cuyo empuje está anulado por un tirante; y después, considerándola como una viga recta cuyos elementos son todos perfectamente solidarios; y hemos visto que, en ambas hipótesis, se pueden calcular las secciones de la viga y de su armadura por medio de ecuaciones, cuya forma general es

$$M = c b h^2 \quad (183)$$

$$\omega = n b h \quad (184)$$

en las cuales:

M , designa el momento resistente de la viga.

b , el ancho de la viga.

h , su altura.

ω , la sección total de las barras de la armadura.

n , el tanto por 100 de metal; es decir, la razón.

$\frac{\omega}{b h}$ de la sección ω de la armadura á la sección.

$b h$, del hormigón de la viga.

c , un coeficiente numérico, acerca del cual volveremos pronto á insistir.

Hemos demostrado luego, en los párrafos 15 á 18, que las relaciones propuestas por los Sres. Considère, Planat y Hennebique, para el cálculo de estas vigas, pueden afectar las mismas formas generales.

Además, las expresiones que hemos hallado en la segunda parte para las vigas en forma de T son también de la misma forma que las ecuaciones (183) y (184).

La (183), de la cual se deduce

$$c = \frac{M}{b h^2} \quad (185),$$

muestra que el coeficiente c es igual á la razón del momento resistente práctico de la viga al producto $b h^2$, que se obtiene multiplicando el ancho por el cuadrado de la altura.

Algunos autores enseñan que el coeficiente c es constante cuando las vigas se hallan constituidas conforme á lo que cada uno de ellos recomienda. Si la opinión de estos autores fuese fundada, el método que habría que seguir para resolver de un modo definitivo el principal problema del hormigón armado sería sencillísimo: bastaría determinar experimentalmente la resistencia de algunas vigas; calcular luego el valor de c relativo á cada una de ellas, dividiendo su momento de resistencia práctico M por el producto $b h^2$, y determinar, finalmente, la media entre los cocientes obtenidos de este modo. Estas operaciones, que hemos efectuado en el párrafo 28, se hallan resumidas en un cuadro que reproducimos á continuación, complementándolo con otras varias indicaciones que es conveniente tener reunidas en un mismo cuadro.

La comparación de los diversos valores numéricos de las razones $C = \frac{M}{b h^2}$ y $n = \frac{\omega}{b h}$, relativos á las vigas experimentadas en 1898, establece que estas cifras difieren notablemente, aunque se trate de vigas constituidas según el método del mismo inventor, y hay lugar de creer que los cálculos reunidos en el cuadro anterior no pueden dar ningún resultado útil.

Así, por ejemplo, se tendrá:

Para la viga A'..... $c = 58.300$ y $n = 0,009$.

Para la viga B..... $c = 109.300$ y $n = 0,024$.

La diferencia entre estos dos valores de c es evidentemente demasiado grande para que se pueda admitir, sin más justifica-

(1 Véase el núm. 1239.

Cálculo de las razones $n = \frac{\omega}{b h}$ y $c = \frac{M}{b h^3}$, según los experimentos realizados en 1898 en los talleres del Sr. Hennebique. Determinación del coeficiente de seguridad de las vigas experimentadas.

Designación de la viga.	Ancho de la viga.	Altura de la viga comprendiendo el espesor del piso.	Distancia del trasdós al eje de la armadura.	RAZON $u = \frac{\delta}{h}$	Sección total de las barcas de la armadura.	Sección del cuerpo de la viga.	Tanto por 100 de metal.	FORJADO SUPERIOR		SECCIÓN		PESO		Mitad del peso propio.	Sobrecarga concentrada en medio del tramo.	CARGA		Luz del tramo.	MOMENTO		Razón del momento resistente práctico a $b h^2$
								Ancho.	Esposor.	de las dos alas.	total de la viga.	Por metro lineal.	Total.		según Hennebique.	práctica total en el centro al romperse la viga.	efectiva total en el centro al romperse la viga.		flector de rotura.	resistente práctico.	
	b	h	$Q = h u$	$u = \frac{\delta}{h}$	ω	$b h$	$h = \frac{\omega}{b h}$	a	o	$(a - b) o$	$b h + (a - b) o$	p	$p L$	$\frac{1}{2} p L$	$P o$	$P r$	$P r t$	L	$M f$	$M = \frac{M f}{4}$	
1	2	3	4	5	6	7	8	m	m	m ²	m ²	Kgs.	Kgs.	Kgs.	Kgs.	Kgs.	Kgs.	m.	Kgm.	Kgm.	24

PRIMER GRUPO. — VIGAS RECTANGULARES

A.....	0,30	0,40	0,34	0,89	0,004.530	0,12	0,088	"	"	"	0,12	300	1,500	750	3,950	4,700	12,250	5,00	15,310	3,800	79,200
A'.....	0,30	0,40	0,36	0,90	0,001.062	0,12	0,009	"	"	"	0,12	300	1,500	750	1,650	2,400	9,150	5,00	11,440	2,800	58,300
B.....	0,30	0,60	0,54	0,90	0,004.242	0,18	0,024	"	"	"	0,18	450	2,250	1,125	8,500	9,600	38,000	5,00	47,500	11,800	109,300
Totales.	"	"	"	"	0,009.834	0,42	"	"	"	"	0,42	"	5,250	2,625	14,100	16,700	50,400	"	74,250	18,400	246,800
Medios..	"	"	"	0,886	"	"	0,0234	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	82,300

SEGUNDO GRUPO. — VIGAS EN T

F.....	0,30	0,52	0,46	0,885	0,004.242	0,156	0,0272	1,50	0,12	0,144	0,300	750	3,750	1,875	12,800	14,700	37,600	5,00	47,000	11,700	144,400
F'.....	0,30	0,52	0,47	0,904	0,004.155	0,156	0,0266	1,50	0,12	0,144	0,300	750	3,750	1,875	12,800	14,700	30,700	5,00	38,400	9,600	118,500
F''.....	0,30	0,52	0,46	4,885	0,004.242	0,156	0,0272	1,50	0,12	0,144	0,300	750	3,750	1,875	12,800	14,700	34,900	5,00	43,600	10,900	134,600
G.....	0,30	0,64	0,58	0,906	0,004.242	0,192	0,0221	2,00	0,14	0,238	0,430	1,075	5,375	2,688	19,400	22,100	44,700	5,00	55,900	14,000	113,800
K.....	0,30	0,52	0,46	0,885	0,004.242	0,156	0,0272	3,00	0,12	0,324	0,480	1,200	6,000	3,000	16,000	19,000	35,300	5,00	44,100	11,000	135,800
Totales.	"	"	"	"	0,021.123	0,816	"	"	"	0,994	1,810	"	22,625	11,313	73,800	85,200	183,200	"	299,000	57,200	647,100
Medios..	"	"	"	0,893	"	"	0,0259	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	129,400

(1) El cuadro del párrafo 8, formado con los datos incompletos que nos facilitaron respecto a los experimentos de 1898, atribuye a los coeficientes de seguridad valores superiores a los inscritos en la columna 20. No habiendo observado que los pesos de las columnas 8 y 9 (3,950 kilogramos, 11,500 etc.), se aplicaban exclusivamente a las sobrecargas, mientras que es preciso, para calcular el coeficiente de seguridad, tener en cuenta su peso propio y el de la sobrecarga. Por consiguiente, las tres últimas columnas del cuadro del párrafo ocho deben ser rectificadas conforme a las indicaciones de las columnas (18), (19) y (20) de este cuadro.

ción, que su media 83.800 expresa la magnitud c con una aproximación suficiente.

En lo tocante á las vigas en forma de τ , la separación entre los valores extremos de c es mucho menor, y parece más fácil admitir que la media de los cinco valores de $\frac{M}{b h^2}$ representa bastante aproximadamente el verdadero valor de c . Sin embargo, puede haber dudas en este caso como en el precedente. Estas dudas nos han obligado á determinar las razones c y n según los valores de los números (α) , (r) , (u) , (x) y (ρ) , lo cual nos ha conducido á efectuar los cálculos muy laboriosos de los párrafos 9 y 23 á 30.

Los resultados de estos cálculos concuerdan bastante bien con las medias generales de la columna 25. Así, la fórmula 34 da para las vigas rectangulares

$$c = \frac{M}{b h^2} = 83.333,$$

mientras que, según la columna 25, $c = 82.300$. En cuanto á las vigas en τ , se deduce de la fórmula (142) del párrafo 29:

$$c = \frac{M}{b h^2} = 125.000,$$

y la columna 25 indica $c = 129.400$.

Las diferencias, aun la relativa al segundo grupo, que llega á $129.400 - 125.000 = 4.400$, ó sea cerca de 4 por 100, son despreciables, porque se trata de un problema que no se puede resolver exactamente. Estamos, pues, plenamente autorizados para decir que las magnitudes atribuidas por nuestras fórmulas

(34) y (142) á la razón $c = \frac{M}{b h^2}$, presentan una aproximación suficiente para las necesidades de la práctica. Pero esta afirmación puede ser discutida, porque los valores atribuidos por los cálculos de los párrafos 9 y 23 á 30, á los números (α) , (r) , (x) y (ρ) , dependen de hipótesis que consideramos plausibles, pero que no se imponen de un modo absoluto.

40. *Justificación del método indicado.*—El método indicado en el precedente párrafo parece, según esto, insuficiente, puesto que los resultados que de él hemos deducido dan lugar á dudas. Se verá más tarde la causa del fracaso de la aplicación que hemos tratado de hacer, según los datos suministrados por los experimentos de 1898. Pero conviene demostrar previamente que este método está justificado; es decir, que la razón $c = \frac{M}{b h^2}$ es constante cuando las vigas se proyectan con arreglo á ciertas condiciones.

Consideremos, en efecto, la expresión (124) del párrafo 24:

$$\frac{M}{b h^2} = \frac{\alpha r x (3 u - x)}{6},$$

que da

$$c = \frac{\alpha r x (3 u - x)}{6} \quad (186),$$

y reemplacemos x por el valor que le atribuye la relación (105):

$$x = \frac{4 + 9 n + 4 (\alpha - 1) \varepsilon^2}{8 + 9 n + 8 (\alpha - 1) \varepsilon},$$

de donde se deduce $c =$

$$\frac{\alpha r [4 + 9 n + 4 (\alpha - 1) \varepsilon^2] [3 u [8 + 9 n + 8 (\alpha - 1) \varepsilon] - [4 + 9 n + 4 (\alpha - 1) \varepsilon^2]]}{6 [8 + 9 n + 8 (\alpha - 1) \varepsilon]},$$

expresión que demuestra que la razón $\frac{M}{b h^2}$ es constante cuando lo son las cantidades α , r , n , u y ε .

Pero es fácil construir vigas de dimensiones diferentes en las cuales estos números sean iguales. Tal es, por ejemplo, el caso

de las vigas rectangulares constituidas conforme á las indicaciones de los párrafos 5 y 10; es decir, haciendo $\alpha = 1$, $n = 0,02$,

$u = \frac{5}{6}$ y $\varepsilon = 0$, en todas las vigas. Se concibe que sea posible constituir otros sistemas modificando uno ú otro de los valores atribuidos á los números α , n , u y ε .

En todo lo que sigue supondremos sobreentendido que cuando digamos que las vigas pertenecen á un mismo sistema, los números α , n , ε y u relativos á estas vigas son iguales respectivamente.

Esto supuesto, se comprende que los valores de la relación $c = \frac{M}{b h^2}$, relativos á las vigas de un cierto sistema, no pueden diferir sino por el factor r de la relación (186)

$$c = \frac{\alpha r x (3 u - x)}{6}.$$

Como este factor representa la carga de seguridad del hormigón, es decir, una cantidad esencialmente variable, no se podrán obtener probablemente jamás dos valores idénticos de $c = \frac{M}{b h^2}$.

Pero cuando los cálculos efectuados según las dimensiones de las vigas de un mismo sistema y el momento resistente práctico de estas vigas, determinado por medio de experimentos bien hechos, atribuyen á c valores normales, es decir, que no difieran demasiado unos de otros, se podrá deducir que $\frac{M}{b h^2}$ es muy aproximadamente igual á la media de los números de que se trataba.

Así, por ejemplo, las vigas F y F''' de los experimentos de 1898, en que $\alpha = 5$, $n = 0,0272$, $\varepsilon = 0,231$ y $u = 0,885$ pertenecen á lo que llamamos un sistema, y se puede admitir que la viga F'' forma parte del mismo sistema, porque en esta viga $\alpha = 5$, $n = 0,0266$, $\varepsilon = 0,231$ y $u = 0,901$, y aunque los números n y u no son idénticos á los correspondientes de las vigas F y F''' , difieren de ellos muy poco.

Los valores de c correspondientes á estas tres vigas son:

F	$c = 144.400$
F''	$c = 118.500$
F'''	$c = 131.600$

Total..... 397.500

y la media de estos números es igual á 132.500.

Esta última cifra difiere poco de los dos valores de c que más se separan entre sí y casi concuerda con la tercera (131.600) relativa á la viga F''' . Hay pues motivo para creer que representa

con mucha aproximación el valor medio de la razón $C = \frac{M}{b h^2}$ para el sistema al cual pertenecen las vigas F , F'' y F''' ; es decir, para el sistema en que $\alpha = 5$, $n = 0,027$, $\varepsilon = 0,23$, $u = 0,89$.

Una vez bien sentados los puntos precedentes, es fácil comprender por qué los cálculos efectuados en el párrafo 39, según los resultados de los experimentos relativos á las vigas rectangulares A , A' y B no han permitido determinar con certidumbre el valor medio de c . Estas tres vigas, aunque constituidas, según el método de un mismo inventor, pertenecen á sistemas muy distintos, porque el número n varía considerablemente de una á otra. Por consiguiente, los valores de c relativos á estas tres vigas representan cantidades que no pueden ser consideradas como comparables, y su media no puede tener ningún sentido. Esta es la razón de que los cálculos resumidos en el cuadro del párrafo 39 no hayan dado más que resultados dudosos.

Pero se concibe que, procediendo al realizar nuevos experimentos, siguiendo un programa racional, será fácil, aplicando el método indicado en el párrafo precedente, determinar para cada sistema la razón c con toda la aproximación que puede exigirse en este problema. Se podrá luego apreciar rápidamente cuál es

el sistema susceptible de dar el máximo de resistencia y de economía.

Es de observar que el método que nos ocupa permite obtener la solución sin introducir en los cálculos ninguno de los factores, que en las operaciones de los párrafos 9 y 23 á 30 representan hipotéticamente el ancho útil de las alas ($\alpha - 1$), la posición del eje neutro (x).

Debemos, no obstante, indicar, que este método se funda en dos hipótesis. Porque ha sido deducido de la fórmula (124) del párrafo 2, la cual fué establecida admitiendo:

1.º Que las barras de la armadura de la viga se hallan unidas invariablemente al hormigón, y que estos materiales heterogéneos forman un prisma, cuyos elementos son todos solidarios y no pueden experimentar flexión independientemente los unos de los otros.

2.º Que el plano de las fibras neutras pasa por el centro de gravedad de la viga.

Mas estas hipótesis sirven exclusivamente para justificar el método y no introducen ningún factor en los cálculos numéricos, que se efectúan dividiendo el momento resistente práctico M , determinado experimentalmente por el producto $b h^2$, cuyos factores son las dimensiones de la viga.

Por lo tanto, las dos hipótesis en cuestión no pueden falsear los resultados de las operaciones. Demostraremos, además, en el párrafo 44, que nuestro método se justificaria aun en el caso de que se reemplazare por otra la segunda hipótesis.

41. *Eliminación de las vigas en forma de T.*—Las condiciones á que deben satisfacer las vigas de un mismo sistema son cinco, según lo que precede; por lo tanto los experimentos que se deben verificar serían complicados y costosos, si se quisieren estudiar todos los casos. Hay, pues, interés en simplificarlos, y con este fin se podría desde luego eliminar las vigas en forma de T, aplazando su estudio hasta que todos los problemas relativos á las vigas rectangulares se hallen plenamente resueltos.

Cuando se calculan por medio de las fórmulas del párrafo 29, las vigas que forman cuerpo con las plataformas, forjados ó pisos que sustentan, se observa que el precio de cada viga es inferior al de la viga rectangular capaz de una resistencia igual. Mas la diferencia, que parece importante cuando la comparación se limita al coste de las vigas aisladas, es pequeña relativamente al precio de un piso completo.

El máximo de economía se obtiene cuando se reduce el ancho de la viga sin modificar la altura. Pero esta reducción tiene por efecto el aumento de la ley del forjado, y hemos comprobado que, en ciertos casos, el aumento de gasto del forjado es igual, y aun á veces superior, á la economía que se puede obtener en el cuerpo de la viga.

Esto se comprende fácilmente examinando la figura 37, cuyas líneas de puntos $a b, c d, e f, g h$, indican las dimensiones que deberían tener las vigas rectangulares de la misma altura y de igual resistencia. El intervalo entre dos vigas contiguas $A B C D, E F G H$, es generalmente pequeño, y cuando su valor se hace igual á $D F$ en vez de $d f$, el aumento es bastante sensible para que el momento flector desarrollado por las fuerzas exteriores que obra sobre el forjado crezca de un modo apreciable.

Así se ve que la economía realizada en el precio del cuerpo de la viga puede ser absorbida en parte, y aun en su totalidad, por el exceso de coste del forjado.

Hay, pues, motivos para presumir que el precio de los pisos de los puentes de hormigón armado será sensiblemente el mismo cuando se calculen las piezas longitudinales por medio de las fórmulas de los párrafos 4 á 22 relativas á las vigas rectangulares ó con las de los párrafos 23 á 27, que se refieren á las vigas en forma de T.

La aplicación de las primeras fórmulas tiene por consecuencia el aumento de las dimensiones de las vigas y la reducción de los esfuerzos impuestos al hormigón. Es, pues, una solución favorable á la estabilidad, y conviene evidentemente adoptado cuando no ocasione más que un pequeño aumento de gasto.

La eliminación del caso de las vigas en forma de T, nos parece enteramente justificada por estas razones. Según las comprobaciones que hemos llevado á cabo, esta eliminación es ciertamente ventajosa cuando la luz de los puentes es pequeña. Podría dejar de serlo tratándose de puentes de grandes luces; pero opinamos que no se puede actualmente pensar en construir tableros de grandes luces con vigas rectas de hormigón armado.

42. *Caso de las vigas rectangulares.*—La expresión (31) del párrafo 6 relativa á las vigas rectangulares

$$r = \frac{6 M}{b x h (3 \delta - x h)},$$

reemplazando en ella δ por $u h$ y x por el valor $\frac{2 + 9 n u}{4 + 9 n}$ que resulta de la relación (26), da

$$r = \frac{6 M}{b h^2 x (3 u - x)} = \frac{6 M}{b h^2 \left(\frac{2 + 9 n u}{4 + 9 n} \right) \left(3 u - \frac{2 + 9 n u}{4 + 9 n} \right)},$$

de donde se saca

$$c = \frac{M}{b h^2} = \frac{r [2 + 9 n u] [3 u (4 + 9 n) - (2 + 9 n u)]}{6 (4 + 9 n)},$$

ecuación que demuestra que, en el caso de las vigas rectangulares, el número de variables de que depende el valor de c se reduce de cinco á tres, r, n y u , y que basta para constituir un sistema hacer que n y u sean respectivamente iguales en todas las vigas.

La figura 38 indica la significación de las letras de las fórmulas (31) y (188), salvo en lo que concierne á los factores r y n ; el primero designa la resistencia práctica del hormigón al aplastamiento, y el segundo el tanto por ciento de metal, es decir, la razón $\frac{\omega}{b h}$.

Simplificado así cada sistema, se podrá multiplicar su número sin aumentar notablemente el coste de los experimentos; los resultados de las pruebas serán más seguros, y los problemas relativos al hormigón armado quedarán mejor dilucidados.

43. *Programa de los experimentos que se deben realizar.*—Se podrían construir, por ejemplo, cuatro vigas de cada sistema, definidos como sigue:

PRIMER GRUPO

1.º sistema.....	$n = 0,010$	$u = 0,88$
2.º idem.....	$n = 0,015$	$u = 0,88$
3.º idem.....	$n = 0,020$	$u = 0,88$
4.º idem.....	$n = 0,025$	$u = 0,88$

SEGUNDO GRUPO

5.º sistema.....	$n = 0,010$	$u = 0,8333$
6.º idem.....	$n = 0,015$	$u = 0,8333$
7.º idem.....	$n = 0,020$	$u = 0,8333$
8.º idem.....	$n = 0,025$	$u = 0,8333$

Las vigas del primer sistema podrían ser constituidas según el método del Ingeniero Jefe M. Considère, es decir, con una sola capa de barras de hierro situadas cerca del intradós $A D$, como lo indica la figura 39.

Las del segundo grupo se construirían conforme al método que hemos propuesto, es decir, con barras de hierro repartidas en varias capas, y dispuestas de modo que el eje de la armadura se halle á una distancia $G K$ del trasdós $G H$ (fig. 40), tal que

$$G K = \delta = u h = \frac{5}{6} h = 0,8333 h.$$

Estos ocho sistemas, que en conjunto exigirían 32 vigas solamente, permitirían, sin duda, resolver la mayor parte de los puntos dudosos. Se podría además operar con piezas de pequeñas dimensiones, á reserva de comprobar después los resultados con un corto número de vigas de 4 ó 5 metros de luz.

Sería conveniente experimentar en cada sistema: una viga de ancho (b) diez veces mayor que la altura h ,

una viga en que.... $b = h$,

idem id. id..... $b = \frac{2h}{3}$,

idem id. id..... $b = \frac{h}{2}$.

Después se podrían ensayar vigas en que $h > 2b$.

Deberían efectuarse las pruebas con cargas concentradas en el punto medio de la luz ó con cargas uniformemente repartidas. Las primeras son quizás, más fácilmente realizables, pero producen en la sección media un esfuerzo cortante que puede aumentar la importancia del trabajo impuesto á los materiales.

Hemos admitido en los párrafos 9 y 29 á 32, que los esfuerzos cortantes se suman á los de la flexión. Es prudente aceptar esta hipótesis al calcular las secciones y armaduras de las vigas, que se han de construir. Pero cuando se trata de determinar los esfuerzos impuestos á los materiales que constituyen una pieza sometida á pruebas, se puede, en que concierne á la sección mediana, hacer abstracción del trabajo de tronchadura cuando la pieza se apoye libremente por sus extremos. Si hay error en proceder así, este error será favorable á la estabilidad, porque dará por resultado atribuir á las resistencias prácticas de los materiales valores inferiores á los verdaderos. Por el contrario, se expone á exagerar dichas resistencias prácticas cuando se suma el trabajo de tronchadura con el que proviene de la flexión, como hemos hecho en los párrafos 9 y 29, y se debe entonces asegurarse de que los resultados obtenidos son admisibles.

Las cargas de prueba deben ser aplicadas por pequeñas porciones y aumentadas poco á poco y muy lentamente, y se deberá cuidar de examinar constantemente el estado de la viga para determinar con exactitud el valor del peso aplicado al producirse las primeras grietas en la parte extendida del hormigón. Después se podrán proseguir las pruebas hasta la rotura, si se juzga conveniente. Pero lo más necesario es conocer la carga que determina la formación de las primeras grietas. Porque, en efecto, las obras definitivas deben hallarse constituidas de tal modo que el hormigón tendido no puede llegar á agrietarse y con arreglo á la carga de que tratamos conviene calcular el momento resistente práctico. En los cálculos de las dos primeras partes, hemos tenido que valuar el momento resistente práctico con arreglo á la carga de rotura de la viga, porque carecíamos de otros datos; pero sintiendo no habernos podido informar mejor.

Hechos así los experimentos, se determinará el coeficiente de seguridad que deberá ser menor que 4, porque las grietas se forman bajo la acción de una carga notablemente inferior á la que produce el aplastamiento de la parte comprimida del hormigón. Según ciertas observaciones, la razón entre estas dos cargas es igual á 2; por consiguiente, el coeficiente de seguridad debería reducirse á 2 si se procediese como indicamos; pero este dato es muy vago. Solamente después de conocidos los resultados de los experimentos, es cuando se podrá fijar el coeficiente que conviene, cuyo valor deberá ser tal que la parte comprimida no soporte en ningún caso una carga superior á la cuarta parte de lo que produciría el aplastamiento del hormigón.

Se obtendrá después el momento resistente práctico de la viga, dividiendo por el mencionado coeficiente de seguridad el momento flector desarrollado por las fuerzas exteriores en el instante en que aparecen las primeras grietas.

Finalmente, se calculará el coeficiente c relativo á cada viga por medio de la expresión (185)

$$c = \frac{M}{b h^2}$$

Supongamos, por ejemplo, que para una cierta viga del sistema $n = 0,02$, $u = 0,8333$, los experimentos hayan conducido á $M = 84,700$, siendo las dimensiones $b_1 = 0,4$ y $h_1 = 0,55$; encontraremos

$$c_1 = \frac{84.700}{0,40 \times 0,55 \times 0,55} = 70.000.$$

Determinando del mismo modo los valores de c para las demás vigas del mismo sistema, obtendremos, por ejemplo, $c_2 = 75.000$; $c_3 = 65.000$ y $c_4 = 60.000$, tendremos

$$c = \frac{c_1 + c_2 + c_3 + c_4}{4} = 67.500. (1)$$

Tales son las líneas generales de los experimentos y cálculos que creemos necesario para determinarse definitivamente el valor medio del coeficiente c relativo á cada uno de las sistemas que se juzgue conveniente experimentar.

Hechas estas determinaciones, será muy fácil comparar los resultados, y discernir el sistema que pueda conducir al máximo de economía.

Es evidente que las cifras determinadas por el método que acabamos de indicar, se aplicarán exclusivamente á vigas formadas con un hormigón idéntico al de los prismas experimentados; es decir, compuesto de materiales de la misma calidad y preparado con el mismo esmero. Repitamos, con este motivo, que importa no emplear sino materiales de excelente calidad y exigir que el hormigón sea preparado muy esmeradamente por operarios experimentados. Si hubiera dudas respecto á los materiales ó á la destreza de los operarios, sería menester renunciar á construir vigas de hormigón armado.

Los experimentos cuyo programa acabamos de indicar sumariamente, exigen gran cuidado y atención; pero no ofrecen ninguna de esas dificultades que sólo pueden ser vencidas en un laboratorio. Pueden llevarse á cabo en cualquier ciudad de importancia secundaria: por lo tanto, cada constructor podrá determinar por sí mismo la resistencia de las vigas constituidas con el hormigón de su país.

44. *Segunda hipótesis sobre la posición de la fibra neutra.*—Las explicaciones precedentes demuestran claramente que los cálculos que se deben efectuar son enteramente independientes de la hipótesis que hemos hecho en el párrafo 40 respecto á la posición de la fibra neutra.

Pero esta hipótesis nos ha servido para establecer que la razón $c = \frac{M}{b h^2}$ puede tener un valor constante para vigas de dimensiones muy diferentes cuando éstas pertenecen á un mismo sistema es decir, cuando el tanto por ciento de metal es invariable en todas las vigas, así como la razón u entre la distancia z y la altura h de la viga (z es la distancia entre el trasdós de la viga y el eje de la armadura, fig. 39).

Por consiguiente, los constructores que admiten que la fibra neutra puede colocarse encima ó debajo del centro de gravedad, podrían objetar que la razón c no es constante más que en el caso particular que nosotros hemos considerado, y que el método propuesto para la determinación de esta razón no puede ser aplicable á todos los casos.

Podríamos replicar que nuestra hipótesis se halla justificada por los términos de la definición de la fibra neutra, dada en los tratados de resistencia de materiales; pero es preferible demos-

(1) Las cifras de este ejemplo son caprichosas, y por consiguiente, su término medio no tiene ninguna significación.

trar que el método es aplicable aun en el caso en que la fibra neutra se hallase encima ó debajo del centro de gravedad. En efecto, el estudio de los experimentos hechos con la viga A' de M. Hennebique conduce á creer que la fibra neutra no pasaba por el centro de gravedad en esta viga al verificarse la rotura. La hipótesis de la desviación de la fibra neutra, respecto al centro de gravedad, es, pues, admisible y no puede prescindirse de ella sin ser examinada.

Además, es admitida por autores distinguidos.

Así, M. Considère dice (*Génie civil* de 11 de Febrero de 1899) que «si una de las partes de la sección de una viga presenta un coeficiente medio de elasticidad menor que el de la otra, debe tener evidentemente una superficie mayor para compensar la inferioridad de los esfuerzos por milímetro cuadrado que se desarrollan en ella; que, por lo tanto, el eje neutro debe siempre alejarse de la parte menos resistente de la viga.»

M. Considère ha establecido, partiendo de esta hipótesis, fórmulas que permiten calcular las cantidades M , b y h , cada una en función de las dos restantes. Resulta de las explicaciones que da este autor y de los cuadros que las justifican (pág. 231 del número citado del *Génie civil*):

Por una parte, que el momento de rotura M_0 de una viga es igual al producto de $b h^2$ por un cierto coeficiente Φ , que varía con el tanto por ciento de metal n , y la razón u , entre la distancia δ y la altura de la viga.

Por otra parte, que el núm. Φ es constante cuando las razones n y u son invariables.

Así es que, según los cuadros de M. Considère, se obtiene:

$$M_0 = 0,157 b h^2 \text{ para } n = 0,01, u = 0,88$$

$$M_0 = 0,262 b h^2 \text{ para } n = 0,02, u = 0,88$$

$$M_0 = 0,360 b h^2 \text{ para } n = 0,03, u = 0,88$$

Los valores atribuidos por M. Considère al número Φ (0,157... 0,360) suponen que las dimensiones de la viga se hallan expresadas en centímetros; si se tomase el metro por unidad habría que escribir $M_0 = 157.000 b h$, etc.

Según el mismo autor, se determina el momento resistente práctico M de una viga, dividiendo su momento de rotura M_0 por el coeficiente de seguridad, que M. Considère propone hacer igual á 2,5. Luego

$$M = \frac{M_0}{2,50}$$

y se ve que el momento resistente práctico es igual al producto de $b h^2$ por un cierto número que permanece constante, cuando son invariables n y u , á condición, se entiende, de que las vigas se hallen constituidas con el mismo hormigón.

Según esto, es cierto, aun admitiendo la hipótesis de que el eje neutro no pase por el centro de gravedad, que la razón c es constante cuando lo son n , y u .

Por consiguiente, el método que hemos indicado en los párrafos precedentes para determinar experimentalmente el valor de c , se halla igualmente justificada cuando se admite que el plano de las fibras neutras pasa por encima ó por debajo del centro de gravedad de la viga.

45. *Comparación de los resultados deducidos de cada una de las dos hipótesis relativas á la posición de la fibra neutra.*—Hemos dicho en el párrafo 18 que nuestras fórmulas prácticas

$$b h^2 = 0,000.012 M \quad (35)$$

$$n = 0,02 b h = 0,000.000.240 \frac{M}{h} \quad (36)$$

dan resultados sensiblemente iguales á los de las relaciones (76) y (79) que hemos deducido de las reglas de M. Considère, á condición de que se aumente hasta 3,30 el coeficiente de seguridad 2,5 propuesto por este autor.

La relación (76): $M_0 = 280.000 b h^2$, da en efecto en este caso

$$b h^2 = \frac{3,30}{280.000} M = 0,000.01179 M \quad (83)$$

y la (79) $\omega = 0,0217 b h$, se convierte en

$$\omega = 0,000.000.256 \frac{M}{h} \quad (85)$$

Puede ser de utilidad completar las indicaciones del párrafo 18, y averiguar la importancia de las diferencias entre los resultados de los dos métodos de cálculo, fundados en las dos hipótesis respecto á la posición de la fibra neutra. Y es lo que vamos á hacer.

Las ecuaciones generales establecidas por M. Considère admitiendo que la fibra neutra se halla encima ó debajo del centro de gravedad de la viga, pueden escribirse del modo siguiente, con las notaciones del párrafo 3.

$$r_0' y + 100 \rho_0 n = \frac{k \rho_0}{2} \times \frac{1-y^2}{y-z} \quad (I)$$

$$r_0 = k \rho_0 \frac{1-y}{y-z} \quad (II)$$

$$M_0 = b h^2 \left[r_0' y \frac{4-y}{6} + 100 \rho_0 n \frac{y-3z+2}{3} \right] \quad (III)$$

La figura 41 indica la significación de y , z , b y h .

n designa la razón $\frac{\omega}{b h}$ de la sección ω de las armaduras á la sección $b h$ del cuerpo de la viga;

r_0' la tensión que produce el hormigón tendido desde que su alargamiento llega de 0^m,00015 á 0^m,00020 y que permanece después constante cuando la deformación aumenta; $r_0' = 12$ kgs. por cent², ó 120.000 kgs. por m² ρ_0 el límite de elasticidad del metal, igual á 16 kgs por m² ó 16.000.000 kgs. por m², siendo la armadura de hierro,

k la razón del coeficiente angular de la línea que represente el coeficiente medio de elasticidad del hormigón comprimido al coeficiente angular de la línea que represente el coeficiente de elasticidad del metal ($k = 0,07$, cuando $n = 0,01$; $k = 0,065$ para $n = 0,02$; $k = 0,06$ para $n = 0,03$).

ρ_0 la compresión de las fibras más comprimidas del hormigón comprimido, en el momento de la rotura del hormigón tendido; M_0 el momento resistente de la viga en el mismo instante:

M. Considère ha establecido las ecuaciones (I), (II) y (III) tomando como unidades el centímetro para el hormigón y el milímetro para el metal. Como todas las demás fórmulas de este estudio se hallan referidas al metro, debemos reemplazar estas ecuaciones por las siguientes:

$$r_0' y + \rho_0 n = \frac{k \rho_0}{2} \frac{1-y^2}{y-z} \quad (189)$$

$$r_0 = k \rho_0 \frac{1-y}{y-z} \quad (190)$$

$$M_0 = b h^2 \left[r_0' y \frac{4-y}{6} + \rho_0 n \frac{y-3z+2}{3} \right] \quad (191)$$

Las modificaciones efectuadas se hallan justificadas por el texto de M. Considère que indica que los términos que contienen n han sido multiplicados por 100, así como el valor de k ; hemos tenido cuidado además en lo que precede de atribuir á k los valores convenientes, es decir, 0,07 en vez de 7, 0,065 en vez de 6,5 etc.

La relación (190) da

$$\rho_0 = \frac{r_0 (y-z)}{k (1-y)} \quad (192)$$

Reemplazando $1-y$ por x , $y-z$ por $u-x$, se obtiene

$$\rho_0 = \frac{r_0 (u-x)}{k x} \quad (193)$$

de donde se saca

$$x = \frac{r_0 u}{k \rho_0 + r_0} \quad (194).$$

Sustituyamos al factor ρ_0 del segundo miembro de la relación (189) el valor que le atribuye la fórmula (192), y hallaremos

$$n = \frac{r_0 x - 2 r_0' y}{2 \rho_0} \quad (195).$$

Reemplacemos los factores r_0' y ρ_0 por los valores numéricos dados por M. Considère, pero referidos al metro cuadrado, á saber:

$$r_0' = 120.000 \quad \rho_0 = 16.000,$$

y tendremos

$$x = \frac{r_0 u}{16.000.000 k + r_0} \quad (196).$$

$$n = \frac{r_0 x - 240.000 y}{32.000.000} \quad (197).$$

Introduzcamos los mismos valores de r_0' y ρ_0 en la ecuación (191) y encontraremos:

$$M_0 = 10.000 b h^2 \left[2 y (4 - y) + 1600 n \frac{y - 3 z + 2}{3} \right] \quad (198),$$

ó bien, reemplazando y por $(1 - x)$ y z por $(1 - u)$.

$$M_0 = 10.000 b h^2 \left[2 (1 - x) (3 + x) + 1.600 n \frac{3 u - x}{3} \right] \quad (199)$$

ó también

$$M_0 = 10.000 b h^2 \left[2 y (3 + x) + 1600 n \frac{3 u - x}{3} \right] \quad (200).$$

Según las indicaciones de M. Considère, el número k , igual á 0,10 durante el período de elasticidad perfecta, disminuye cada vez más á medida que el aumento de la deformación del mortero comprimido produce mayor alteración en la elasticidad, y se puede hacer (Véase el cuadro III de la pág. 231 del *Génie civil*).

$$k = 0,070 \text{ para } r_0 = 1.070.000$$

$$k = 0,065 \text{ para } r_0 = 1.430.000$$

$$k = 0,060 \text{ para } r_0 = 1.860.000$$

En lo que sigue, admitiremos

$$h = 0,0675 \text{ para } r_0 = 1.250.000$$

$$k = 0,0700 \text{ para } r_0 = 1.000.000$$

$$k = 0,0825 \text{ para } r_0 = 750.000$$

Apliquemos las fórmulas de M. Considère al caso estudiado en nuestro párrafo 10, en el cual tenemos $u = 0,8333$, $z = 0,1667$ y $r = 500.000$ kilogramos por m^2 .

Para que el trabajo práctico del hormigón no exceda de 500.000 kilogramos por m^2 , es preciso, según el método de M. Considère, que admite el coeficiente de seguridad 2,5, limitar el valor de r_0 al romperse las partes tendidas del hormigón á $500.000 \times 2,5 = 1.250.000$ kilogramos y hacer $k = 0,0675$.

Introduzcamos los valores de u , k y r_0 en las fórmulas (196) y (197), y obtendremos, efectuando los cálculos

$$x = 0,447 \quad n = 0,01331.$$

Con la relación (200) hallaremos

$$M_0 = 10.100 b h^2 (3,81 + 14,56) = 183.700 b h^2$$

de donde se saca

$$M = \frac{M_0}{2,5} = 73.500 b h^2$$

$$b h^2 = 0,000.0136 M \quad (201)$$

$$\omega = 0,000.000.181 \frac{M}{h} \quad (202)$$

según nuestras fórmulas (35) y (36) se obtendría

$$b h^2 = 0,000.000.240 \frac{M}{h}$$

(Se continuará.)

SECCIÓN DEDICADA Á LA EXPOSICIÓN UNIVERSAL DE PARÍS

(CONCLUSIÓN)

(d) La creación de bases, tendiendo á completar ó rectificar los sistemas, fórmulas y cálculos empleados para las experiencias sobre la rapidez y sobre la evacuación de las aguas en los álveos de los ríos, así como en las esclusas, presas y otras construcciones.

(e) Las comprobaciones concernientes al estado del terreno y su permeabilidad.

(f) El estudio de las relaciones entre las lluvias y la evacuación de las aguas.

(g) El establecimiento de un servicio de avisos de las crecidas ordinarias y de las inundaciones, respondiendo á las diferentes necesidades locales al objeto de proteger los inmuebles y favorecer la navegación interior.

(h) Las investigaciones relativas á la utilidad de anchuras y profundidades normales respecto de las necesidades de la navegación interior, de las maderas flotantes, de las balsas, etc.

El estado de las aguas que, según el punto de la estación de recepción, está previsto con dos ó tres días de antelación, difiere de la verdad, de cinco centímetros al máximo. A primera vista ya se comprende la grande importancia que para la navegación del Elba tiene la exacta previsión del estado de las aguas de este río.

Un servicio análogo se ha montado posteriormente para el Danubio.

El aparato automático para registrar á grandes distancias el nivel de las aguas, es de sistema Siedet-Schäffer, y ha sido construido por la casa Czeija, Nissl y Compañía, de Viena; se ha planeado para el registro de diez estaciones, por más que el modelo expuesto, se refiere al caso en que sólo hubiera tres.

Está construido bajo la base de un sistema de telégrafo múltiple, y registra en la Estación central por medio de tipos consecutivos el citado de las aguas de diez estaciones de escala unidas á la central por un solo hilo.

En cada estación fluviométrica hay un reloj que pone á la Estación de referencia en comunicación con la línea eléctrica (cada estación á diferente parte de la hora), pero que, el tiempo restante, interrumpe la comunicación de dicha estación con el hilo.

En las estaciones fluviométricas el estado del flotador marca el nivel del agua, está relacionado con una especie de cuadrante ó placa de contacto.

La aguja ó ramal de contacto de esa placa, dá al paso una vuelta en la subdivisión de una hora cada vez que la estación fluviométrica está en contacto con el hilo eléctrico.

(i) Las investigaciones acerca de la influencia que ejercen los afluentes y las obras de regularización y de mejora de las corrientes de agua.

(k) El estudio de la acción de los diferentes sistemas de regularización y de los materiales de construcción empleados en ellos á fin de obtener la mayor economía posible en las fábricas en el conjunto de las obras y construcciones.

ESTABILIDAD
DE LAS CONSTRUCCIONES DE HORMIGÓN DE CEMENTO ARMADO

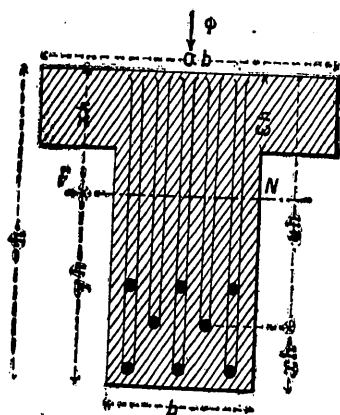


Fig. 36.

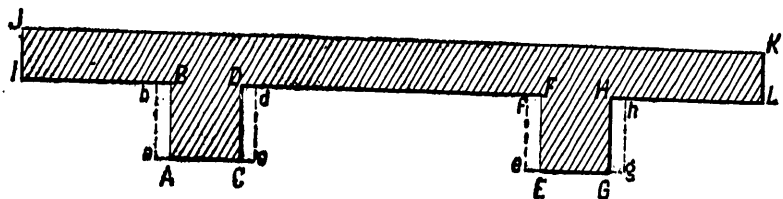


Fig. 37.

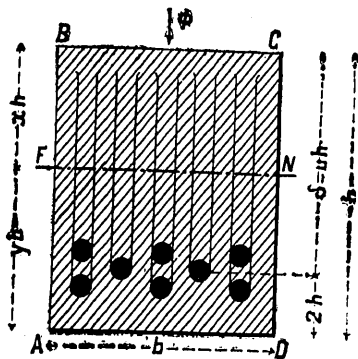


Fig. 38.

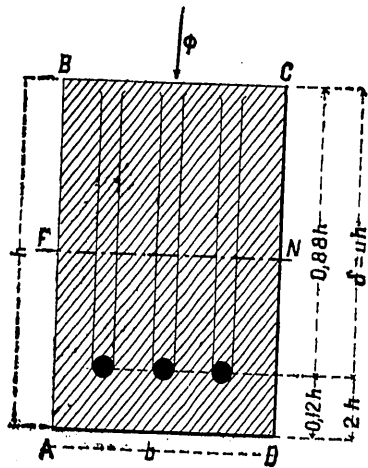


Fig. 39.

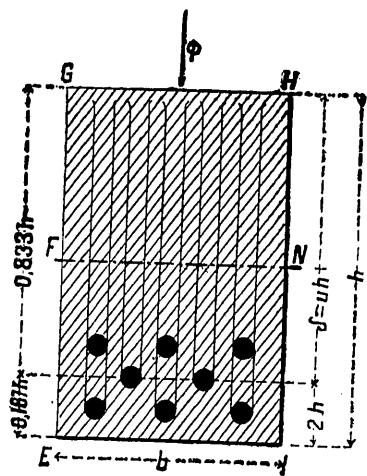


Fig. 40.

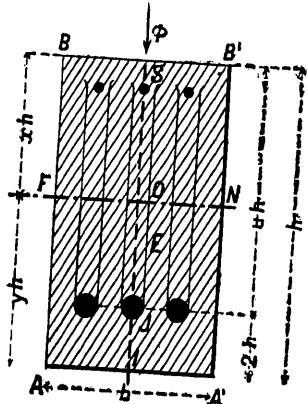


Fig. 41.

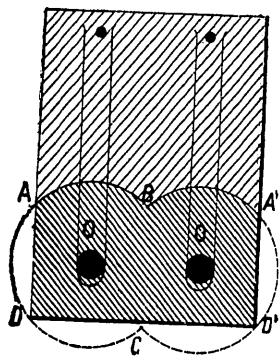


Fig. 42.

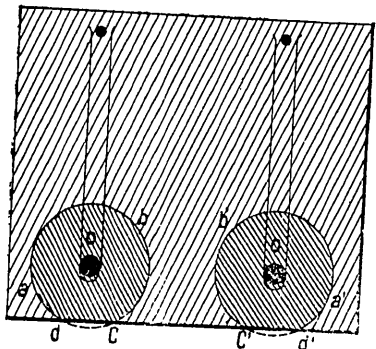


Fig. 43.

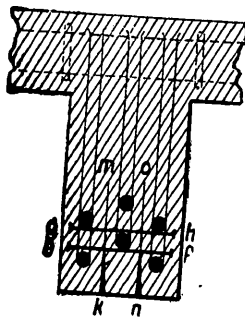


Fig. 44.

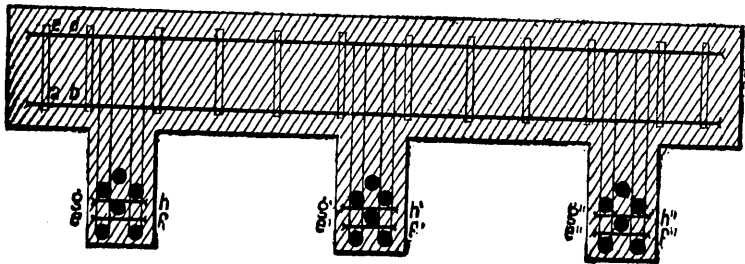


Fig. 45.