

ecuación dice que éste es el único que satisface las dos condiciones anteriores.

Las demostraciones de estos teoremas son sumamente sencillas y no las indicaremos. Lo que sí vamos á demostrar es un importante teorema debido á Picard, sin el cual todo lo relativo á la invariabilidad del valor numérico de las funciones quedaría en tal estado de obscuridad, que sería difícil poder continuar este estudio por extremado que fuese el interés con que se lo hubiese emprendido.

*Teorema de Picard.*—Sea la función  $\varphi(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ; si entre las raíces hay una ecuación de condición  $\mu(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ , se podrá, por mediación suya, cambiar la forma de  $\varphi$  y convertirla en  $\psi(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Sustituyendo en  $\varphi$  y  $\psi$  una misma sustitución del grupo de la ecuación, se obtendrán resultados iguales; la diferencia  $\varphi - \psi$  será igual á cero. Luego  $\varphi - \psi$  se expresa en función racional de las raíces de  $f(x) = 0$  y, por tanto, en función de los coeficientes; luego es invariable para el grupo.

Este teorema permite comprender cómo todos los teoremas hasta ahora demostrados son ciertos, aunque no se trate de la invariabilidad de forma, sino de la de valor numérico.

Hemos visto cómo se formaba el cuadro de Galois y cómo de él se deducía el grupo de la ecuación. Este grupo  $G(S_1, S_2, \dots, S_r)$  siendo  $r = \frac{N}{n}$ , nos va á servir para formar el llamado cuadro de los grupos de Galois.

Sea  $G_1(S_1, S_2, \dots, S_p)$  un grupo del grupo  $G$ , se tendrá  $r = p\sigma$ . El cuadro que podríamos llamar de sustituciones de Galois (pues el anterior no es un cuadro de sustituciones, sino de raíces) se formaría, según sabemos, como se indica á continuación:

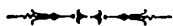
$$\begin{array}{ccccccc} \varphi_1 & \dots & T_1 S_1 & T_1 S_2 & \dots & T_1 S_p & \\ \varphi_2 & \dots & T_2 S_1 & T_2 S_2 & \dots & T_2 S_p & \\ \vdots & & & & & & \\ \varphi_\sigma & \dots & T_\sigma S_1 & T_\sigma S_2 & \dots & T_\sigma S_p & \end{array}$$

en el cual  $T_1 = 1, T_2, \dots, T_\sigma$  son sustituciones del grupo  $G$  distintas de las de  $G_1$  y de todas las anteriormente empleadas. De este cuadro, en que solamente la primera línea forma un grupo, se deducen las cantidades  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_\sigma$  que más adelante desempeñarán un papel muy importante. La  $\varphi_1$  permanece invariable para todas las sustituciones de la primera línea; la  $\varphi_2$  se obtiene aplicando á  $\varphi_1$  las sustituciones de la segunda línea, pues todas dan el mismo resultado aunque alteran á  $\varphi_1$ ; por último,  $\varphi_\sigma$  se obtiene aplicando á  $\varphi_1$  las sustituciones de la última línea.

El cuadro de los grupos de Galois es el formado por los grupos de estas funciones  $\varphi$  así obtenidas, y se forma, según ya sabemos, como se indica á continuación:

$$\begin{array}{ccccccc} T_1 S_1 & T_1 S_2 & \dots & T_1 S_p & & & \\ T_2 S_1 T_2^{-1} & T_2 S_2 T_2^{-1} & \dots & T_2 S_p T_2^{-1} & & & \\ T_3 S_1 T_3^{-1} & T_3 S_2 T_3^{-1} & \dots & T_3 S_p T_3^{-1} & & & \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & & \\ T_\sigma S_1 T_\sigma^{-1} & T_\sigma S_2 T_\sigma^{-1} & \dots & T_\sigma S_p T_\sigma^{-1} & & & \end{array}$$

(Se continuará.)



### Propiedades de los cementos y de los morteros (I).

*En la fabricación* de los morteros, debe efectuarse en seco la mezcla del cemento con la arena y añadir luego la cantidad de agua necesaria para reducirla á pasta. La cantidad de agua es difícil de determinar; se compone, por una parte, del 25 por 100 del peso del cemento, y por otra de lo necesario para mojar la arena. Conviene determinar por la experiencia esta cantidad en cada caso particular. Prácticamente se aconseja agregar el mínimo de agua, la cantidad estrictamente necesaria para obtener una pasta consistente, sobre todo cuando se ha de comprimir el mortero. El exceso de agua es perjudicial, porque, al evaporarse, deja huecos que disminuyen la compacidad de los morteros.

Es también interesante conocer el rendimiento del mortero, es decir, el volumen de mortero que se puede obtener con cantidades determinadas de cemento, arena y agua. Este rendimiento varía con el tamaño del grano de la arena. La arena fina da un rendimiento mayor. Según los experimentos de M. Candlot, para arenas de tamaño normal, con dosificaciones de 250, 350 y 450 kilogramos de cemento de Portland por metro cúbico de arena, se necesitan 162, 198 y 227 litros de agua; se obtienen así 0,890, 0,900 y 0,910 metros cúbicos de mortero; de suerte que hay 281, 238 y 478 kilogramos respectivamente por metro cúbico de mortero.

La *resistencia* de los morteros de cemento aumenta con el tiempo; alcanzan la tercera parte de la resistencia total al cabo de un mes, la mitad al cabo de tres meses, los dos tercios á los seis meses y el último tercio lo van adquiriendo lenta y progresivamente durante varios años.

La *adherencia* de los morteros con la piedra y el ladrillo aumenta con la proporción de cemento; para que se desarrolle bien es preciso que las superficies en contacto estén húmedas. La impermeabilidad crece también con la proporción de cemento.

Los *ensayos de resistencia* se efectúan con morteros de composición *normal*, es decir, compuestos de una parte en peso de cemento por tres partes de arena. La arena que se emplea con este objeto debe ser lavada con cuidado, pasada por un cedazo de 60 mallas por centímetro cuadrado y que no sea susceptible de pasar por otro de 120 mallas.

Las resistencias mínimas deben ser:

4 kilogramos por centímetro cuadrado á los 7 días, por tensión;

8 kilogramos por centímetro cuadrado á los 28 días, también por tensión.

Estas resistencias se duplican cuando los ejemplares se preparan con precauciones especiales y son comprimidas en los moldes. M. Candlot indica para estos dos casos 10 kilogramos y 18 kilogramos por centímetro cuadrado respectivamente.

Se admite que la resistencia á la compresión debe ser:

100 kilogramos por centímetro cuadrado á los 7 días;

180 kilogramos por centímetro cuadrado después de 28 días.

Se ha reconocido que después de un intervalo de 20 horas se puede volver á trabajar la pasta, si el fraguado no ha sido completo (cementos de fraguado lento). Añadiendo una nueva canti-

(1) Véase el número anterior.

dad de agua se obtiene un mortero susceptible de ser utilizado, pero de una compacidad inferior á la de un mortero fresco.

El empleo de los morteros compuestos con mezclas de cemento y de cal se ha propagado en vista de los resultados satisfactorios obtenidos. Se emplean también en ciertos casos especiales morteros obtenidos mezclando cementos de fraguado lento y de fraguado rápido, y en otros se añade además cal grasa al cemento de fraguado lento, pudiendo ser la cantidad de cal mayor ó menor que la de cemento (1).

(Se concluirá.)

#### Alimentación de locomotoras con petróleo.

La elevada potencia calorífica del petróleo es, indudablemente, una ventaja siempre que se trata de almacenar y de transportar combustible; por esta razón ha tratado de emplearlo la marina, al menos eventualmente, en los cruceros de gran velocidad, cuyo radio de acción aumentaría así en la relación de 1 á 1,5. La aplicación del petróleo á las locomotoras está indicada; pero si la marina de guerra puede posponer la consideración de su excesivo precio á la necesidad de alcanzar un fin determinado, no sucede lo mismo tratándose de las Compañías de ferrocarriles. Así es que la alimentación de las locomotoras con petróleo no se usa de un modo corriente más que en ciertas líneas de Rusia, que pueden adquirir petróleos en bruto y residuos á precios más bajos que el carbón.

Según leemos en *Le Génie civil*, se va á realizar un ensayo en el metropolitano de Londres; se hará el experimento con una locomotora del sistema Holden, que es el empleado en la travesía del túnel del Arlberg. La razón que motiva esta aplicación en Londres es, como en el túnel del Arlberg, de un orden especial.

Se sabe en qué enormes proporciones vician la atmósfera del Metropolitano los productos de la combustión; la prensa y el público de Londres han formulado numerosas reclamaciones; los viajeros se quejan sobre todo del ácido sulfuroso, que ataca á la garganta; pero el ácido carbónico, aunque no ocasiona tantas molestias, no por eso es menos perjudicial. Desde la huelga de los mineros en el país de Gales, que ha obligado á la mayor parte de los consumidores á emplear hullas bituminosas, se ha agregado el humo á aquellos elementos nocivos, y las protestas son cada vez más enérgicas.

La locomotora alimentada por petróleo tiene por objeto remediar esta situación, y se funda su uso en las siguientes consideraciones: el carbono puro produce, al quemarse, ácido carbónico, perjudicial; el hidrógeno puro, por el contrario, engendra agua, inofensiva. Los productos gaseosos de un combustible serán, pues, tanto menos perjudiciales cuanto mayor sea la cantidad de hidrógeno y menor la de carbono que contenga; y como la combustión del hidrógeno produce mucho más calor que la del carbono, se comprende que, para producir una cantidad determinada de vapor, se necesitará menos combustible cuanto más hidrogenado sea. La disminución del ácido carbónico en los gases de la combustión es aún mayor que la disminución del carbono en el combustible empleado. Así, para producir 1.000 kilogramos de vapor, la antracita desprende 523 kilogramos de áci-

do carbónico, mientras que el petróleo, compuesto de 73 partes de carbono y 27 de hidrógeno, no da más que 201 kilogramos.

Resulta de aquí que la ventaja particular que se obtiene con el empleo del petróleo, en una línea ó en una sección de línea establecida en túnel en gran parte de su longitud, puede compensar el precio elevado de este combustible. Esto es lo que se ha hecho con gran éxito en Austria en la travesía del túnel del Arlberg, empleando las locomotoras del sistema Holden, y los notables resultados dados á conocer por los químicos de la Universidad de Inspruck han inducido á la dirección del Metropolitano de Londres á hacer ensayos de alimentación de sus locomotoras con petróleo.

#### Un anteojo colosal para la Exposición de 1900.

El célebre constructor de instrumentos astronómicos, M. Gautier, está construyendo actualmente un enorme anteojo, mayor que cuantos existen en el mundo, para la Exposición Universal de 1900. Este anteojo se instalará en un palacio, construido especialmente para alojarlo en las inmediaciones de la torre Eiffel.

La longitud será de 60 metros, el diámetro de las lentes de 1<sup>m</sup>,25, y su coste 1.400.000 francos.

Una de las mayores dificultades que presentaba el proyecto consistía en la necesidad de poder mover este aparato colosal. Se ha resuelto esta dificultad muy sencillamente, dejando inmóvil el anteojo y disponiendo un espejo plano móvil de 2 metros de diámetro, que llevará la imagen al interior del anteojo para que pueda ser observada.

El tubo se compone de 24 anillos de palastro de acero, cuya longitud es de 2<sup>m</sup>,50 y el diámetro de 1<sup>m</sup>,50. La montura del anteojo hasta el eje tendrá una altura de 10 metros.

El espejo requiere un trabajo especial y difícilísimo. Tiene 2 metros de diámetro, 0<sup>m</sup>,30 de espesor y un peso de 3.600 kilogramos. El Director de la fábrica de Saint-Gobain consideró imposible la fabricación de este espejo, y cuando el proyecto estaba á punto de fracasar á causa de esta dificultad, se encargó de esta parte de la obra M. Despret, Director de la fábrica de Jemont. Fundió con este objeto 12 discos, de los cuales resultaron 11 inútiles, siendo el único aprovechable el primero que se fundió.

El pulimento de este espejo ha ofrecido también dificultades verdaderamente extraordinarias. Baste decir que la máquina especial construida con este objeto ha estado funcionando continuamente más de siete meses y que para comprobar la superficie del espejo, que debe ser plana, se han empleado aparatos de tal precisión, que acusan la dilatación debida al aumento de temperatura que ocasiona la aproximación de la mano á la superficie del espejo.

Los objetivos se fabrican también mecánicamente. Su fabricación es tan difícil y delicada que á cada instante se corre el riesgo de inutilizar todo lo hecho. Uno solo de los dos discos de flint-glass pesa 360 kilogramos y vale 75.000 francos. Los crown-glass pesan 220 kilogramos.

El anteojo tendrá dos objetivos, uno fotográfico y otro visual, que se podrán cambiar por medio unos carretones pequeños. El objetivo terminado costará 600.000 francos. El aumento será de 6.000 diámetros y excepcionalmente podrá llegar á 10.000. Los mayores aumentos conseguidos hasta ahora no han pasado de 4.000 diámetros.

No se ha fijado todavía el objeto á que se ha de destinar este

(1) En Alemania las obras de fortificaciones ejecutadas con morteros que contenían 220 kilogramos de cemento y 90 kilogramos de cal por metro cúbico de arena han dado buenos resultados. La diferencia de resistencia entre estos morteros de mezcla y los puros disminuye con el tiempo. Esta diferencia, que es de 70 por 100 el primer mes, se reduce á 20 por 100 al cabo de dos años.