

el tren de tres volquetes debe efectuar diariamente

$$\frac{100}{1,5 \times 3} = 21 \text{ viajes.}$$

El capital de instalación asciende á

	Marcos.
I. Material fijo	2.740
II. Equipo eléctrico.	2.155
III. Material móvil.	4.355
IV. Distribución y empalmes.	190
V. Instalación ó arreglo.	560
<i>Suma.</i>	<u>10.000</u>

CÁLCULO DE LOS GASTOS DE TRACCIÓN

a) Gastos de conservación:

	Marcos.
1. Del material fijo 2 por 100 de los marcos 2.740	54,80
2. Del equipo eléctrico 1 por 100 de los marcos 2.155	21,55
3. Del material móvil 3 por 100 de los marcos 4.355	130,65
4. De la estación central (cerca de 5.000 marcos para gastos de compras), la mitad de 2 por 100, es decir, 1 por 100 de los marcos 5.000	50,00

b) Salarios:

5. Para el maquinista (doscientos días).	700,00
6. Para el ayudante del maquinista.	500,00

c) Consumo:

7. Consumo de energía eléctrica por día = 11,3 kilowatt horas en la dinamo; veinte horas de trabajo. El consumo de carbón $20 \times 2 = 40$ kilogramos; trabajando doscientos días $40 \times 200 = 8.000$ kilogramos de carbón á 2 peniques por término medio, resultan.	160 marcos.
Con esto se necesita para la calefacción cerca de 10 por 100. 16 —	
<i>Suma.</i>	<u>176 marcos. 176,00</u>

d) Material para engrasar:

8. Para el material móvil 1 por 100 de los marcos 4.355	43,55
9. Para la máquina dinamo-eléctrica y la de vapor, la mitad de 1 por 100, es decir, $\frac{1}{2}$ por 100 de los marcos 5.000.	25,00

e) Intereses y amortización:

10. De la estación central 6 por 100 de los marcos 5.000.	300,00
11. Del resto del capital de instalación 12 por 100 de los 10.000 marcos.	1.200,00

Total de los gastos de tracción eléctrica. . . . **3.211,55**

Tracción animal.—Un caballo puede desarrollar, por término medio, 70 kilogramos de fuerza, llevando una velocidad de 30 kilómetros por día, y arrastra, por consiguiente, $\frac{70}{12} = 6$ toneladas sobre carriles de vías estrechas, es decir, en nuestro ejemplo, 3 volquetes cargados con una cabida de $\frac{3}{4}$ de metro cúbico.

Tiempo de ida, $\frac{1}{3}$ de hora.	20 minutos.
Tiempo de vuelta, $\frac{1}{3}$ de hora.	20 —
Aumento del tiempo que se emplea para hacer los preparativos	10 —
<i>Suma.</i>	<u>50 minutos.</u>

Por consiguiente, trabajando un caballo ocho horas $\frac{8 \times 60}{50} = 9$ viajes de ida y vuelta diarios y transporta cada día $3 \times 1,5 \times 9 = 40,5$ toneladas, carga de peso neto. Á consecuencia de esto son necesarios $\frac{100}{40,5} = 3$ caballos y $3 \times 3 \times 3 = 27$ carros.

El capital de instalación asciende á

	Marcos.
I. Para el material fijo.	2.740,00
II. Para el material móvil.	2.565,00
III. Para tres caballos con arreos.	2.400,00
IV. Para la instalación ó arreglo de los carriles.	295,00
V. Para la caballeriza	2.000,00

CÁLCULO DE LOS GASTOS DE TRACCIÓN

a) Gastos de conservación:

1. Del material fijo 2 por 100 de los marcos 2.740	54,80
2. Del material móvil 3 por 100 de los marcos 2.565	76,95
3. De los caballos y arreos 5 por 100 de los marcos 2.400.	120,00
4. De la caballeriza 1 por 100 de los marcos 2.000	20,00

b) Salarios:

5. De los cinco conductores.	2.100,00
6. Del mozo de caballeriza.	700,00

c) Forraje ó pienso:

7. Para tres caballos.	22,50
--------------------------------	-------

d) Material para engrasar:

8. Para el material móvil 1 por 100 de los marcos 2.565	25,65
---	-------

e) Intereses y amortización:

9. De los caballos y arreos 24 por 100 de los marcos 2.400.	576,00
10. Del material fijo y del móvil 10 por 100 de los marcos 5.305.	530,50
11. De la caballeriza 8 por 100 de los marcos 2.000	160,00

Total de los gastos de tracción animal. . . . **6.613,90**

Con la tracción eléctrica se economiza, pues, el 50 por 100.

NUEVAS INVESTIGACIONES SOBRE LOS MORTEROS HIDRÁULICOS ⁽¹⁾

La desigual repartición de las tensiones en la sección de los prismas rotos por tracción, da por resultado, lo mismo que en los ensayos por flexión, aumentar la influencia que ejerce la composición de la masa en las capas próximas á las paredes y falsear por completo los experimentos cuando los prismas no son homogéneos. Ahora bien, esto es precisamente lo que sucede con el tiempo en los morteros, por efecto de la acción de los agentes exteriores, y particularmente por la del ácido carbónico sobre la capa superficial de las pruebas. También se halla con frecuencia, en los ensayos de gran duración, que las resistencias á la tracción acaban por llegar á ser casi las mismas, cualesquiera que sean la naturaleza del aglomerante y la dosis del mortero. El cuadro C da de ello un

(1) Véase el número anterior.

CUADRO C

MEZCLA			A	B	C	D
Resistencia á la tracción por centímetro cuadrado.....	Cemento puro...	después de tres meses.....	47,0	37,3	24,8	14,3
		después de seis años.....	33,7	37,8	33,4	16,8
	Mortero arenoso.	después de tres meses.....	25,4	24,5	19,3	11,6
		después de seis años.....	35,2	33,4	29,4	28,3

notable ejemplo: se hicieron los ensayos con cuatro aglomerantes de energías muy diferentes, después de una conservación de tres meses y de seis años en el agua del mar, sea en estado puro, sea bajo forma de morteros normales comprimidos y hechos con una parte, en peso, de cemento por tres de arena (arena N' del cuadro A). El primero de estos cementos, A, es de polvo fino de cemento de portland tamizado; los otros tres, B, C y D, se obtuvieron mezclando íntimamente $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ del primero

con $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$ de polvo inerte, de modo que las energías reales de estas cuatro mezclas estaban entre sí como los números 4, 3, 2 y 1. Se notará que para el mortero arenoso, en el cual el cemento se encuentra más dividido, la aproximación de las resistencias se produce más pronto que para el cemento puro, y estaba ya comenzada á los tres meses.

Según la teoría de resistencia de materiales, los ensayos por flexión y por tracción deberían producir los mismos resultados; pero es preciso no olvidar que se parte de la hipótesis de operar con materias perfectamente elásticas, cuyo caso no se da en los morteros, sobre todo cuando se acerca al límite que produce la rotura. M. Durand-Claye mostró que, en realidad, la resistencia deducida de

la flexión era cerca del doble de la que dan los ensayos de tracción con los prismas de 5 centímetros cuadrados. Por nuestra parte, sacamos la consecuencia que, cualquiera que sea la naturaleza y el tiempo que tuviese el mortero, las dos resistencias permanecían proporcionales entre sí. Así, para los ensayos del cuadro B, la relación constante (figura 4) entre las resistencias por flexión y tracción es,

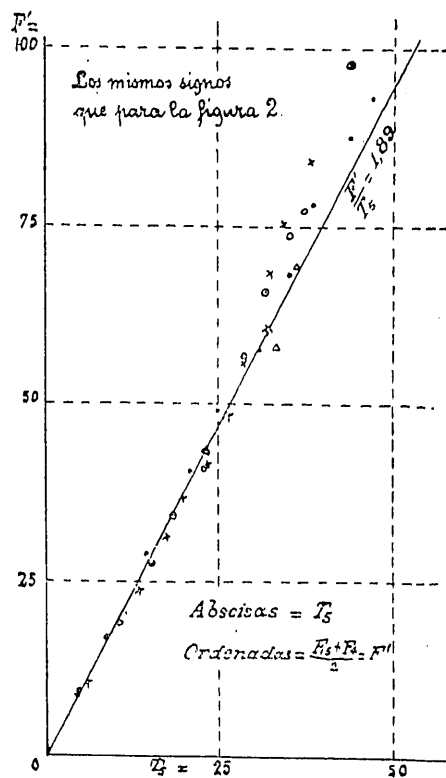


Fig. 4.

próximamente, 1,89. Como término medio, la relación que resulta del conjunto de nuestros ensayos es igual á 2 en números redondos.

En los ensayos por compresión la influencia de la forma y dimensiones del modelo de prueba sobre las resistencias reducidas á la unidad de superficie, es menor que en los ensayos por tracción, por lo menos cuando la altura de los bloques no difiere mucho de las dimensiones lineales de su sección. La figura 5 da á conocer, por ejemplo, que las resistencias establecidas en el cuadro B, con cubos de sección de 50 centímetros cuadrados, ó con prismas de 4 centímetros aplastados entre dos placas paralelas de 4 centímetros de latitud dispuestas perpendicularmente á la longitud del prisma, fueron casi iguales. Diagramas análogos demostrarían que las resistencias obtenidas por medio de los prismas de 2 centímetros de lado son muy poco superiores á las otras dos; pero hemos dicho que este ensayo presentaba alguna incertidumbre.

Por otra parte, la compresión puede ejercerse uniformemente sobre toda la superficie comprimida y afectar con igualdad las diversas regiones del mo-

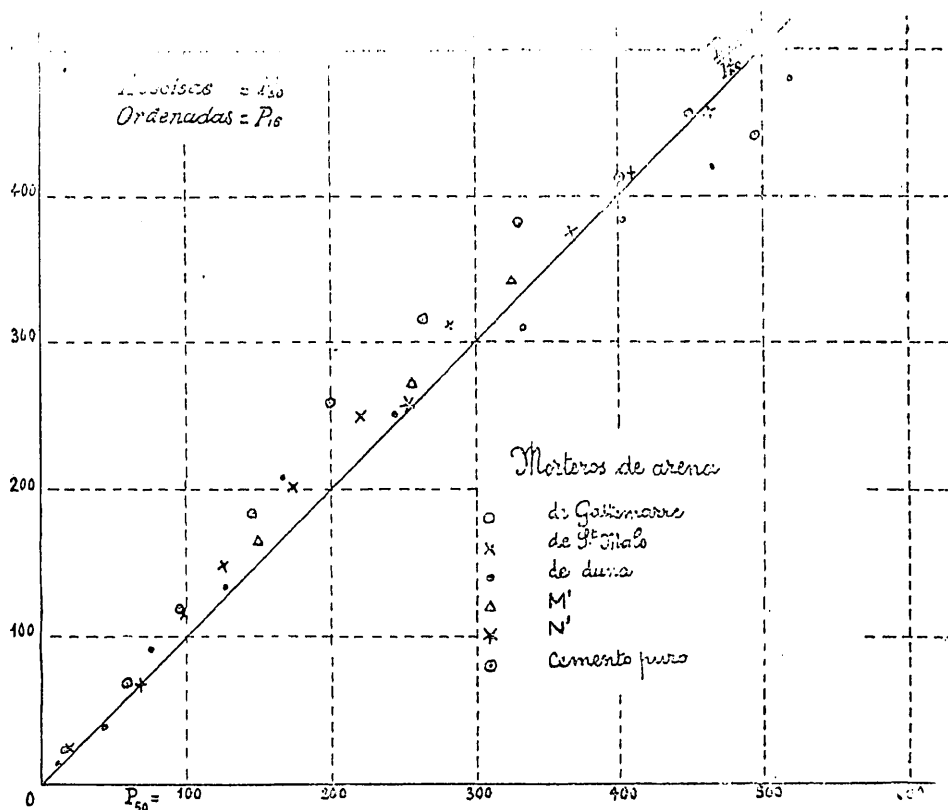


Fig. 5.

delo de ensayo, de modo que ninguna de ellas ejerza una acción preponderante. También se halla, aun para morteros conservados durante mucho tiempo, que las resistencias á la compresión permanecen sensiblemente proporcionales á las energías relativas de los cementos, así como lo atestigua, tanto para las pruebas de mortero arenoso como para las de cemento puro, el adjunto cuadro D, relativo á las mismas mezclas que el cuadro C.

CUADRO D

MEZCLA		A	B	C	D
Resistencia á la compresión por centímetro cuadrado, después de una conservación de seis años en el agua del mar.....	Cemento puro...	510	390	268	105
	Mortero arenoso..	313	210	137	79

(Se continuará.)

FERNANDO G. ARENAL

ATENE0 DE MADRID

CONFERENCIAS DEL SR. ECHEGARAY

En el último artículo relativo á estas conferencias, publicado en el número 1.150 de esta REVISTA, quedó demostrado el teorema de Ábel y abierto el camino á una serie de consideraciones que constituyen la teoría de Galois.

En aquel artículo demostramos, además, que si $\psi(V)$ es un factor irreducible de la resolvente de Galois, $\psi(V) = 0$, las raíces de la ecuación dada pueden expresarse en función de las de este factor sin que varíen las características de las funciones; es decir, que si escribimos las raíces $x_1, x_2, \dots, x_n$ en función de una V , de $\psi(V) = 0$, con lo cual tendremos

$$x_1 = R_1(V), x_2 = R_2(V), x_3 = R_3(V), \dots, x_n = R_n(V),$$

se reproducen las raíces de $f(x) = 0$ sin más que sustituir en los segundos miembros, en vez de V , otra raíz cualquiera de la resolvente parcial $\psi(V) = 0$. De suerte que las expresiones

$$R_1(V_h), R_2(V_h), R_3(V_h), \dots, R_n(V_h)$$

son las mismas raíces $x_1, x_2, \dots, x_n$, si bien en distinto orden que el establecido más arriba; por tanto, puede escribirse la serie anterior de este otro modo:

$$x_\alpha, x_\beta, x_\gamma, \dots, x_\lambda$$

en que $\alpha, \beta, \gamma, \dots, \lambda$ es una permutación de los números 1, 2, 3, ..., n.

Dando á h los valores 2, 3, ..., r, siendo r el grado de $\psi(V)$, y agregando las series que resulten á la primera que hemos escrito, se forma el siguiente cuadro:

$$\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & \dots x_n \\ x_\alpha & x_\beta & x_\gamma & \dots x_\lambda \\ x_{\alpha_1} & x_{\beta_1} & x_{\gamma_1} & \dots x_{\lambda_1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{\beta_{r-2}} & x_{\beta_{r-2}} & x_{\gamma_{r-2}} & \dots x_{\lambda_{r-2}} \end{array}$$

compuesto de $nr = N$ elementos, que son las raíces de la ecuación dada $f(x) = 0$.

Este cuadro se llama *cuadro de Galois* y es importantísimo en toda esta teoría, porque de él dedujo aquel célebre matemático el grupo que lleva su nombre, grupo en que parecen reflejarse todas las propiedades de la ecuación $f(x) = 0$, y que es el fundamento de todo el método.

Combinando la primera línea del cuadro de Galois con ella misma y con todas las demás, se forman las sustituciones

$$\begin{array}{l} \left| \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{array} \right| = S_1 = 1; \quad \left| \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ x_\alpha & x_\beta & \dots & x_\lambda \end{array} \right| = S_2; \\ \left| \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ x_{\alpha_1} & x_{\beta_1} & \dots & x_{\lambda_1} \end{array} \right| = S_3; \dots \left| \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ x_{\alpha_{r-2}} & x_{\beta_{r-2}} & \dots & x_{\lambda_{r-2}} \end{array} \right| = S_r \end{array}$$

Galois demostró que estas sustituciones forman un grupo, y le llamó *grupo de la ecuación $f(x) = 0$* .

La demostración de este importante teorema es muy sencilla, porque basta probar que el producto de dos sustituciones cualesquiera de éstas es otra de la misma serie.

Recordando la manera de obtener el cuadro de Galois y el grupo de la ecuación, parece que este grupo no es único y que corresponderá uno á cada factor irreducible de $\Psi(V)$. De suerte que, descompuesta esta cantidad en factores irreducibles $\Psi(V) = \psi(V) \times \psi_1(V) \times \psi_2(V) \times \dots$, si partiendo de $\Psi(V)$ formamos el cuadro de Galois; al partir de $\psi_1(V)$ parece que llegaremos á otro cuadro distinto, y así sucesivamente. Pero no sucede así: el señor EcheGARAY, siguiendo el método de Picard, demostró que todos los factores de $\Psi(V)$ son del mismo grado y, por tanto, que los diversos cuadros obtenidos tienen las mismas dimensiones; demostró, además, que esos cuadros son iguales, pues sólo difieren en el orden de colocación de las columnas y que, por tanto, los grupos deducidos de esos cuadros son idénticos, con la cual conclusión rectificó aquella á la que llega Picard, el cual dice que los grupos deducidos de los cuadros de Galois difieren en que todas las sustituciones están transformadas por otra.

Al estudiar las propiedades del grupo de una ecuación ó de Galois, hay que empezar por dar mayor latitud á algunos conceptos que hasta ahora hemos restringido bastante.

Hasta aquí siempre que hemos hablado de la invariabilidad de alguna función cuando se la aplica una sustitución cualquiera, nos referíamos á la invariabilidad de forma, esto es, á la absoluta. En adelante, y este es un concepto capital en la teoría de Galois, nos referiremos á la invariabilidad de valor *numérico*, aunque cambie la forma de la función. Para que sea posible la constancia del valor numérico de una función cambiando la forma, es preciso que exista alguna relación entre las cantidades ó letras que entran en la función.

El grupo de la ecuación $f(x) = 0$, $G(S_1, S_2, \dots, S_r)$, goza de propiedades importantísimas: la primera es que si una función $\varphi(x_1, x_2, \dots, x_n)$ de las raíces de $f(x) = 0$ no cambia de valor numérico para todas las sustituciones del grupo G , ese valor numérico se podía expresar en función de los coeficientes de la ecuación dada.

Otra de las propiedades del grupo G es que si una función $\varphi(x_1, x_2, \dots, x_n)$ se expresa en función de los coeficientes de $f(x)$ no cambia de valor numérico para todas las sustituciones del grupo de la ecuación.

Otra de las propiedades fundamentales del grupo de la