

der las operaciones del campo, pues á la oficina deben traerse completas y ultimadas las libretas, no solo para evitar volver sobre el terreno (lo cual representa gasto de tiempo y dinero), sino para mayor seguridad de operaciones ulteriores, como la construcción de planos y perfiles.

El estado tiene el encasillado con todos los datos necesarios para la construcción rápida del plano, pues frente cada vértice numerado, se ve también numerada la recta con sus tangentes, suma de las mismas, las curvas con la mitad de su desarrollo y completo para facilitar las comprobaciones necesarias; las longitudes respectivas entre vértices y bisectrices y los rumbos, ángulos de la derecha, izquierda según la marcha del trazado y centro; y finalmente, el radio de las curvas y hasta la secante para evitar cálculos en el replanteo, de suerte que esta serie de datos facilite los trabajos de campo y de gabinete, que es lo importante después del estudio.

El frente de la tercera hoja se destina á «Detalles», pudiendo prolongarse el plano en la parte inferior del papel si fuere preciso, por más que hemos de aconsejar no aglomerar datos que pueden dar lugar á confusiones en gabinete.

En esta plana de «Detalles» podrá croquizarse los emplazamientos de ángulos, aclaraciones y referencias de puntos de nivelación, inclinación de laderas y valles, clase de cultivo, croquis de canteras y perfiles para proyectar obras de fábrica, y en fin, todos los detalles necesarios para la formación del proyecto.

Al dorso de esta hoja aparecen los datos para la construcción del perfil longitudinal con las cotas del terreno, extremos de rasante en desmonte y en terraplén y además la longitud de rectas y curvas del trazado; cuyo estado se prolonga hasta la hoja cuarta para que resulten unos veinte ó treinta puntos para dos ó tres ángulos que se croquizarán en la hoja correspondiente.

En el dorso de la cuarta hoja y en el frente de la quinta se anotarán de modo claro y preciso los perfiles transversales, bien espaciados para mejor claridad, con las clasificaciones correspondientes.

Las libretas deberán hacerse en papel de cuadrícula pequeña, porque de esa suerte podrán aprovecharse doble número de renglones cuando fuere preciso, y además, la cuadrícula facilita la construcción del croquis, pudiendo el que lo lleva calcular mejor las necesidades del dibujo en relación á la mayor ó menor longitud de terreno que se pretenda fijar en el papel.

Madrid 20 de Abril de 1898.

M. FERNÁNDEZ SOLER
Ayudante de Obras públicas.

(Se continuará.)

REVISTA EXTRANJERA

Legitimidad de la regla llamada del trapecio en el estudio de la resistencia de las presas de fábrica, por M. Maurice Lévy (1).

Después de la catástrofe de Bouzey y de otras de la misma naturaleza ocurridas en diversos países, varios ingenieros han dudado de la legitimidad de la hipótesis de la resistencia de materiales aplicadas á las grandes presas de fábrica.

La más fundamental de estas hipótesis, y aun la única necesaria, es la regla llamada *del trapecio*, que consiste en considerar las presiones normales ejercidas sobre cada hilada como repartidas según una ley lineal.

¿Hasta qué punto es legítima? Quiero decir con esto ¿hasta dónde llega su conformidad con lo que daría la aplicación de la teoría matemática de la elasticidad? No se puede dar una contestación categórica á esta pregunta, porque la teoría de la elasticidad conduce generalmente á problemas de análisis imposibles de resolver. Pero se puede observar que la sección transversal de una presa es siempre intermedia entre un triángulo y un rectángulo. Parece, pues, natural examinar estos dos casos sencillos. Es de suponer que los resultados que den serán los extremos entre los cuales estará comprendida la realidad.

Es fácil comprobar que, para una presa de sección triangular, la teoría matemática de la elasticidad da exactamente el mismo resultado que el uso de la regla del trapecio.

Esta se encuentra así legitimada en este caso, al cual es posible, por otra parte, aproximarse mucho en la práctica.

Consideremos el caso opuesto de una sección rectangular, es decir, un muro de espesor uniforme ϵ . Tomemos dos ejes coordenados: uno Ox dirigido según la coronación del muro de aguas arriba á aguas abajo, el otro Oy dirigido de arriba á abajo según el paramento de aguas arriba. Llamemos k al peso específico de la fábrica referido al peso específico del agua tomado por unidad. Designemos por n , y t respectivamente las componentes normal y tangencial de la presión elástica ejercida sobre un elemento vertical de aguas arriba hacia aguas abajo y por n , t las componentes similares de la presión ejercida de arriba hacia abajo sobre un elemento horizontal (1). Las tres fuerzas n , n_1 , t deben llenar las condiciones siguientes:

1.º Satisfacer á las tres evacuaciones con derivadas parciales

$$\frac{dn_1}{dx} + \frac{dt}{dy} = 0, \quad \frac{dt}{dx} + \frac{dn}{dy} = k, \\ \Delta_2 (n + n_1) = 0$$

siendo

$$\Delta_2 = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2};$$

es fácil demostrar que, en los problemas de elasticidad de dos dimensiones, estas tres ecuaciones reemplazan á las que rigen las traslaciones elásticas, y eso *independientemente de los valores atribuidos á los coeficientes de elasticidad; la última es la que permite prescindir de la hipótesis llamada ley del trapecio;*

2.º Dar en el paramento de aguas arriba, es decir, para $x = 0$,

$$n_1 = y, \quad t = 0;$$

3.º Dar en el paramento de aguas abajo, ó sea para $x = \epsilon$,

$$n_1 = 0, \quad t = 0;$$

4.º Dar en la coronación, ó sea para $y = 0$,

$$n = 0, \quad t = 0.$$

Si se escriben las siguientes expresiones muy sencillas:

$$(1) \quad n = ky + \frac{y^3}{\epsilon^2} \left(\frac{2x}{\epsilon} - 1 \right) \\ + y \left(-\frac{4x^3}{\epsilon^3} + 6\frac{x^2}{\epsilon^2} - \frac{12}{5}\frac{x}{\epsilon} + \frac{1}{5} \right),$$

$$(2) \quad t = \frac{x}{\epsilon} \left(1 - \frac{x}{\epsilon} \right) \left[\frac{3y^2}{\epsilon} - \frac{\epsilon}{5} + x \left(1 - \frac{x}{\epsilon} \right) \right],$$

(1) Comptes rendus.

(1) Se sabe que t es la misma para dos elementos rectangulares cualesquiera.

$$(3) \quad n_1 = \left(1 - \frac{x}{\varepsilon}\right)^2 \left(1 + 2 \frac{x}{\varepsilon}\right) y,$$

se puede comprobar fácilmente que llenan todas las condiciones excepto la última. Para $y = 0$, no se obtiene $t = 0$, sino

$$(A) \quad t = \frac{x}{\varepsilon} \left(1 - \frac{x}{\varepsilon}\right) \left[-\frac{\varepsilon}{5} + x \left(1 - \frac{x}{\varepsilon}\right)\right].$$

Luego la solución sería rigurosa si se aplicasen en la coronación fuerzas tangenciales conformes con la ley (A). Pero, si estas fuerzas no son nulas en toda la coronación, se anulan en cuatro de sus puntos; además, están en equilibrio y sus valores extremos están comprendidos entre

$$t_1 = \frac{\varepsilon}{100} \text{ y } t_2 = \frac{\varepsilon}{80},$$

es decir, que la mayor vale la presión de una columna de agua que tenga por altura el $\frac{1}{80}$ del espesor del muro. Estas fuerzas, que están además en equilibrio, no pueden influir de un modo sensible en la flexión de la presa y, por consiguiente, la sencilla solución que precede puede ser considerada como una aproximación perfectamente satisfactoria.

Comparemos, pues, la presión vertical n con la n_r que da la resistencia de materiales ó la regla del trapecio. Esta daría

$$(1 \text{ bis}) \quad n_r = ky + \frac{y^3}{\varepsilon^2} \left(\frac{2x}{\varepsilon} - 1\right)$$

es decir, los dos primeros términos de la expresión (1) de n dada más arriba. Lo que importa comparar es los máximos de n y de n_r en una sección horizontal cualquiera á la profundidad y .

La expresión (1 bis), lineal, da el máximo de n_r en el paramento de aguas abajo, para $x = \varepsilon$, de suerte que

$$(a) \quad n_{r \text{ máx}} = ky + \frac{y^3}{\varepsilon^2}.$$

Mas en el paramento de aguas arriba el valor que da (1), y que llamaremos n'' , es

$$(a') \quad n'' = ky + \frac{y^3}{\varepsilon^2} - \frac{y}{5}.$$

Su valor es menor que el (a) dado por la resistencia de materiales, lo que es favorable al empleo de esta teoría. La diferencia es una presión de agua igual á la que daría el $\frac{1}{5}$ de la profundidad considerada. Del mismo modo, el mínimo de n_r se encuentra en el paramento de aguas arriba, ó sea

$$n_{r \text{ mín}} = ky - \frac{y^3}{\varepsilon^2}.$$

La fórmula (1) da para este valor, que llamaremos n' ,

$$n' = ky - \frac{y^3}{\varepsilon^2} + \frac{y}{5} > n_{r \text{ mín}}.$$

Supone, por consiguiente, en el paramento de aguas arriba, una presión mayor que la indicada por la resistencia de materiales, lo cual es también favorable al empleo de esta teoría.

Pero n' y n'' no son necesariamente los valores extremos de la presión n ; ésta puede tener un máximo ó un mínimo fuera de los límites n' y n'' correspondientes á los extremos de la junta. Para averiguarlo, tomemos la derivada de n con relación á x ; tendremos según la expresión (1)

$$\frac{\varepsilon}{y} \frac{dn}{dx} = -12 \frac{x^2}{\varepsilon^2} + 12 \frac{x}{\varepsilon} - \frac{12}{5} + 2 \frac{y^2}{\varepsilon^2}.$$

Los máximos y mínimos se deducen, según esto, de la ecuación

$$\frac{x^2}{\varepsilon^2} - \frac{x}{\varepsilon} + \frac{1}{5} - \frac{y^2}{6\varepsilon^2} = 0,$$

de donde resulta

$$(4) \quad \frac{x}{\varepsilon} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{20} + \frac{y^2}{6\varepsilon^2}}.$$

Para que estos dos valores den puntos comprendidos dentro de la presa, es preciso que la mayor sea inferior á la unidad y la menor positiva; lo cual exige que

$$\sqrt{\frac{1}{20} + \frac{y^2}{6\varepsilon^2}} < \frac{1}{2},$$

ó que

$$\frac{y^2}{\varepsilon^2} < \frac{6}{5}, \quad \frac{y}{\varepsilon} < \sqrt{\frac{6}{5}}.$$

Desde el momento en que $\frac{y}{\varepsilon}$ excede del valor $\sqrt{\frac{6}{5}}$, los valores de n' y n'' serán los valores extremos de n , y como ambos son más favorables que los que da la regla del trapecio, se ve desde luego que, á profundidades de alguna consideración, el empleo de la regla del trapecio no puede presentar inconvenientes desde el punto de vista de la seguridad.

Por otra parte, si, para $\frac{y}{\varepsilon} < \sqrt{\frac{6}{5}}$, se sustituye el valor (4) en la expresión (1) de n para obtener los valores extremos de n , se comprueba fácilmente que no salen de los límites en que varía n_r á no ser cerca de la coronación, lo cual no ofrece inconveniente.

Se puede generalizar la solución, suponiendo que en la coronación del muro obren fuerzas que tengan una resultante dada. Si se designan por N y T las componentes de esta fuerza, y por M su momento con relación al punto medio de la coronación, bastará sumar á las expresiones (1), (2), (3) de n , t , n_1 respectivamente las cantidades n' , t' , n'_1 que tienen por expresiones

$$n' = \frac{N}{\varepsilon} + \frac{12(M + Ty)}{\varepsilon^2} \left(x - \frac{\varepsilon}{2}\right),$$

$$t' = \frac{6T}{\varepsilon} \frac{x}{\varepsilon} \left(1 - \frac{x}{\varepsilon}\right),$$

$$n'_1 = 0.$$

que no son otra cosa que los resultados que da en este caso el problema de Saint Venant y también lo que daría la regla del trapecio.

En resumen, para el triángulo, la resistencia de materiales da los mismos valores que la teoría matemática de la elasticidad; para el rectángulo, da valores más desfavorables, y por lo tanto más ventajosos desde el punto de la seguridad: luego se puede aplicar en ambos casos. ¿Se sigue de aquí que se pueda admitir la misma conclusión para los casos reales por ser éstos intermedios entre los dos que hemos estudiado? Parece probable, aunque no pueda afirmarse, pero no deja de tener interés el examen de otros casos. Hemos estudiado la sección trapecial por un procedimiento análogo al empleado para el rectángulo. Conviene también tener en cuenta los efectos caloríficos. Nos reservamos volver á tratar de estos asuntos.