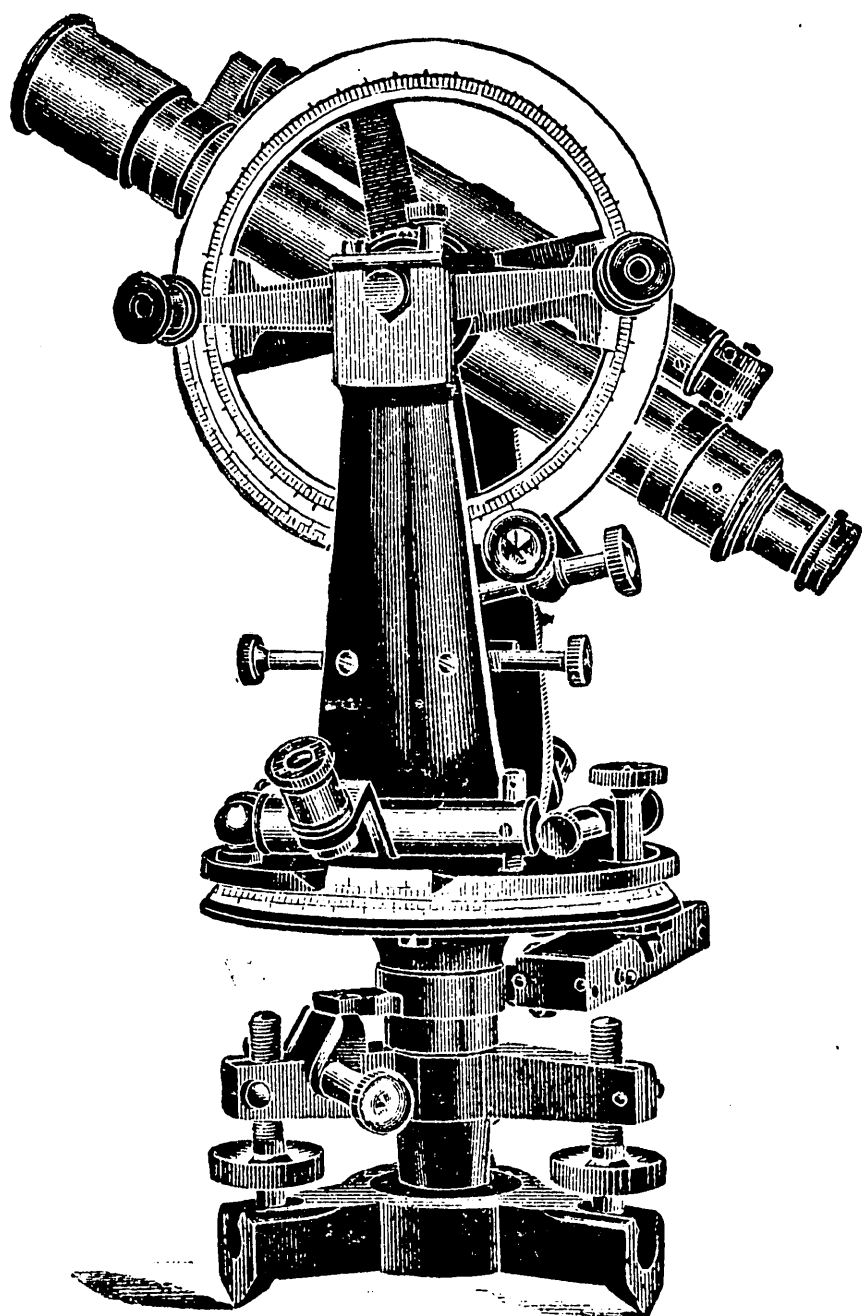
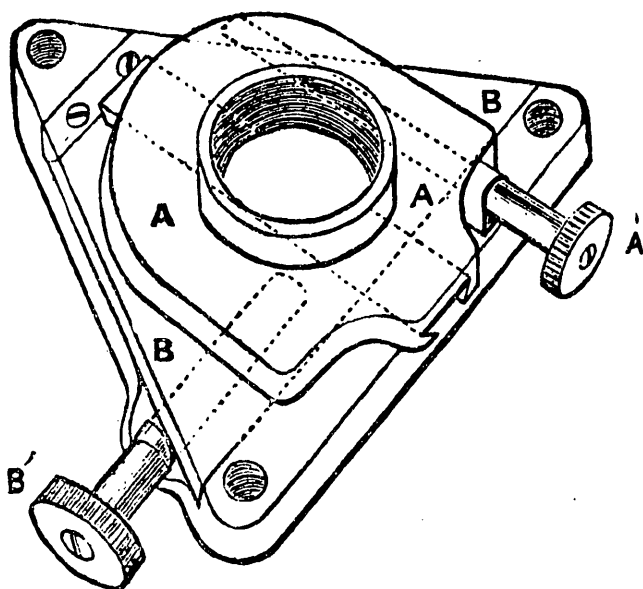




Teodolito Stanley.

ensor. El instrumento se lleva en una caja, y para ponerlo en estación no hay que añadirle ninguna nueva pieza. La cabeza del trípode está construida de una sólida plancha de metal torneada y trabajada hasta darle la forma conveniente. Este teodolito se construye de bronce ó de aluminio, y como se comprende, en el segundo caso es la mitad más ligero.

La fig. 1.^a representa el teodolito telemétrico del mismo constructor, en el que se han introducido las siguientes mejoras: el instrumento descansa sobre tres brazos que permiten se coloque con facilidad el aparato en estación aunque no se use trípode en los casos que así sea necesario y siempre con seguridad de que el teodolito, en general, no sufrirá en lo más mínimo. Sobre esta plataforma de tres brazos, y unida por medio de tornillos, va otra plataforma triangular (véase la figura de detalle), en cuyo centro se atornilla el resto del instrumento. Esta plataforma, por medio de los tornillos A', B', tiene dos movimientos normales de corredera independientes uno de otro, lo cual, como se comprende, sirve para acabar de centrar el aparato. Esta es una novedad importante del instrumento.



Plataforma triangular de doble corredera.

La carrera de estos tornillos y, por lo tanto, de los movimientos transversales de cada corredera, varía entre $\frac{3}{4}$ y una pulgada inglesa, según el tamaño del aparato, cantidad más que suficiente para obtener un ajuste final y que, sin embargo, no afecta en nada al equilibrio del instrumento sobre su trípode.

En este teodolito se ha aumentado el tamaño de los cojinetes del eje del anteojo, y los montantes del telescopio y dichos cojinetes han sido fundidos en una sola pieza. En el retículo, en vez de usar hilos, que tan delicados son de manejar y que tantas molestias causan á menudo, se han colocado puntas de platino é iridio que tienen, entre otras ventajas, la de que no cubren las divisiones de la mira, nunca se enmohecen ni rompen y pueden limpiarse fácilmente con un cepillo muy fino para quitarle el polvo, sin que por eso se altere su exacta posición. El retículo lleva dos puntas horizontales ajustables que sirven para medir distancias. Este instrumento va provisto también de un círculo telescópico graduado, muy sensible y de fácil lectura. Como el anteriormente descrito, se hace de bronce y de aluminio.

UN NUEVO PLANÍMETRO ⁽¹⁾

VI Y ÚLTIMO

TEORÍA GENERAL DEL INTEGRÓMETRO TANGENCIAL

Constituido el modelo en cuyo estudio nos ocupamos en el artículo anterior, he acertado, según allí anuncié, á elevar el nuevo planímetro á la categoría de integrador aplicable á los tres órdenes: $\int y \, dx$, $\int y^2 \, dx$, $\int y^3 \, dx$; ó si se quiere, admitiendo el vocablo, no muy correcto ni por todos aceptado, de *integrómetro general*.

En realidad, pues, no es bajo aquel epígrafe como de-

(1) Véase el número 1.166.

biera aparecer este nuevo trabajo; sobre el planímetro, propiamente dicho, ya quedó expuesto todo lo que le es pertinente. Se comprende, no obstante, que hayamos preferido hacerlo así, no sólo en obsequio de la unidad de esta serie de artículos, sino además porque este último puede ser considerado como un resumen general que, con entera independencia de los precedentes, comprende, á modo de caso particular, los fundamentos teóricos doctrinales de los mismos.

Conviene advertir desde luego que el aparato general no ha sido aún realizado; por consiguiente, el trabajo actual, más que descripción de un instrumento, tiene el carácter simplemente especulativo de Memoria ó anteproyecto del mismo, sin perjuicio de consignar oportunamente algunas observaciones críticas sobre su realización y aplicaciones.

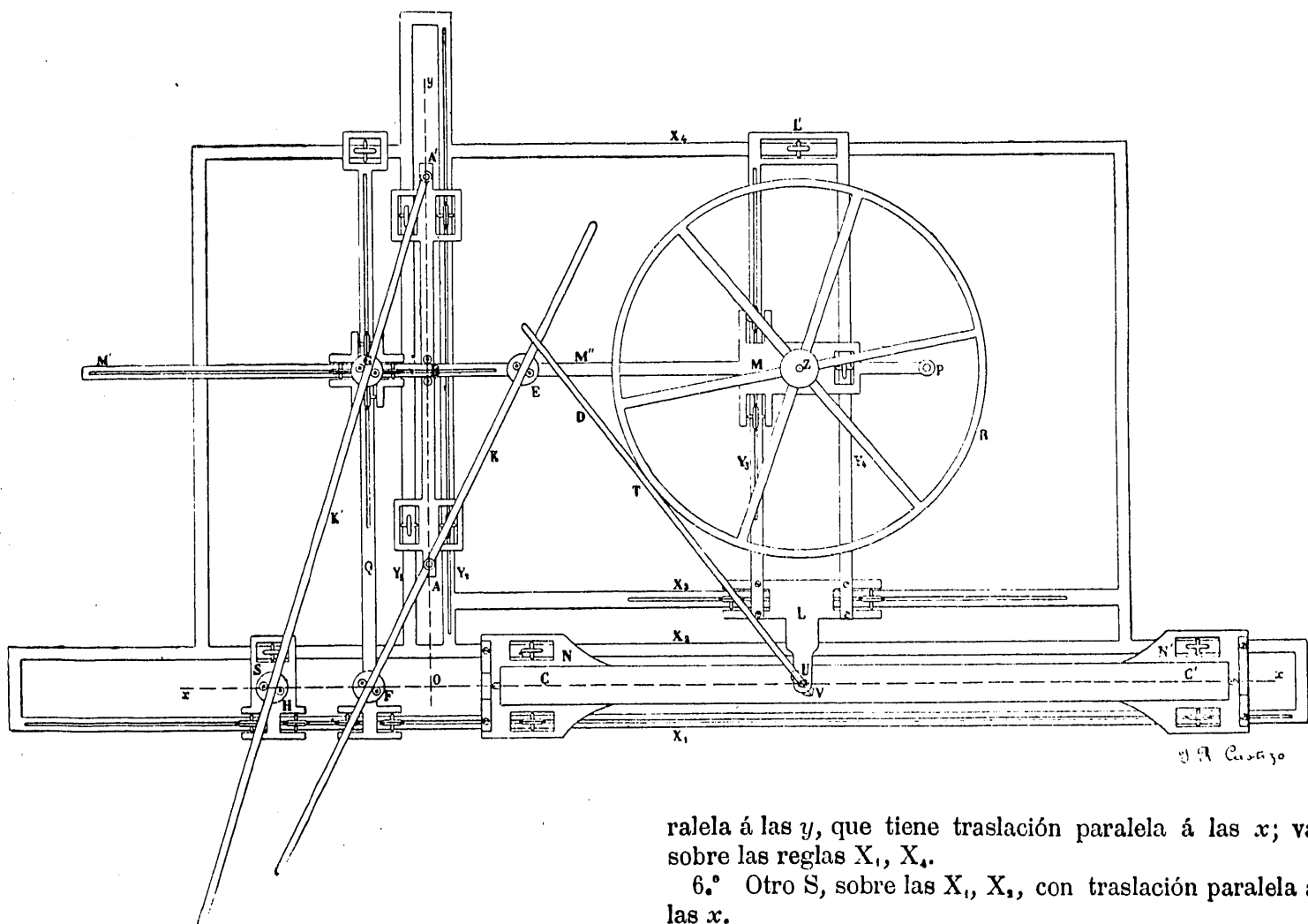
Descripción sumaria.—(Fig. 13).

ELEMENTOS FIJOS.—Un cuadro ó bastidor formado por varias reglas metálicas unidas invariablemente entre sí.

Todas las reglas son paralelas al plano del dibujo; pero sus distancias al mismo varían indefinidamente, al objeto de que los órganos sobre ellas apoyados queden á conveniente altura, según sus relaciones mutuas.

Seis de ellas, las X_1 , X_2 , X_3 , X_4 , Y_1 , Y_2 , están destinadas á servir de guías ó carriles, sobre los que han de rodar varios sistemas móviles, á modo de carritos montados sobre ruedecillas, unas de bordes biselados que se alojen en ranuras adecuadas, otras desprovistas de este detalle, como destinadas simplemente al apoyo de aquéllos.

Algunas otras reglas sólo sirven de enlace. Y entre



todas presentan una base plana, destinada á apoyar sobre el tablero ó mesa de dibujo.

ELEMENTOS MÓVILES.—1.º Un bastidor $LL'Y_1Y_2$, guiado por las reglas X_3 y X_4 ; tiene movimiento de traslación paralela á las x .

2.º Un carro M , guiado por las reglas Y_1 , Y_2 ; tiene sobre éstas movimiento de traslación paralela á las y . Además, participa del que tales reglas tienen, como pertenecientes al bastidor móvil.

3.º Un carro AA' , guiado por las reglas Y_1 , Y_2 ; tiene traslación paralela á las y .

4.º Otro NN' , sobre las reglas X_1 , X_2 ; se traslada paralelamente á las x .

5.º Otro Q , constituido simplemente por una regla pa-

ralela á las y , que tiene traslación paralela á las x ; va sobre las reglas X_1 , X_2 .

6.º Otro S , sobre las X_1 , X_2 , con traslación paralela á las x .

Y 7.º Otro G , sobre las reglas móviles Q y $M'M''$; esta última es solidaria del carro M , y paralela á las x . De modo que el sistema G participa de dos traslaciones: de la que tenga la regla Q , y de la que tenga la $M'M''$, conservándose siempre en la intersección de ambas.

ÓRGANOS ANEJOS Y DE RELACIÓN.—El tren L , base del bastidor móvil, lleva un árbol vertical U , que sostiene una armadura (no representada), donde gira alrededor de un eje horizontal una rueda V , la rueda integradora, de borde afilado. A dicho árbol U , alrededor del cual puede girar aquella armadura, va invariablemente unida una varilla rígida D , que tiene posición horizontal.

El carro M lleva, además de la prolongación ó regla $M'M''$, de que ya quedó hecha mención, otra prolongación que sostiene en P un punzón destinado á recorrer

la curva cuya integración nos proponemos. En su centro tiene también un árbol vertical Z, alrededor del cual gira libremente una rueda R, y sobre la llanta de ésta apoya constantemente la varilla D, á favor de un resorte (no representado).

El carro NN' sirve de soporte á dos cojinetes, sobre los que gira un cilindro de revolución alrededor de su eje de figura. Este cilindro tiene posición horizontal; y sobre su superficie, rigurosamente en la generatriz superior, apoya la rueda V por punto más bajo.

El carro AA' lleva en su punto medio dos rodillos de ejes verticales, por entre los cuales pasa la regla M'M'' con fácil deslizamiento. En sus extremos lleva otros dos ejes verticales, que sirven de apoyo á dos varillas rígidas K y K', destinadas á actuar á modo de palancas horizontales, que establecen relación entre dos pares de platillos E y F, G y H. Al efecto, cada platillo es giratorio alrededor de un eje vertical que le sirve de sostén, y cada uno lleva también un par de rodillos verticales, por entre los cuales deslizan las respectivas palancas. El platillo E está situado sobre la regla M'M'', á distancia invariable del punto P; el F, sobre la regla móvil Q; el G, en el centro del carro de su nombre; el H, en el carro S.

CONDICIONES GEOMÉTRICAS. — Las coordenadas son rectangulares.

El eje U, el F y el H han de estar en un mismo plano con el eje del cilindro CC' y con el eje teórico de las x .

El plano de los ejes Z, U, ha de ser paralelo á las y .

El plano de la rueda V ha de contener al eje U y al de la figura de la varilla D.

Los ejes G, E, Z, y el punzón P, han de estar en un mismo plano paralelo á las x ; los G y F en un plano paralelo á las y .

El plano de los ejes A, A' contiene al eje teórico de las y .

Las distancias BA y B'A y el radio de la rueda R son iguales entre sí. Esta magnitud común, que designaremos por a , es la base de la integración.

CONDICIONES CINEMÁTICAS CONSIGUIENTES.—Al recorrer con el punzón una curva trazada de antemano en el dibujo es evidente que los puntos Z y E (proyecciones de los ejes, como supondremos siempre en adelante) describirán curvas idénticas, sin otra variación que la de tener los puntos correspondientes á una misma ordenada abscisas, que diferirán en las constantes EZ, ZP, EP. De consiguiente, todo incremento de la x del punto P será común para los otros dos.

Los incrementos en y del punzón determinarán el giro de la varilla D alrededor del eje U, comunicando su rotación á la armadura de la rueda V.

El carro AA' recibirá de la regla M'M'' el mismo movimiento en y que se dé al punzón.

La regla Q recibirá de la palanca K el movimiento en x necesario para que los puntos A, E y F estén siempre en línea recta.

El carro S recibirá de la palanca K' el movimiento en x necesario para que los puntos A', G y H estén siempre en línea recta.

Por último, el carro NN', si bien aparece en la figura representado, para evitar complicaciones de dibujo, como si hubiese de ser independiente de todo otro órgano, podrá obedecer á una de estas tres condiciones:

α) Estar fijo sobre sus reglas conductoras.

β) Participar del mismo movimiento en x que el carro Q.

γ) Participar del mismo movimiento en x que el carro S.

Para ello, el aparato tendrá medios adecuados, que consistirán sencillamente en tornillos de presión y en bridas rígidas de enlace, detalles no representados.

Principio fundamental.

Se deriva de la acción física que la rueda V ejerce por rozamiento sobre el cilindro CC' al variar la abscisa del punto de contacto entre uno y otro órgano.

Sea que el cilindro esté fijo, caso α), sea que tenga movimiento propio en x , casos β) y γ), la rueda actúa sobre la superficie del cilindro de tal manera, que todo movimiento relativo de dicho punto de contacto determinará las rotaciones simultáneas de ambos órganos alrededor de sus respectivos ejes, impidiéndose todo deslizamiento y efectuándose, por consecuencia, un movimiento relativo de la rueda respecto del cilindro en el que la primera irá aplicando su borde sobre la superficie de éste á lo largo de una curva á modo de hélice de paso variable, cuya tangente en cada punto formará con el eje del cilindro un ángulo igual al que formaba el plano de la rueda con el mismo, al trazar el elemento respectivo.

Para legitimar esta proposición, basta suponer que la rueda es de una sustancia dura y el cilindro de otra un tanto blanda: acero y madera, por ejemplo. Imaginando el borde de aquélla suficientemente afilado, y dispuestas las cosas de modo que la presión ejercida en el contacto sea la conveniente, el filo penetrará ligeramente en el cuerpo del cilindro, por lo cual la reacción física de rozamiento tendrá por asiento, no un punto geométrico, sino una longitud sensiblemente distinta de cero, que formará con el eje del cilindro el mismo ángulo que el plano de la rueda. Sobre el borde de ésta obrará, pues, una acción oblicua á su plano, que se descompondrá en dos: una, *normal*, que será transmitida al eje y equilibrada, y otra, *tangencial*, que determinará su rotación. Mas la normal, al reaccionar sobre el cilindro, como quiera que es oblicua al eje, se descompondrá á su vez en otras dos: una, *paralela* á éste, que se equilibrará por él, y otra, *perpendicular y tangente al cilindro*, que le obligará también á girar con velocidad conveniente para que, en definitiva, el movimiento relativo resultante sea el que queda expuesto.

Designaremos en adelante con el nombre de *integratriz* la curva así obtenida; nombre cuya justificación resulta de la siguiente

Teoría general.

Sea la curva

$$y = f(x) \quad [1]$$

trazada en el dibujo, cuya integración nos proponemos. La suponemos referida á los ejes teóricos antes citados, según aparecen en la figura.

Designemos por α el ángulo formado, en una posición dada del punzón, por el plano de la rueda V con el eje de las x . El triángulo rectángulo ZTU da inmediatamente

$$\cos \alpha = \frac{ZT}{ZU} = \frac{a}{y}.$$

Sentado esto, supongamos que el punto de contacto entre la rueda y el cilindro sufre un corrimiento elemental relativo, ds ; en virtud del principio fundamental, el borde de la rueda trazará en este movimiento un elemento de la integratriz, $d\sigma$, cuya longitud estará dada por la expresión

$$d\sigma = \frac{ds}{\cos \alpha} = \frac{y ds}{a}. \quad [2]$$

Integrando, tendremos

$$\sigma = \frac{1}{a} \int y ds + C, \quad [3]$$

resultado que demuestra que el arco finito σ de la integratriz es medida de las expresiones $\frac{1}{a} \int y ds$. De aquí el nombre con que la designamos.

Ahora bien; como este arco tendrá una longitud igual al del borde circular de la rueda que al trazarlo ha ido aplicándose á él, bastará conocer el radio de la rueda y el número de vueltas que ha dado para deducir la medida referida. Adicionando, pues, un contador ordinario (no representado) de las dichas vueltas, convenientemente graduado, podremos obtener por una simple lectura las expresiones numéricas de las integrales $\int y ds$, relacionadas con la curva [1] del modo que las leyes cinemáticas del aparato establecen, según vamos á exponer.

Funcionamiento.

α COMO PLANÍMETRO.—Si el carro NN' está fijo sobre sus guías, el corrimiento relativo del punto de contacto quedará evidentemente reducido al absoluto que al punzón se comunique. Por tanto, se tendrá $ds = dx$, y la expresión [3] se convierte en

$$\sigma = \frac{1}{a} \int y dx + C. \quad [4]$$

Luego en este caso, el arco de la integratriz mide el cociente de un área por la base.

1.º Si el arco de la [1] que suponemos recorrido por el punzón es un arco abierto que no comprende máximos ni mínimos de la abscisa, se tendrá, llamando x_0 y x_1 las abscisas de los puntos extremos, σ_0 y σ_1 las lecturas del contador correspondientes á ambas posiciones,

$$\sigma_1 - \sigma_0 = \frac{1}{a} \int_{x_0}^{x_1} y dx. \quad [5]$$

La diferencia de lecturas acusará, pues, el cociente por a del área comprendida entre dicho arco, el eje de las x y las ordenadas extremas.

2.º Si se trata de un contorno cerrado convexo, sean x_0 y x_1 las abscisas mínima y máxima. Supongamos que partiendo del punto correspondiente á la primera recorremos el arco superior terminando en el de la segunda; según la [5], el contador acusará

$$\sigma_1 - \sigma_0 = \frac{1}{a} \int_{x_0}^{x_1} y dx.$$

Sin alterar la posición del contador, volvamos desde este segundo punto al primero por el arco inferior; desig-

nando por y' la ordenada general de este arco, y por σ'_0 la nueva lectura del contador, se tendrá

$$\sigma'_0 - \sigma_1 = \frac{1}{a} \int_{x_1}^{x_0} y' dx = -\frac{1}{a} \int_{x_0}^{x_1} y' dx.$$

Puede observarse que durante esta segunda parte de la operación la rueda integradora habrá girado en sentido contrario que durante la primera. De cualquier modo, el incremento total de lectura del contador, desde que partimos del primer punto hasta que hemos regresado á él, vendrá expresado por

$$\sigma_1 - \sigma_0 + (\sigma'_0 - \sigma_1) = \sigma'_0 - \sigma_0 = \frac{1}{a} \int_{x_0}^{x_1} (y - y') dx. \quad [6]$$

La diferencia, pues, entre las lecturas inicial y final expresará únicamente el área encerrada en el contorno dividida por la base.

3.º Supongamos, por último, que se recorre un contorno cerrado no convexo, tal que pueda ser cortado por la ordenada en más de dos puntos. Imaginando trazadas las ordenadas correspondientes á todos los puntos en que la abscisa sea máxima ó mínima, podremos considerar el área encerrada en el contorno propuesto como la suma algébrica de las contenidas en tantas figuras de la misma forma que en el caso primero como puntos haya que realicen la condición de ser máximo ó mínimo de la abscisa. Si, pues, recorremos con el punzón de modo continuo todo el contorno, y escribimos una expresión de la forma [5] para cada arco comprendido entre dos puntos consecutivos de éstos, bastará sumar estas expresiones afectadas de sus correspondientes signos para que se eliminen todas las lecturas que el contador ofrezca sucesivamente en los puntos intermedios, quedando únicamente la inicial y la final, exactamente como en la expresión [6], á la que podrá darse para este caso general la forma

$$\sigma'_0 - \sigma_0 = \frac{1}{a} \sum \int_{x_n}^{x_m} (y - y') dx, \quad [6']$$

que expresa la siguiente proposición:

Si recorremos, á partir de un punto CUALQUIERA, un contorno cerrado de CUALQUIER forma, y si σ_0 es la lectura del contador al comenzar la operación y σ'_0 la que ofrece cuando hayamos regresado al punto de partida, $\sigma'_0 - \sigma_0$ es, SIN EXCEPCIÓN, la medida numérica del cociente por a del área total encerrada en dicho contorno.

β) COMO INTEGRADOR DE MOMENTOS ESTÁTICOS.—Dejemos libre el movimiento del carro NN', y enlacémosle por medio de una brida rígida, según se dijo ya, con el Q, de modo que en cualquier momento uno y otro sistema tengan la misma velocidad. El corrimiento relativo, ds , del punto de contacto será entonces la diferencia entre el absoluto, dx , de la rueda y el absoluto del carro NN', cuya determinación es por demás sencilla.

En efecto; sea x' la abscisa variable BE, cuya relación con la x es $x' = x - l$, siendo l la constante EP. De los triángulos semejantes ABE y AOF se deduce la relación

$$\overline{OF} = -x' \frac{y - a}{a}$$

Diferenciando, resulta

$$d\overline{OF} = -\frac{x' dy}{a} - \frac{(y - a) dx}{a}$$

teniendo presente que es $dx' = dx$ en todo momento. Pero $d.\overline{OF}$ es el corrimiento relativo elemental del sistema Q, correspondiente al dx del punzón; luego, según lo dicho, se tendrá

$$ds = dx - d.\overline{OF} = dx + \frac{x'}{a} dy + \frac{y-a}{a} dx = \frac{y}{a} dx + \frac{x'}{a} dy$$

por lo que la [4] dará

$$\sigma = \frac{1}{a^2} \left(\int y^2 dx + \int x' y dy \right) + C.$$

Integrando por partes el segundo término, aparece

$$\int x' y dy = x' \frac{y^2}{2} - \frac{1}{2} \int y^2 dx.$$

Sustituyendo, pues, y reduciendo, queda

$$\sigma = \frac{1}{2a^2} \int y^2 dx + \frac{x'y^2}{2a^2} + C;$$

ó bien

$$\sigma = \frac{1}{2a^2} \int y^2 dx + \frac{(x-l)y^2}{2a^2} + C. \quad [7]$$

Pero $\frac{1}{2} \int y^2 dx$ es el momento estático del área $\int y dx$ entre los mismos límites, respecto del eje de las x ; luego el arco finito σ mide en este caso el cociente, por el cuadrado de la base, de un momento estático, aumentado en una función finita de las coordenadas.

1.° Si se recorre un arco abierto desde el punto (x_0, y_0) al (x_1, y_1) , y que carezca de máximos y mínimos de la abscisa, se tiene

$$\sigma_1 - \sigma_0 = \frac{1}{2a^2} \int_{x_0}^{x_1} y^2 dx + \frac{1}{2a^2} \left[x_1 y_1^2 - x_0 y_0^2 - l(y_1^2 - y_0^2) \right] \quad [8]$$

El contador acusará el cociente por a^2 del momento estático, con respecto al eje de las x , del área rodeada por este arco, el eje y las ordenadas extremas, aumentado en una función conocida de las coordenadas de los puntos extremos.

2.° Si recorremos un contorno cerrado convexo, cuyos puntos máximo y mínimo en x son (x_0, y_0) , (x_1, y_1) , repitiendo idéntico razonamiento que en el caso α) y observando, además, que la función de las coordenadas extremas es una misma para los dos arcos, superior é inferior del contorno, por lo cual DESAPARECERÁ al restar, concluiremos la relación

$$\sigma_0 - \sigma_0 = \frac{1}{2a^2} \int_{x_0}^{x_1} (y^2 - y'^2) dx; \quad [9]$$

y el contador marcará, por la diferencia de lecturas, únicamente el cociente por a^2 del momento estático del área encerrada en el contorno, respecto del eje de las x .

3.° Si se trata, en fin, de un contorno cualquiera, razonando exactamente como en el caso anterior, podremos escribir la expresión general

$$\sigma_0 - \sigma_0 = \frac{1}{2a^2} \sum \int_{x_m}^{x_n} (y^2 - y'^2) dx. \quad [9']$$

Y, por tanto: Si con esta disposición del aparato recorremos,

á partir de un punto CUALQUIERA, un contorno cerrado de CUALQUIER forma, y si σ_0 y σ'_0 son las lecturas inicial y final, $\sigma'_0 - \sigma_0$ será, SIN EXCEPCIÓN, la medida numérica del cociente por a^2 del momento estático, respecto del eje de las x , del área encerrada en dicho contorno.

Y) COMO INTEGRADOR DE MOMENTOS DE INERCIA.—Suponiendo el sistema NN' enlazado rigidamente con el S, el incremento de su abscisa será $d.\overline{OH}$. Pero los triángulos A'OH y A'BG dan

$$\overline{OH} = \overline{OF} \frac{y+a}{a} = -x' \frac{y^2 - a^2}{a^2},$$

trayendo el valor de $\overline{OF}$ antes hallado. En consecuencia, se tendrá

$$d.\overline{OH} = -\frac{2x'y dy}{a^2} - \frac{(y^2 - a^2) dx}{a^2};$$

por lo que el corrimiento elemental relativo del punto de contacto resulta ser ahora

$$\begin{aligned} ds &= dx - d.\overline{OH} = dx + \frac{2x'y}{a^2} dy + \frac{y^2 - a^2}{a^2} dx \\ &= \frac{y^2}{a^2} dx + \frac{2x'y}{a^2} dy. \end{aligned}$$

De consiguiente, la [4] se convierte en

$$\sigma = \frac{1}{a^2} \left[\int y^2 dx + 2 \int x'y dy \right] + C;$$

é integrando por partes la segunda integral y reduciendo,

$$\sigma = \frac{1}{3a^2} \int y^2 dx + \frac{2}{3} \frac{x'y^2}{a^2} + C.$$

Y como $\frac{1}{3} \int y^2 dx$ es el momento de inercia del área

$\int y dx$ con respecto al eje de las x , el arco de la integratriz mide en este caso el cociente por a^2 de un momento de inercia, aumentado en una función finita de las coordenadas.

Repitiendo los mismos razonamientos de los casos anteriores, resulta, pues:

1.° Para una curva abierta,

$$\begin{aligned} \sigma_1 - \sigma_0 &= \frac{1}{3a^2} \int_{x_0}^{x_1} y^2 dx \\ &+ \frac{2}{3a^2} \left[x_1 y_1^2 - x_0 y_0^2 - l(y_1^2 - y_0^2) \right] \quad [11] \end{aligned}$$

que establece que la diferencia de lecturas del contador mide el cociente por a^2 del momento de inercia, respecto del eje de las x , del área encerrada en el contorno del arco, el eje y las ordenadas extremas, aumentado en una función conocida de las coordenadas de los puntos extremos.

2.° Para un contorno convexo,

$$\sigma'_0 - \sigma_0 = \frac{1}{3a^2} \int_{x_0}^{x_1} (y^2 - y'^2) dx \quad [12]$$

Y 3.° Para un contorno cualquiera,

$$\sigma'_0 - \sigma_0 = \frac{1}{3a^3} \sum \int_{x_m}^{x_n} (y'^3 - y^3) dx \quad [12']$$

que expresan en general:

Si con esta disposición del aparato recorremos, á partir de un punto CUALQUIERA, un contorno cerrado de CUALQUIER forma, y si σ_0 y σ'_0 son las lecturas inicial y final del contador, $\sigma'_0 - \sigma_0$ será, SIN EXCEPCIÓN, la medida numérica del cociente por a^3 del momento de inercia, respecto del eje de las x , del área encerrada en dicho contorno.

Breves consideraciones críticas

Expuesta así la teoría de este integrador general, tan sucintamente como ha sido posible, sin perjudicar á la claridad y al rigor, queda fuera de toda duda teórica la constitución del aparato. Pasando á considerar su realización, comencemos por declarar que no estimamos propio de este trabajo, dado nuestro propósito actual, extendernos en una amplia y detallada discusión sobre sus condiciones prácticas, y mucho menos sobre sus ventajas é inconvenientes, en relación con los otros, no muy numerosos ni acreditados, integradores propuestos hasta el día. Empeño vano sería además querer aquilatar, exclusivamente por consideraciones teóricas, tales condiciones y cualidades, pues que, según queda dicho, solamente se ha construido hasta ahora como simple planímetro, y ningún ensayo de aplicación á los órdenes superiores ha podido, por tanto, revelar nada referente á ellas.

No es, con todo, enteramente inoportuno adelantar en este lugar ciertas observaciones que ocurren inmediatamente de concebida la combinación, siquiera por ser necesarias al buen juicio que del lector desea todo innovador al someter su creación al fallo del público.

Descartando el funcionamiento como simple planímetro, sobre el cual ya quedó expuesto en el artículo anterior cuanto interesar pueda, procede examinar el funcionamiento con aplicación al segundo y tercer orden. Desde luego puede observarse que la mayor dificultad con que se tropezará es la comunicación de movimientos por esfuerzos demasiados oblicuos en la acción de las palancas K y K'. A esto añadiremos la multiplicidad de transmisiones que el tercer orden exige; y en último término, el excesivo volumen que la instalación de los órganos transmisores parece imponer, á lo menos según representa la figura que nos ha servido para establecer la teoría. Digamos, ante todo, que la disposición de esta figura dista mucho del plan de organización que al aparato habrá de darse en su realización práctica; al dibujarla sólo se ha tenido en cuenta el fin principal de ayudar á la mente lo mejor posible para la exacta comprensión de las relaciones cinemáticas, huyendo de toda complicación de dibujo. Añádase aún que es muy admisible la posibilidad de hallar otros medios de transmisión esencialmente distintos y

más ventajosos, que realicen las mismas propiedades cinemáticas, en cuanto á las velocidades relativas de los sistemas móviles fundamentales.

Mas, de cualquier modo, interesa consignar aquí que en el proyecto ya planeado del aparato de aplicación los juegos de las palancas K y K' se verifican en distintos planos: uno por encima, y otro por debajo del de las dos reglas Y_1 , Y_2 . Asimismo, los sistemas móviles N, Q, G, S y A se trasladan á distintas alturas; de modo que, no estorbándose mutuamente en sus movimientos todos estos órganos, pueden, sin inconveniente, cruzarse en proyección horizontal. De aquí resulta, en primer término, que la extensión superficial de la porción izquierda del aparato queda considerablemente reducida; y en segundo lugar, la circunstancia, mucho más importante aún, de que la oscilación angular de las palancas será á uno y otro lado del eje de las y , lo que permitirá duplicar la amplitud total prácticamente admisible para los movimientos.

Una vez, pues, que sea determinado por la experiencia el límite máximo del ángulo que puedan formar las palancas con el eje de las x sin que se originen perturbaciones ni durezas de los movimientos, no es gran cosa aventurada la afirmación de que siempre será posible elegir la base (radio de la rueda R) y la amplitud total ó carrera máxima del punzón en x y en y , con tal relación entre sí, que, conservándonos dentro de aquel límite, resulte el aparato prácticamente aplicable á las figuras de dimensiones corrientes, sin dejar de ser cómodo y manuable por su peso y volumen.

Importa aún observar que, limitando la combinación á los dos primeros órdenes (los más frecuentemente necesarios), las simplificaciones serían tan notables, que no ya aventurar la afirmación, sino sentarla categóricamente es permitido. En efecto: suprimidos el carro S, el G, el Q y la palanca K', é instalado el platillo F sobre el mismo cuerpo del carro N, no queda duda alguna, vistos los resultados que ha ofrecido el planímetro, que el aparato sería perfectamente práctico. Las dudas pueden, si, subsistir para el integrador de tercer orden; pero, aun así, no creo se me pueda acusar de dejarme mecer en ilusiones de inventor, al sentar que sólo la experiencia podrá fallar en definitiva sobre la cuestión, y que, sólo después de ensayos repetidos, podría decidirse si el aparato íntegro reunía ventajas superiores á las de los demás integrómetros, ó quedaba, como ellos casi lo están, relegado á la categoría de una combinación cinemática interesante desde el punto de vista científico, pero de escasa ó ninguna utilidad práctica. Nada, pues, cabe por el momento anunciar sobre el porvenir que se reserve á la nueva combinación.

JOSÉ RUIZ CASTIZO.

Zaragoza, Enero de 1898.