

REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS

FUNDADA Y SOSTENIDA POR EL CUERPO NACIONAL DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

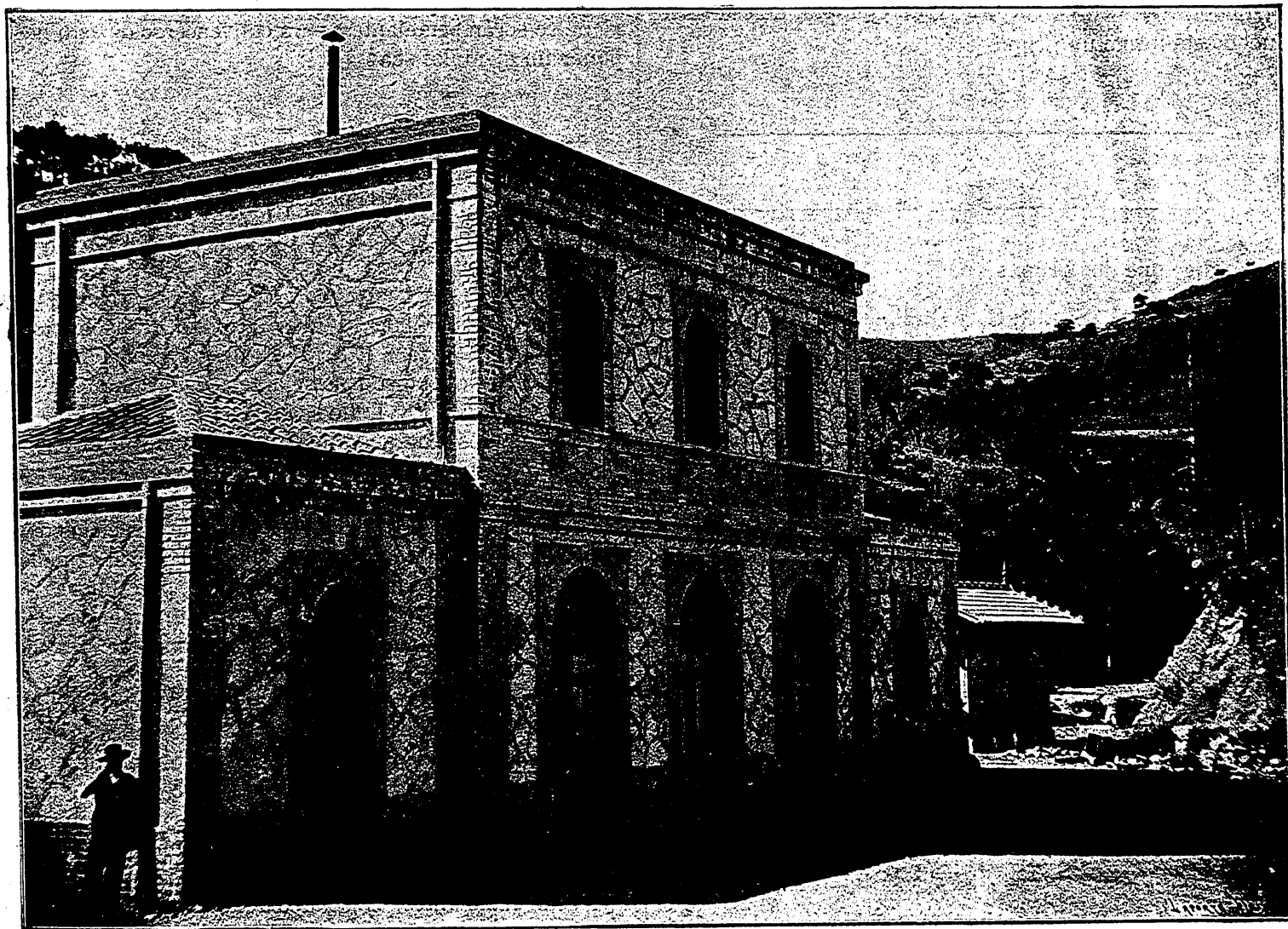
Redactor-Presidente.. Ilmo. Sr. D. Luis Sáinz, Inspector general de primera clase del Cuerpo de Ingenieros de Caminos.
Redactores..... Los Sres. Presidentes de las Comisiones regionales de Ingenieros.
 D. Luis Gaztelu, Profesor de la Escuela de Caminos.
 D. Manuel Maluquer, Ingeniero del mismo Cuerpo, *Secretario*.
Colaboradores..... Todos los Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.

SE PUBLICA LOS JUEVES

Redacción y Administración: Puerta del Sol, 9, pral.

ESTACIÓN DE CORTEGANA

Ferrocarril de Zafra á Huelva (Huelva).



Estación de Cortegana.—De todas las estaciones del ferrocarril de Zafra á Huelva dimos algunas noticias en el número de esta REVISTA del día 28 de Enero último al tratar de la estación de Huelva.

Puente colgado de Aranjuez.—Fué construido en el año 1834. Su longitud es de 34 metros; el ancho entre andenes de 1,95 metros, de los paseos 1,25 y de los paseos volados 1,50.

ATENEO DE MADRID

CONFERENCIAS DEL SR. ECHEGARAY

(Continuación.)

Supongamos que T, T₁, T₂, T₃,..... representan todas las sustituciones permutables con el grupo G. Vamos á demostrar que esas sustituciones forman otro grupo. En efecto, se tendrá

$$\begin{aligned} S_p T &= T S_q \\ S_p T_1 &= T_1 S_{q'} \end{aligned}$$

despejando T y T_1 , resulta

$$\begin{aligned} T &= S_p^{-1} T S_q \\ T_1 &= S_p^{-1} T_1 S_{q'} \end{aligned}$$

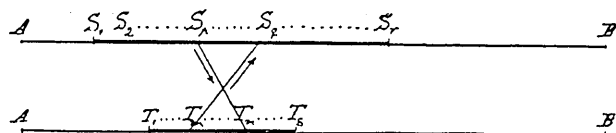
y multiplicando ordenadamente estas dos igualdades

$$T T_1 = S_p^{-1} T S_q S_p^{-1} T_1 S_{q'},$$

el producto $S_q S_p^{-1}$ es otra sustitución S_m del grupo; luego $T T_1 = S_p^{-1} T S_m T_1 S_{q'}$; mas por ser T permutable con G, el producto $T S_m$ será igual á $S_n T$, siendo S_n otra sustitución del mismo grupo; y representando por S_h el producto $S_p^{-1} S_n$, se obtiene:

$$T T_1 = S_h T_1 S_{q'}, \text{ de donde } (T T_1) S_{q'}^{-1} = S_h (T T_1);$$

luego el producto $T T_1$ es permutable con el grupo; y como hemos supuesto que en la serie T, T_1 , T_2 , ... estaban todas las sustituciones permutables con él, resulta que $T T_1$ es una de las sustituciones, T_α por ejemplo, de esa serie; luego ésta forma un grupo.



Se dice que dos grupos

$$G(S_1, S_2, S_3, \dots, S_r \text{ y } G'(T_1, T_2, \dots, T_s))$$

son permutables cuando se verifica la relación

$$S_p T_n = T_m S_q$$

fijando previamente p y q y determinando m y n.

Multiplicando dos á dos las sustituciones de dos grupos permutables, se forma otro de un orden igual al producto de los órdenes de los grupos dados.

Si los grupos de que se parte son G y G', el orden del que resulta es igual á rs.

Consideremos la serie de todas las sustituciones

$$S_1, S_2, S_3, \dots$$

que transforma á otra T en una potencia de ella misma; esa serie es un grupo. Sean S_p y S_q dos sustituciones cualesquiera tales que

$$\begin{aligned} S_p T S_p^{-1} &= T^m \\ S_q T S_q^{-1} &= T^{m'} \end{aligned}$$

para demostrar el teorema hay que probar que el producto $S_p S_q$ es una sustitución de la serie S, ó lo que es igual, hay que demostrar que se verifica la igualdad

$$(S_p S_q) T (S_p S_q)^{-1} = T^{m''}.$$

El primer miembro de esta última igualdad se puede escribir de la manera siguiente:

$$(S_p S_q) T (S_p S_q)^{-1} = S_p (S_q T S_q^{-1}) S_p^{-1};$$

puesto que

$$(S_p S_q)^{-1} = S_q^{-1} S_p^{-1};$$

y como $S_q T S_q^{-1} = T^{m'}$ resulta

$$\begin{aligned} (S_p S_q) T (S_p S_q)^{-1} &= S_p T^{m'} S_p^{-1} \\ &= S_p T T T \dots (m') S_p^{-1}; \end{aligned}$$

y colocando entre cada dos T la unidad, bajo la forma de $S_p^{-1} S_p$, resulta

$$\begin{aligned} &(S_p S_q) T (S_p S_q)^{-1} \\ &= \underbrace{(S_p T S_p^{-1}) (S_p T S_p^{-1}) (S_p T S_p^{-1}) \dots (S_p T S_p^{-1})}_{m'} \\ &= (T^m)^{m'} = T^{m m'}. \end{aligned}$$

Acabamos de ver que todas las sustituciones S que transforman á otra T en una potencia T^m forman un grupo; pero, ¿existirán sustituciones S que produzcan tal transformación? Si nos fijamos en que STS^{-1} es semejante á T, observaremos que esta sustitución y su potencia m lo han de ser también; pero es claro que T y T^m no siempre serán semejantes; para convencerse de esto basta poner un ejemplo: sea

$$T = (a \ b \ c \ d) = \begin{vmatrix} a & b & c & d \\ b & c & d & a \end{vmatrix};$$

la potencia T^2 es igual á la sustitución

$$\begin{vmatrix} a & b & c & d \\ c & d & a & b \end{vmatrix}$$

ó sea el producto de los dos ciclos ó transposiciones (ac) y (bd): $T^2 = (ac) (bd)$; T se descompone en un solo ciclo y T^2 en dos: no son semejantes. ¿Qué condición será precisa para que T y T^m lo sean? Vamos á deducirla.

Imaginemos una sustitución descompuesta en ciclos. Puesto que éstos no tienen ninguna letra común, cualquier potencia de aquélla será igual al producto de las potencias correspondientes de los ciclos. Si uno de los ciclos de la sustitución es el (mnpq) y otro el (rst), al elevar aquélla á una potencia cualquiera, las letras m, n, p, q, nunca vendrán sustituidas por las r, s, t; se sustituirán entre sí las de cada ciclo, pero no las de un ciclo con otro. De aquí resulta que si la potencia T^m de una sustitución no es semejante á ésta, á T, esto dependerá de que alguno de los ciclos de T, al elevarlo á la potencia m, se habrá descompuesto en otros varios; dependerá de esto y no de que se haya formado un nuevo ciclo con letras de ciclos distintos. Por consecuencia, la determinación de las condiciones necesarias para que T y T^m se descompongan en el mismo número de ciclos de igual número de letras, esto es, para que sean semejantes, se reduce á la investigación de las condiciones necesarias para que la potencia m de un ciclo sea igual á otro solo ciclo.

Consideremos, pues, el ciclo T de n letras

$$T = (a, b, c, \dots, l).$$

(Se continuará.)

M. LUÑA.

Alumno de la Escuela de Caminos