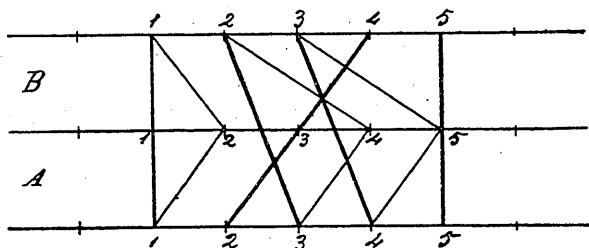


Una sustitución circular está representada por una serie de líneas tales que el extremo de cada recta está en la misma vertical que el origen de la siguiente, y el extremo de la última en la misma vertical que el origen de la primera.

Se obtiene el producto de varias sustituciones formando tantas fajas como factores haya y hallando las resultantes parciales. El producto AB de las sustituciones

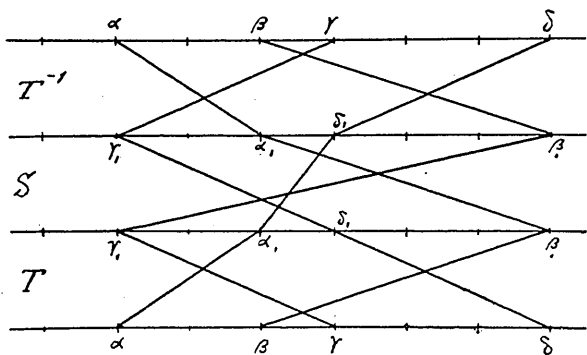
$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

está representado por las líneas fuertes de la figura.



Comprendida la representación geométrica de las sustituciones y sabiendo cómo por medio de esta representación se puede obtener el producto de varias de ellas, entremos en la demostración del teorema.

Para demostrar que las sustituciones S y TST^{-1} son semejantes, hay que probar que se descomponen en el mismo número de ciclos, que tienen respectivamente el mismo número de letras. Esto quedará probado demostrando que cualquier ciclo de TST^{-1} tiene su correspondiente del mismo orden en S y recíprocamente.



Consideremos un ciclo cualquiera de TST^{-1} , el cual tendrá en general menos letras que la sustitución, y sea el $(\alpha\beta\gamma\delta)$. Supongamos que en la sustitución T^{-1} las letras α, β, γ y δ vengán sustituidas por las $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \delta_1$ (1). Las rectas $\alpha\alpha_1, \beta\beta_1, \gamma\gamma_1$ y $\delta\delta_1$, situadas en la primera faja de la figura, representan la sustitución T^{-1} . Para que la línea quebrada que parte de α , y cuyo primer lado es $\alpha\alpha_1$, vaya a terminar en el punto β de la cuarta línea (y allí ha de terminar por ser $(\alpha\beta\gamma\delta)$ un ciclo de TST^{-1}), es preciso que el segundo lado, que empieza en α_1 y ha de estar comprendido en la 2.ª faja, termine en un punto de la tercera línea, tal, que uniéndole con el β de la cuarta resulte una recta simétrica de la $\beta\beta_1$, que está en la primera faja; y esto ha de ser así porque siendo T^{-1} y T dos sustituciones inversas, si en T^{-1} la letra β está sustituida por β_1 , en T la letra β será la que sustituya a β_1 ; resulta, pues, que la línea quebrada que une el punto α de la primera línea con

el β de la cuarta es la $\alpha\alpha_1\beta_1\beta$. Por un razonamiento análogo al que acabamos de emplear, se ve que la quebrada que une el punto β de la primera línea con el γ de la cuarta es la $\beta\beta_1\gamma_1\gamma$; la que une los puntos γ y δ es la $\gamma\gamma_1\delta_1\delta$; y por fin, la que une los puntos δ y α y cierra, por tanto, el ciclo $(\alpha\beta\gamma\delta)$, es la $\delta\delta_1\alpha_1\alpha$.

Pero al mismo tiempo que se cierra este ciclo, entre las horizontales primera y cuarta, se cierra otro en la faja intermedia, que representa la sustitución S . En efecto; las rectas $\alpha_1\beta_1, \beta_1\gamma_1, \gamma_1\delta_1, \delta_1\alpha_1$, son las que representan parte de la sustitución S y esta parte es un ciclo, el $(\alpha_1\beta_1\gamma_1\delta_1)$, ó poniendo en vez de estas letras las que son en realidad en este ejemplo, el ciclo $(\gamma\delta\beta\alpha)$.

De igual modo se demostraría que todo ciclo de S tiene en TST^{-1} otro correspondiente de su mismo orden.

(Se continuará.)

M. LUIÑA.

Alumno de la Escuela de Caminos

REVISTA EXTRANJERA

Duración de las lámparas de incandescencia.

L'Electricien, en uno de sus números recientes, contiene un artículo suscrito por A. Lély, inspirado en un trabajo publicado en el *Bulletin technique*; extractamos de aquel artículo las siguientes consideraciones.

Muchos ingenieros se fijan todavía exclusivamente en la duración, para apreciar la bondad de las lámparas de incandescencia, y algunos han formado cuadros para diferentes clases de lámparas, con el objeto de elegir las más duraderas. Este criterio de elección es, sin embargo, discutible, por razón del considerable descenso del precio de las lámparas en estos últimos años, que puede ser causa, en ciertos casos, de que la ventaja del aumento de su duración sea secundaria, como vamos a demostrar.

Todo el mundo sabe que, en las lámparas de incandescencia, se produce la luz por el calentamiento de un filamento de carbón extremadamente tenue colocado en un vacío relativo, hasta la temperatura en que se vuelve incandescente.

Este calentamiento se produce por la resistencia que experimenta la corriente al pasar por el filamento de carbón; la cantidad de calor que se desprende y produce la incandescencia, transformándose una parte del calor en luz, está dada por la ley de Joule,

$$H = k R I^2 t$$

siendo H el calor desprendido, R la resistencia del conductor, I la intensidad de la corriente, t el tiempo y k un coeficiente numérico igual a la inversa del equivalente mecánico del calor.

Si se llama Q a la cantidad de electricidad que pasa durante el tiempo t , es decir, al producto It (ley de Faraday), la ecuación anterior se puede escribir bajo la forma

$$H = k R Q I = k R \times It \times I.$$

Si se hace variar la resistencia R , permaneciendo constantes H y t , se ve que, cuando R aumenta, la intensidad I disminuye.

Luego para una misma cantidad de calor H , la intensidad I será tanto menor, cuanto mayor sea la resistencia R del conductor.

Según esto, para obtener lámparas incandescentes que gasten poca electricidad, conservando la misma potencia luminosa, será preciso disminuir todo lo posible la sección del filamento de carbón para que aumente la resistencia. En la práctica, se trata de disminuir sensiblemente la sección sin aumentar demasiado la longitud del filamento, con el objeto de que conserve suficiente

(1) Estas letras, $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \delta_1$, son las mismas $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ en otro orden; por eso en la figura están colocadas en correspondencia con ellas.

rigidez. Además, hay que limitar esta reducción de la sección del filamento por la consideración de la duración de la lámpara, porque, cuanto más fino es el filamento, es también más frágil, y, como por otra parte, su incandescencia aumenta, puesto que recibe la misma cantidad de calor con un volumen más pequeño, se comprende que la duración de una lámpara con un filamento delgado será menor que la de otra que tenga un filamento más grueso.

Las consideraciones que preceden han conducido á algunos fabricantes de lámparas á crear un tipo especial de pequeña duración y de poco consumo, que se ha llamado lámpara económica, por oposición á las antiguas lámparas, cuya duración es mayor, lo mismo que su consumo de energía, y que se llaman lámparas industriales.

Vamos á comparar estas dos clases de lámparas, tomando como ejemplos casos que han ocurrido en la práctica.

Consideraremos lámparas de 16 bujías.

La lámpara económica, que consume 2,5 watts por bujía, dura 350 horas.

La lámpara industrial consume 3,5 watts por bujía, y su duración es de 1.000 horas.

Primer ejemplo.—Sea el caso de uno de los sectores de París, en que cuesta actualmente el kilowatt-hora 1,20 francos.

Busquemos el coste del alumbrado durante 1.000 horas con las dos clases de lámparas.

La lámpara económica consume por hora

$$16 \times 2,5 = 40 \text{ watts-horas,}$$

y, para 1.000 horas, 40 kilowatts-horas, cuyo coste será $40 \times 1,2 = 48$ francos.

Durante este tiempo se habrán gastado $\frac{1.000}{350} = 3$ lámparas, cuyo precio es de 1,40 francos, algo mayor que el de las industriales por la mayor dificultad de su fabricación; las tres lámparas valdrán 4,20 francos.

Y el coste total del alumbrado, durante 1.000 horas, será

$$48 + 4,20 = 52,20 \text{ francos.}$$

Para la lámpara industrial, el consumo de energía eléctrica será

$$16 \times 3,5 \times 1.000 = 56 \text{ kilowatts-horas}$$

y el coste, $56 \times 1,2 = 67,20$ francos.

Se habrá gastado una lámpara, que vale 1,10 francos, y el coste total del alumbrado será

$$67,20 + 1,10 = 68,30 \text{ francos.}$$

La economía á favor de la lámpara económica es, pues, de 16,10 francos, ó sea, de $\frac{16,1}{68,3} = 23,5$ por 100.

El poder de iluminación de las lámparas disminuye progresivamente, mientras que su resistencia, y su consumo por lo tanto, aumentan; y aunque las cifras que preceden no tienen nada de absoluto, se ve, sin embargo, que en este caso se obtiene una economía eligiendo lámparas de pequeño consumo y corta duración.

También es ventajoso el empleo de estas lámparas cuando no se dispone más que de una potencia limitada para producir la electricidad, ó cuando se utilizan acumuladores; en una palabra, siempre que la electricidad cuesta cara.

Segundo ejemplo.—Sea el caso de una fábrica, en la que el caballo transmitido á la dinamo cuesta 0,09 francos, comprendiendo en este precio el consumo de carbón, la conservación de la caldera, de la máquina de vapor, de la dinamo y de los conductores, así como la amortización de todo este material y los gastos de personal.

Calculemos el precio del kilowatt-hora.

Siendo el rendimiento de la dinamo 80 por 100, cada caballo de vapor producirá

$$0,736 \times 0,80 = 0,588 \text{ kilowatts-horas.}$$

$$\text{Luego 1 kilowatt-hora costará } \frac{0,09}{0,588} = 0,153 \text{ francos.}$$

En 1.000 horas, la lámpara económica gastará, como en el ejemplo anterior, 40 kilowatts-horas, y su coste será

$$40 \times 0,153 = 6,12 \text{ francos.}$$

Y agregando el valor de 3 lámparas, que es 4,20 francos, como hemos visto, el coste total será

$$6,12 + 4,20 = 10,32 \text{ francos.}$$

Para la lámpara industrial, el consumo será

$$16 \times 3,5 \times 1.000 = 56 \text{ kilowatts-horas;}$$

y el coste

$$56 \times 0,153 = 8,57 \text{ francos.}$$

Añadiendo el valor de la lámpara, 1,10 francos,

$$8,57 + 1,10 = 9,67 \text{ francos.}$$

En este caso, la lámpara industrial es más ventajosa, y la ventaja se acentúa á medida que disminuye el precio de la producción de la electricidad. El autor hace notar que, en el caso que examina, el precio del caballo de vapor podría reducirse próximamente á la mitad, teniendo en cuenta las condiciones desfavorables de la instalación á que se refiere, en la cual las calderas están demasiado alejadas de las máquinas, la expansión es incompleta y existen otros varios defectos.

Con mayor razón convendrá la lámpara de gran duración cuando se disponga de un exceso de fuerzas naturales, como sucede á menudo en el caso en que se utilice un salto de agua.

Las irregularidades en la marcha de las máquinas eléctricas son muy perjudiciales para las lámparas de incandescencia; si aumenta el voltaje el rendimiento luminoso aumenta, pero á costa de la duración de la lámpara.

Algunos electricistas pretenden que, cambiando de vez en cuando el sentido de la corriente, aumenta la duración de las lámparas; pero el autor hace constar que no ha podido comprobar esta afirmación, citando también sus observaciones sobre lámparas alimentadas por corrientes alternativas, en las cuales tampoco ha podido comprobar esa economía. Cuando se emplean lámparas de filamento delgado, se debe procurar colocarlas verticalmente, porque, estando inclinadas, el filamento se reblandece, se debilita y puede llegar á tocar las paredes de la bombilla, inutilizándose la lámpara.

El autor termina indicando que los fabricantes compren las lámparas inútiles á 0,03 ó 0,04 francos cada una, con el objeto de extraer de ellas el platino que contienen, y hace algunas observaciones sobre esta operación comercial.

Las dimensiones de los materiales calizos para firmes cilindrados por medio del vapor.

Uno de los números recientemente publicados de los *Annales des ponts et chaussées*, contiene un interesante trabajo del Ingeniero Jefe de Puentes y Calzadas M. Mocquery, en el que se propone probar la conveniencia de aumentar hasta 0,08 la dimensión de la piedra machacada de naturaleza caliza, cuando el cilindrado se hace por medio del vapor.

Empieza enumerando las ventajas de los cilindros de vapor sobre los de tracción animal, pero hace observar que los rodillos de vapor de 12 á 14 toneladas de peso, tienen el inconveniente de aplastar las piedras calizas cuyo tamaño no excede de 0,06, y propone, como remedio, su aumento hasta 0,08. Después de extenderse en algunas consideraciones teóricas, que demuestran la influencia del tamaño de los fragmentos en su resistencia á la rotura, explica la costumbre admitida de exigir el machaqueo á 0,06 por la circunstancia de no haberse generalizado hasta hace pocos años los pesados cilindros de vapor, con los cuales, según asegura el autor de la memoria que examinamos, no es exagerado el tamaño de 0,08.

«Hemos hecho pruebas—dice—con piedra machacada recibida con el anillo de 0,08, y el resultado ha respondido completamente á nuestras previsiones. El firme ha hecho clavo de un modo tan perfecto y rápido como con las antiguas dimensiones,