

propiedades de las sustituciones. Pero, ¿qué clase de propiedades hay que estudiar en las sustituciones? ¿son propiedades peculiares de cada sustitución ó propiedades de relación entre sustituciones distintas? Veámoslo.

Supongamos una función de n letras, y efectuemos en ella una sustitución. Es evidente que el problema no está todavía definido: es preciso saber cuál de las $n!$ sustituciones que pueden formar las n letras hay que aplicar á la función; elijamos una de esas sustituciones, y mediante ella transformemos la función dada. Si en vez de elegir la sustitución anterior elegimos otra de las $n!$ y la aplicamos á la función, la nueva transformada ¿qué relación tendrá con la transformada primera? ¿Cómo podremos conocer esa relación? Claro es que conociendo las relaciones que ligan las dos sustituciones que produjeron las funciones transformadas. Por consiguiente, el estudio á que debemos dedicarnos en las sustituciones es puramente de relación. Cuando no hubiéramos llegado á esta consecuencia, mediante el razonamiento anterior, otra consideración nos conduciría al mismo resultado. En efecto, hemos dicho repetidas veces que el número de sustituciones de n objetos es $n!$. Dos objetos forman dos sustituciones; tres objetos forman seis; cuatro, forman veinticuatro; cinco, ciento veinte; seis, setecientos veinte; etc. Vemos que el número de sustituciones crece muy rápidamente, á medida que aumenta el número de objetos. Sin conocer

las relaciones que existen entre las sustituciones de un mismo número de objetos es imposible emplearlas como instrumento de cálculo; no podríamos comparar las consecuencias á que llegásemos.

(Se continuará.)

M. LUIÑA.

Alumno de la Escuela de Caminos.

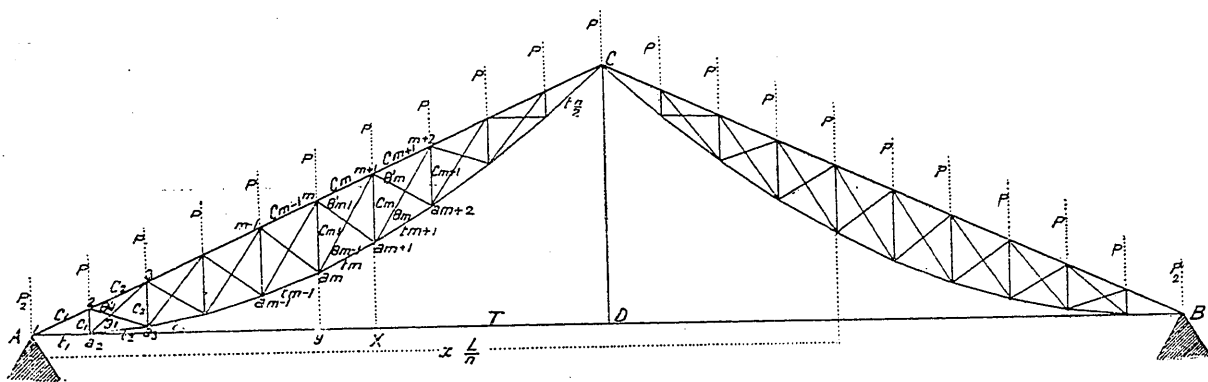
NUEVA CUBIERTA

PROYECTADA PARA EL DEPÓSITO COMERCIAL DEL PUERTO DE BARCELONA

(Continuación)

Supongamos que no existen las diagonales descendentes θ' . Cortemos por el plano vertical my y encontremos las condiciones de equilibrio del trozo de cercha Am y Δ (figura 6.^a); las fuerzas que en él actúan son: 1.º en A, la reacción, ascendente, $\frac{np}{2}$, y el peso $\frac{p}{2}$; 2.º en los puntos 2, 3, ... m , la fuerza p ; 3.º en m , la compresión (πC_m); 4.º en a_m , la tensión ($\pi \theta_{m-1}$), y la (πt_m), y, por último, en y la tensión (πT).

Escribamos las tres ecuaciones que ligan á estas fuerzas



(Fig. 6.^a)

en equilibrio, que son las que resultan de igualar á cero las sumas de sus proyecciones sobre dos ejes, y la suma de sus momentos respecto á un punto cualquiera; para simplificar se han elegido como ejes una línea horizontal y otra vertical, y como centro para los momentos el punto a_m . Tendremos, por lo tanto, el sistema de tres ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 & (\pi C_m) \cos. \varphi - (\pi \theta_{m-1}) \cos. (\alpha \theta_{m-1}) - (\pi t_m) \cos. (\alpha t_m) \\
 & \quad - (\pi T) = 0; \\
 & \left[\frac{np}{2} - \frac{p}{2} - (m-1)p - (\pi C_m) \sin. \varphi + (\pi \theta_{m-1}) \sin. (\alpha \theta_{m-1}) \right. \\
 & \quad \left. + (\pi t_m) \sin. (\alpha t_m) = 0; \right. \\
 & \left[\frac{np}{2} (m-1) \frac{L}{n} - \frac{p}{2} (m-1) \frac{L}{n} - (m-1) p \frac{m-2}{2} \frac{L}{n} \right. \\
 & \quad \left. - (\pi C_m) (\lambda c_{m-1}) \cos. \varphi - (\pi T) \overline{a_m y} = 0; \right.
 \end{aligned}$$

que son tres ecuaciones de primer grado con las tres incógnitas (πC_m), ($\pi \theta_{m-1}$) y (πt_m).

De la tercera deducimos, desde luego,

$$(\pi C_m) = \frac{\frac{np}{2} (m-1) \frac{L}{n} - \frac{p}{2} (m-1) \frac{L}{n} - (m-1) p \frac{m-2}{2} \frac{L}{n} - (\pi T) \overline{a_m y}}{(\lambda c_{m-1}) \cos. \varphi};$$

sustituyendo en lugar de (πT) su valor [14], y en vez de (λc_{m-1}) y $\overline{a_m y}$ los suyos respectivos encontrados mediante las fórmulas [9] y [x], que son:

$$(\lambda c_{m-1}) = \frac{(m-1) \left(\frac{n}{2} - m + 1 \right)}{n \left(\frac{n}{2} - 1 \right)} L \tan. \varphi,$$

y

$$\begin{aligned}
 \overline{a_m y} &= (0 + 1 + 2 + \dots + (m-2)) \cdot \frac{L}{n} \cdot \frac{2}{\frac{n}{2} - 1} \tan. \varphi \\
 &= \frac{(m-1)(m-2)}{2} \cdot \frac{L}{n} \cdot \frac{2}{\frac{n}{2} - 1} \tan. \varphi;
 \end{aligned}$$

y simplificando, tenemos sucesivamente:

$$(\pi C_m) = \frac{p}{2} \frac{(m-1) \frac{L}{n} \left[n-1-(m-2) - \frac{n}{2 \tan \varphi} \times \frac{m-2}{\frac{n}{2}-1} \times \tan \varphi \right]}{(m-1) \left(\frac{n}{2} - m + 1 \right) L \tan \varphi \cos \varphi};$$

$$(\pi C_m) = \frac{p}{2} \frac{\left(\frac{n}{2} - 1 \right) \left[n - m + 1 - \frac{n(m-2)}{2 \left(\frac{n}{2} - 1 \right)} \right]}{\left(\frac{n}{2} - m + 1 \right) \sin \varphi};$$

$$(\pi C_m) = \frac{p}{2} \frac{\frac{n^2}{2} - \frac{nm}{2} + \frac{n}{2} - n + m - 1 - \frac{n(m-2)}{2}}{\left(\frac{n}{2} - m + 1 \right) \sin \varphi};$$

$$(\pi C_m) = \frac{p}{2} \frac{\frac{n^2}{2} - nm + \frac{n}{2} + m - 1}{\left(\frac{n}{2} - m + 1 \right) \sin \varphi};$$

sustituyendo en vez de $\frac{n}{2}$ su igual $n - \frac{n}{2}$, resulta:

$$\begin{aligned} (\pi C_m) &= \frac{p}{2} \frac{\frac{n^2}{2} - nm + n - \frac{n}{2} + m - 1}{\left(\frac{n}{2} - m + 1 \right) \sin \varphi} \\ &= \frac{p}{2} \frac{n \left(\frac{n}{2} - m + 1 \right) - \left(\frac{n}{2} - m + 1 \right)}{\left(\frac{n}{2} - m + 1 \right) \sin \varphi}, \end{aligned}$$

de donde

$$[15] \quad (\pi C_m) = p \frac{n-1}{2 \sin \varphi}.$$

Vemos, por consiguiente, que la compresión del par es uniforme en toda su longitud, pues resulta independiente de m .

Sustituyendo el valor hallado en las dos primeras ecuaciones del sistema [3], encontramos las

$$\begin{cases} p \frac{n-1}{2 \sin \varphi} \cos \varphi - (\pi \theta_{m-1}) \cos (\alpha \theta_{m-1}) \\ \quad - (\pi t_m) \cos (\alpha t_m) - (\pi T) = 0; \\ \frac{np}{2} - \frac{p}{2} - (m-1)p - p \frac{n-1}{2 \sin \varphi} \sin \varphi \\ \quad + (\pi \theta_{m-1}) \sin (\alpha \theta_{m-1}) + (\pi t_m) \sin (\alpha t_m) = 0; \end{cases}$$

simplificando y trasponiendo

$$[Y] \begin{cases} (\pi \theta_{m-1}) \cos (\alpha \theta_{m-1}) + (\pi t_m) \cos (\alpha t_m) \\ \quad = \frac{p(n-1)}{2 \tan \varphi} - (\pi T); \\ (\pi \theta_{m-1}) \sin (\alpha \theta_{m-1}) + (\pi t_m) \sin (\alpha t_m) = (m-1)p; \end{cases}$$

eliminando (πt_m) queda

$$\begin{aligned} (\pi \theta_{m-1}) \{ \cos (\alpha \theta_{m-1}) \sin (\alpha t_m) - \sin (\alpha \theta_{m-1}) \cos (\alpha t_m) \} \\ = \left(\frac{p(n-1)}{2 \tan \varphi} - (\pi T) \right) \sin (\alpha t_m) - (m-1)p \cos (\alpha t_m); \end{aligned}$$

de donde

$$(\pi \theta_{m-1}) = \frac{\left(\frac{p(n-1)}{2 \tan \varphi} - (\pi T) \right) \sin (\alpha t_m) - (m-1)p \cos (\alpha t_m)}{\cos (\alpha \theta_{m-1}) \sin (\alpha t_m) - \sin (\alpha \theta_{m-1}) \cos (\alpha t_m)};$$

$$(\pi \theta_{m-1}) = \frac{1}{\cos (\alpha t_m)} \times \frac{(m-1)p - \left[\frac{p(n-1)}{2 \tan \varphi} - (\pi T) \right] \tan (\alpha t_m)}{\sin [(\alpha \theta_{m-1}) - (\alpha t_m)]};$$

y sustituyendo en vez de (πT) su valor [14] y de $\tan (\alpha t_m)$ el suyo [4], tenemos:

$$\begin{aligned} (\pi \theta_{m-1}) &= \frac{1}{\cos (\alpha t_m)} \\ (m-1)p - \left[\frac{p(n-1)}{2 \tan \varphi} - \frac{np}{4 \tan \varphi} \right] \times \frac{2(m-1)}{\frac{n}{2}-1} \tan \varphi \\ &\times \frac{1}{\sin [(\alpha \theta_{m-1}) - (\alpha t_m)]}; \end{aligned}$$

simplificando, queda

$$\begin{aligned} (\pi \theta_{m-1}) &= \frac{(m-1)p \left\{ 1 - \left(n-1 - \frac{n}{2} \right) \times \frac{1}{\frac{n}{2}-1} \right\}}{\cos (\alpha t_m) \sin [(\alpha \theta_{m-1}) - (\alpha t_m)]} \\ &= \frac{(m-1)p \left\{ 1 - \left(\frac{n}{2} - 1 \right) \frac{1}{\frac{n}{2}-1} \right\}}{\cos (\alpha t_m) \sin [(\alpha \theta_{m-1}) - (\alpha t_m)]}; \end{aligned}$$

el numerador de esta fracción es nulo por serlo el factor encerrado en la llave; y el denominador es esencialmente distinto de cero, toda vez que el ángulo

$$(\alpha t_m) < 90^\circ,$$

puesto que la proyección horizontal de t_m es $\frac{L}{n}$, y que el ángulo

$$(\alpha \theta_{m-1}) - (\alpha t_m) > 0,$$

porque si fuese igual a cero no existiría la diagonal θ_{m-1} , que se confundiría en dirección con el tirante t_m ; luego podemos escribir que

$$[16] \quad (\pi \theta_{m-1}) = 0;$$

igualdad que nos demuestra que las diagonales son piezas superfluas en este caso.

Sustituyendo el valor de $(\pi \theta_{m-1})$ en la ecuación segunda del sistema [7], se obtiene el de (πt_m)

$$[17] \quad (\pi t_m) = \frac{(m-1)p}{\sin (\alpha t_m)};$$

valor perfectamente determinado, porque el ángulo (αt_m) lo podemos calcular por la fórmula [4].

Al aplicar la fórmula [17] al tirante t_i , resulta para el esfuerzo un valor indeterminado; pero (πt_i) puede calcularse fácilmente considerando que han de estar en equilibrio las fuerzas que concurren en el punto A, de manera que la

suma de sus proyecciones horizontales debe de ser nula y tendremos:

$$(\pi t_1) - (\pi C_1) \cos. \varphi = 0;$$

de donde sustituyendo el valor [15]

$$[17'] \quad (\pi t_1) = \frac{n-1}{2 \operatorname{tang.} \varphi} \cdot p.$$

Este mismo valor puede encontrarse haciendo desaparecer la indeterminación de la fórmula [17]; pero es preciso también tener en cuenta que para establecer las ecuaciones del sistema [3] se supuso que el plano vertical que corta al tirante t_m encontraba además al T, figurando, por lo tanto, la tensión (πT) de éste entre las fuerzas exteriores; al tratarse del t_i , esta hipótesis no es cierta y, por consiguiente, á la tensión hallada por la fórmula [17], es necesario agregar la del tirante T, que, por decirlo así, se confunde con el t_i ; es decir, que

$$(\pi t_1) = (\pi T) + \frac{(m-1)p}{\operatorname{sen.} (\alpha t_m)}, \text{ siendo } m = 1.$$

La indeterminación del segundo término se desvanece poniendo en función de la tangente el seno del ángulo (αt_m)

$$\operatorname{sen.} (\alpha t_m) = \frac{\operatorname{tang.} (\alpha t_m)}{\sqrt{1 + \operatorname{tang.}^2 (\alpha t_m)}},$$

y queda

$$\frac{(m-1)p}{\operatorname{sen.} (\alpha t_m)} = \frac{(m-1)p \sqrt{1 + \operatorname{tang.}^2 (\alpha t_m)}}{\operatorname{tang.} (\alpha t_m)};$$

si en el denominador de esta fracción sustituimos el valor [4], resulta:

$$\begin{aligned} \frac{(m-1)p}{\operatorname{sen.} (\alpha t_m)} &= \frac{(m-1)p \sqrt{1 + \operatorname{tang.}^2 (\alpha t_m)}}{\frac{2(m-1)}{\frac{n}{2} - 1} \operatorname{tang.} \varphi} \\ &= \frac{\left(\frac{n}{2} - 1\right) p \sqrt{1 + \operatorname{tang.}^2 (\alpha t_m)}}{2 \operatorname{tang.} \varphi}; \end{aligned}$$

sustituyendo en el valor de (πt_1) , observando que

$$\operatorname{tang.} (\alpha t_1) = 0,$$

y reemplazando (πT) por su valor [14], obtenemos

$$\begin{aligned} [17''] \quad (\pi t_1) &= \frac{np}{4 \operatorname{tang.} \varphi} + \frac{\left(\frac{n}{2} - 1\right) p}{2 \operatorname{tang.} \varphi} \\ &= \frac{n-2+n}{4 \operatorname{tang.} \varphi} p = \frac{n-1}{2 \operatorname{tang.} \varphi} p, \end{aligned}$$

valor idéntico al antes encontrado.

Nos falta únicamente determinar el esfuerzo de los montantes e , lo que se consigue con gran facilidad mediante la ecuación que resulta de igualar á cero la suma de las proyecciones verticales de las fuerzas en equilibrio que concu-

rren en un punto m del par; desde luego prescindiremos de las diagonales θ , cuyo esfuerzo es nulo [16], y nos queda

$$(\pi C_{m-1}) \operatorname{sen.} \varphi + p - (\pi C_m) \operatorname{sen.} \varphi - (\pi c_{m-1}) = 0;$$

pero la ecuación [15] nos demuestra que

$$(\pi C_{m-1}) = (\pi C_m);$$

luego

$$[18] \quad (\pi c_{m-1}) = p;$$

resultado enteramente conforme con el obtenido del cálculo gráfico.

(Se continuará.)

FERNANDO ROJO Y SOJO.

REVISTA EXTRANJERA

Historia del descubrimiento de los rayos Röntgen, por M. Cornu, Presidente de la Academia de Ciencias de Paris.

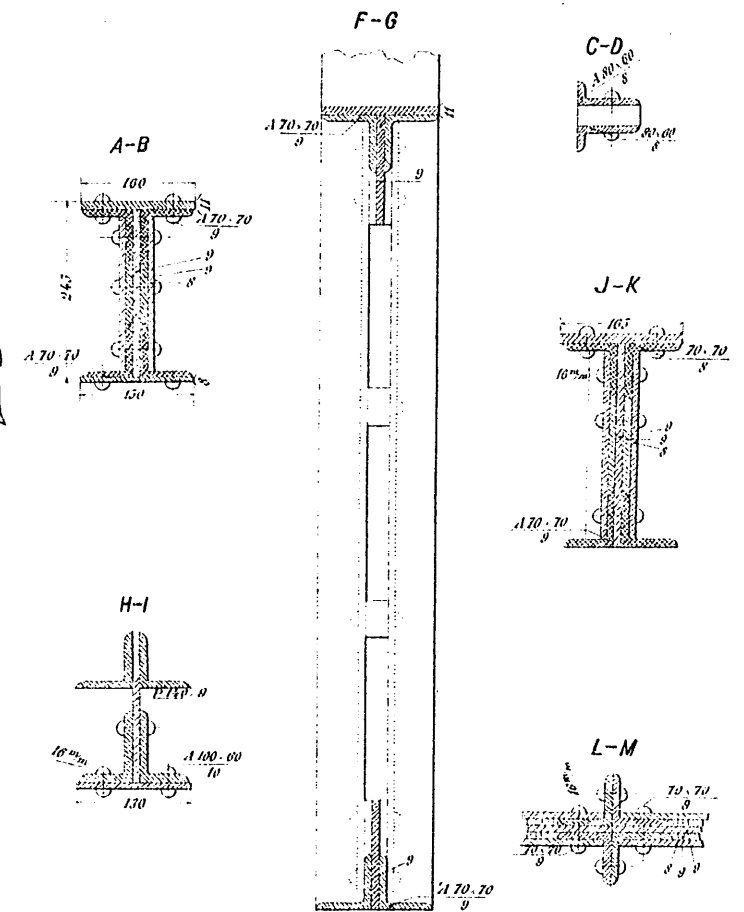
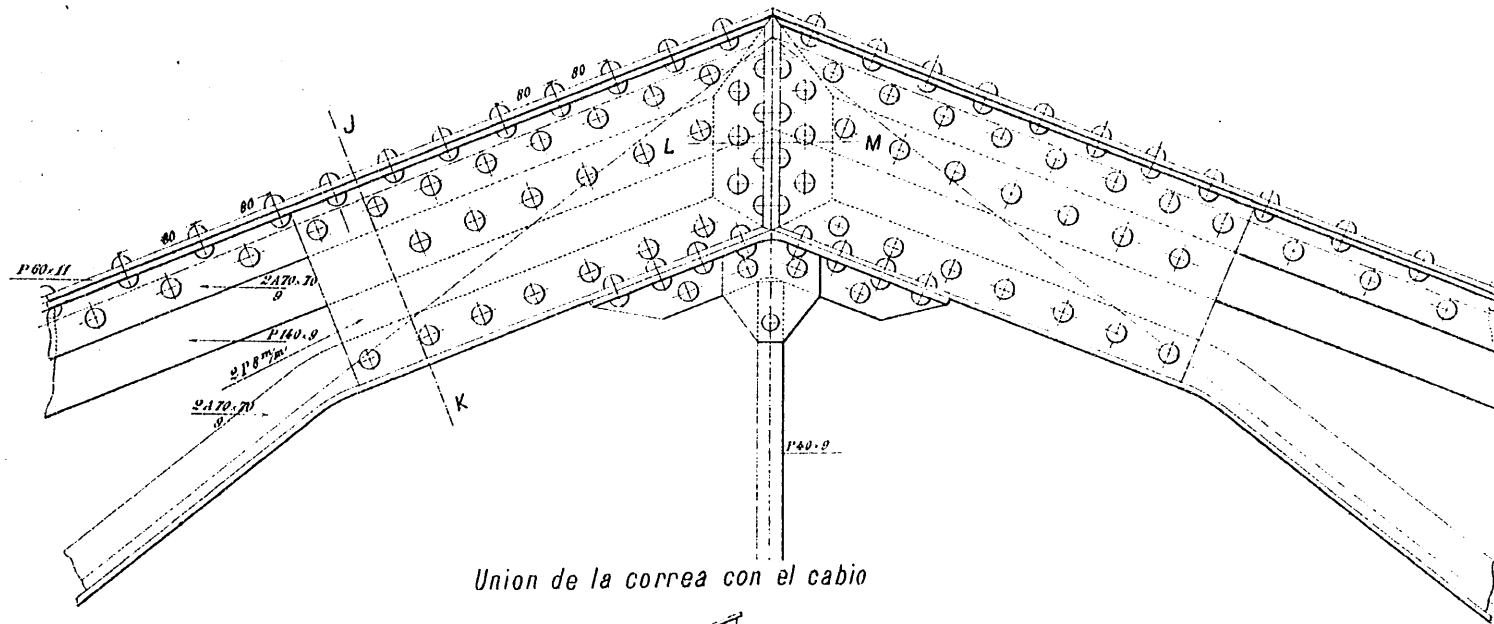
El 21 de Diciembre próximo pasado se verificó en la Academia de Ciencias de Paris la sesión pública anual, en la cual, el Presidente, M. Cornu, pronunció un discurso interesante é instructivo, tratándose de la historia del descubrimiento de los rayos X, que tanto han dado que hablar y son ya actualmente tan fecundos en útiles aplicaciones. Los siguientes párrafos están traducidos de ese notable discurso:

«El año que acaba de transcurrir nos ofrece uno de esos resultados sorprendentes, suma de los esfuerzos acumulados de varias generaciones de sabios cuyo punto de partida era muy modesto. pero cuyas consecuencias han adquirido una amplitud y una importancia excepcionales.

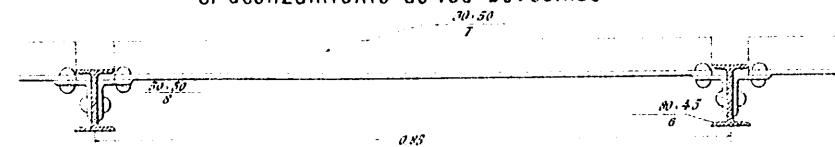
Hablo del descubrimiento del profesor M. Röntgen, del cual, como físico que soy, no puedo menos de tratar aquí, porque los famosos rayos X han sido, lo mismo para el público que para los sabios, el acontecimiento científico del año.

Voy, pues, á contar su historia, que no deja de ser instructiva.

Para encontrar el primer germen de su desarrollo, hay que remontarse hasta mediados del último siglo. En esa época, el estudio de los fenómenos eléctricos, recién descubiertos, excitaba vivo interés; la atrevida asimilación de los experimentos de laboratorio con las grandiosas manifestaciones que tienen su asiento en las nubes tempestuosas, la explicación de los relámpagos y del rayo, la invención del pararrayos por Franklin, habían hecho gran impresión en todas las imaginaciones y divulgado la afición á los experimentos de electricidad: la Física llegó á ser una diversión de moda. Los personajes no desdeñaban la asistencia á las lecciones del abate Nollet, profesor de Física de Monseñor el Delfín, para seguir las demostraciones que el hábil experimentador reproducía en su presencia. Los grabados de la época recuerdan algunas de aquellas reuniones; se ven en ellos jóvenes abates de corte rozagantes y presumidos, elegantes caballeros, damas lujosamente ataviadas, formando corro alrededor de aparatos de extrañas formas, complaciéndose en obtener chispas de la máquina eléctrica. El experimento de la *chispa en el vacío* era uno de los más curiosos por el volumen y el brillo que adquiere



Detalles de los hierros en ángulo que han de evitar el deslizamiento de las bovedillas



Sección transversal de las bovedillas que han de apoyarse en los cables

