

ruido fuertemente á la roca, y es necesaria una tracción enérgica para separarlo de ella. Esta tracción se consigue por medio de un torno de vapor (a , a') de dos cilindros iguales, en los cuales puede el vapor actuar directamente en los dos ó solamente en uno de ellos.

Para mover el aparato y poderlo colocar en cualquier punto son necesarios tornos para arrollar las cuerdas que van sujetas á las anclas. En este caso son seis colocados en (b , b') y con los cuales es muy fácil situar el aparato en el punto que se desee.

Para suministrar el vapor á todos estos tornos es necesaria una caldera, que es multitubular y está colocada en (c , c'). Está alimentada por el caballo (d , d'), que toma el agua dulce del tonel (e , e') y la manda á la caldera por el intermedio del calentador (f , f').

El pilón en su caída está guiado por una armazón de madera que arriestra al mismo tiempo las dos gabarras ó gánguiles que sirven para sostener el conjunto del aparato.

La polea por donde pasa el cable, que por un lado se une á la campana y por el otro se arrolla en el tambor del torno (a , a'), está sostenida por una cabria de hierro articulada en sus puntos bajos y que se ve fácilmente en las figuras.

En (g') se ve un torno al cual se arrolla una cuerda con nudos que sirve para marcar la distancia á que el rompe-rocas está separado de la orilla.

Los hombres necesarios para hacer funcionar el aparato son los siguientes: un patrón ó capataz para dirigir las maniobras, un marinero, uno que lleve la cuenta de los golpes que se dan, así como de la profundidad á que llega el pilón, otro en el torno principal, otro en los tornos de desplazamiento, otro en la campana para dirigirla y un fogonero en la caldera; en total siete hombres.

Con este aparato no se puede contar con más de 60 á 80 golpes por hora.

El primer aparato Lobnitz que se ha usado fué en el canal de Suez. Este aparato tenía unidos la draga y el rompe-rocas, que constaba de diez pilones de cuatro toneladas de peso cada uno, dispuestos en dos baterías, elevados á 18 metros de altura, pudiendo dar cada batería de 200 á 300 golpes por hora.

En este primer ensayo se vió que convenía aumentar la masa del pilón á costa de la altura de caída, y en la actualidad se usan pilones de 8, 10 y 12 toneladas.

La experiencia dice, que no es conveniente reunir muchos pilones en el mismo aparato. El inventor cree que la disposición mejor es la de un solo pilón separado de la draga; y se funda para ello, en que como la roca presenta siempre grandes diferencias de estructura de unos puntos á otros, mientras uno de los pilones trabaja, los otros tienen necesariamente que estar parados.

En cambio los contratistas de las obras del puerto de St. Nazaire creen que es mejor reunir dos pilones en un solo aparato, fundándose en que con un aumento de nn solo hombre para dirigir la campana del segundo pilón, se hace mayor cantidad de trabajo.

Esta cuestión en cada caso particular deberá estudiar el ingeniero, pues las diversas condiciones de cada obra serán las que le podrán dirigir con más seguridad.

Lo que parece indudable, es que la separación del rompe-rocas y la draga presenta siempre grandes ventajas.

Con esto damos por terminado lo que pensábamos decir acerca del rompe-rocas Lobnitz, y tendríamos una gran satisfacción en prestar un servicio, siquiera sea pequeño, á alguno de nuestros compañeros que se dedique á esta clase de trabajos.

VICENTE SALA.

ATENEO DE MADRID

CONFERENCIAS DEL SEÑOR ECHEGARAY

(Continuación.) (1)

Si el exponente de la potencia es entero y negativo, nos encontramos con un símbolo nuevo, al que daremos una significación puramente convencional. Supongamos primero que el exponente es -1 . Sea la sustitución

$$S = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ \alpha & \beta & \gamma & \dots & \mu \end{vmatrix};$$

la potencia S^{-1} se define diciendo que es una sustitución cuyo numerador es el denominador de S y cuyo denominador es el numerador de ésta, de suerte que

$$S^{-1} = \begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma & \dots & \mu \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}$$

y colocando los *elementos* de esta sustitución en el orden natural,

$$S^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ \alpha' & \beta' & \gamma' & \dots & \mu' \end{vmatrix}.$$

Si, por ejemplo, se tiene

$$S = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

resultará

$$S^{-1} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

ó sea, si se quiere,

$$S^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$$

Efectuando el producto SS^{-1} , resulta

$$SS^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ \alpha & \beta & \gamma & \dots & \mu \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma & \dots & \mu \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma & \dots & \mu \\ \alpha & \beta & \gamma & \dots & \mu \end{vmatrix}.$$

Esta sustitución, en la cual el numerador y el denominador son iguales, se llama *idéntica*; es fácil comprender que representa la unidad. En efecto, considerando la sustitución idéntica como factor de un producto de sustituciones, no influye para nada en el resultado; puede, por consiguiente, asimilarse á la unidad y escribir $SS^{-1} = 1$; resulta de aquí una analogía entre esta significación y otra que se da en álgebra al número 1: sumando los exponentes en el producto SS^{-1} resulta S^0 , que representa en álgebra la unidad.

Si en vez de obtener el producto SS^{-1} formamos el $S^{-1}S$, resultará

$$S^{-1}S = \begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma & \dots & \mu \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ \alpha & \beta & \gamma & \dots & \mu \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix} = 1.$$

(1) Véase el número 1.º.

Vemos, según esto, que en el producto SS^{-1} se verifica la propiedad conmutativa que dijimos no ser cierta en general. Es cierta en el caso particular considerado y lo es asimismo en todas las potencias, como hemos tenido ocasión de notar al hallar las potencias $S^2, S^3, S^4, S^5, \dots$ de una sustitución. En aquel ejemplo, para formar S^5 hubimos de multiplicar S^2 por S^3 ; multiplicando S por S^4 habríamos llegado al mismo resultado. Obtuvimos S^4 multiplicando S^2 por S^2 ; al mismo resultado llegaríamos multiplicando S por S^5 ó S^2 por S^3 . La sustitución S^4 resultó ser la idéntica, y por tanto $S^4 = 1$. Las demás potencias son la repetición de las anteriores.

Supongamos ahora que el exponente de la potencia entera y negativa es $-m$. Como ya sabemos lo que se entiende por S^{-1} , tendremos

$$S^{-m} = S^{-1} S^{-1} S^{-1} \dots S^{-1} \quad (m \text{ veces})$$

Puede, pues, decirse que cualesquiera que sean m y n , siendo enteros, se verifica siempre

$$S^m S^n = S^n S^m = S^{m+n}$$

Definidas las sustituciones y conocidas las operaciones á que se las puede someter, resta solamente señalar qué hay en ellas que pueda ser objeto de estudio y entrar en el conocimiento de ese objeto. El Sr. Echegaray creyó conveniente, antes de ocuparse en el estudio de las propiedades de las sustituciones, explicar una teoría que tiene grande importancia. Su conocimiento permite simplificar gran número de problemas y evita muchos artificios, haciendo que sea resultado lógico del razonamiento lo que pudiera parecer rara ocurrencia del autor del libro donde tales artificios se hallare. Los libros que de sustituciones tratan contienen en germen los principios de la teoría que explicó el Sr. Echegaray, la cual se refiere á la resolución de *ecuaciones entre sustituciones*; pero esos principios se hallan desordenados en los referidos libros, constituyendo una arbitraria variedad. El Sr. Echegaray, al reunir todos esos principios para formar una teoría, consigue dos cosas: la una, constituir con todas esas varias verdades una unidad de gran importancia, que, á su vez, es un elemento de variedad en la suprema unidad de la ciencia; y la otra, ofrecer esta serie de conocimientos al principio de la teoría de las sustituciones y no al final, cuando no tendría provecho, como ocurre leyendo los libros á que acabamos de referirnos, en los que llegamos á enterarnos de que todos los artificios empleados podrían haber sido evitados, mediante la teoría que ahora exponemos, al llegar á las últimas páginas, esto es, cuando no nos hace falta.

La teoría general de la resolución de ecuaciones formadas por sustituciones es muy sencilla en principio. Sea la ecuación $AX = B$, en la cual se trata de hallar la sustitución X conocidas las A y B . El número de incógnitas es uno al parecer; pero observando que siendo A y B de la forma

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ \alpha & \beta & \gamma & \dots & \mu \end{vmatrix}, \quad B = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ \alpha' & \beta' & \gamma' & \dots & \mu' \end{vmatrix},$$

X tendrá estotra

$$X = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ \alpha'' & \beta'' & \gamma'' & \dots & \mu'' \end{vmatrix}$$

se ve que el número de incógnitas es n , pues es preciso conocer los números $\alpha'', \beta'', \gamma'', \dots, \mu''$.

Para resolver la ecuación propuesta hay que hacer uso de un axioma del *orden*, cuya evidencia es tan clara como la de otros axiomas de la cantidad. El axioma es el siguiente: *Aplicando una misma sustitución á otras dos iguales, los resultados serán iguales.*

Aplicando por la izquierda la sustitución A^{-1} á las sustituciones iguales AX y B , se tendrá:

$$A^{-1}AX = A^{-1}B;$$

hemos visto que el producto $A^{-1}A$ (estos factores pueden asociarse por estar contiguos), por ser igual á una sustitución idéntica, no influye como factor en ninguna multiplicación, ó dicho de otro modo—que ofrece cierto peligro—como $A^{-1}A$ es igual á 1, resulta

$$X = A^{-1}B.$$

Sea, por ejemplo, la ecuación

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} X = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}.$$

Despejando X y haciendo aparecer en el segundo miembro el 2 para efectuar el producto, se tiene

$$X = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

ó sea

$$X = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

Si la ecuación propuesta fuera $XA = B$, obtendríamos X aplicando la sustitución A^{-1} por la derecha; resulta así

$$X = BA^{-1}.$$

El mismo método se sigue para resolver ecuaciones cualesquiera de primer grado con relación á X ; y notemos que en todas ellas la sustitución desconocida viene dada por una expresión análoga á la que da el valor de la incógnita en la ecuación de primer grado.

Para terminar lo que se refiere á ecuaciones con sustituciones, indicaremos el método que se sigue para resolver una ecuación binomia, con el objeto de que se vea la complicación (no dificultad) á que da lugar el aumento del grado de la ecuación.

Sea ésta $X^2 = A$; supongamos que A representa la sustitución

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix};$$

la incógnita será de la forma

$$X = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix}.$$

Ahora comprenderemos la importancia de la notación por medio de números, y veremos de qué suerte los problemas que se refieren al orden, que son problemas entre símbolos, se elevan á la categoría de los problemas entre números, hecho de gran importancia que no puede pasar sin comentario.

Consideremos el símbolo

$$\begin{vmatrix} x \\ f(x) \end{vmatrix}.$$

Las variables independientes varían siempre á medida de nuestro deseo; parece hasta trivial decir que son conti-

nuas ó discontinuas. La variable z puede tomar todos los valores que deseemos; pero de todos ellos no queremos fijarnos sino en los tres siguientes: 1, 2, 3. La función $f(z)$ no varía según nuestro deseo; los valores que toma á consecuencia de otros dados á z no son los que nosotros queremos que sean; para que así suceda es preciso no sólo que $f(z)$ tenga una forma especial, sino que dentro de esa forma las constantes tengan valores adecuados. Si queremos que á los valores 1, 2 y 3 de z correspondan respectivamente los α , β y γ de $f(z)$, es preciso que la característica f no sea arbitraria. Mas no teniendo motivo para saber qué forma conviene á $f(z)$, supondremos, como se hace generalmente en esta clase de cuestiones, que su forma sea la parabólica. Para saber de qué grado ha de ser esa función parabólica tomaremos en cuenta la condición antes indicada referente á las constantes; como son tres las condiciones impuestas á la función f , tres habrán de ser sus constantes, resultando así

$$f(z) = Az^2 + Bz + C.$$

Supongamos determinadas estas constantes de modo que se verifiquen las tres condiciones

$$\left. \begin{aligned} f(1) &= \alpha \\ f(2) &= \beta \\ f(3) &= \gamma \end{aligned} \right\}$$

Entonces se dice que el símbolo

$$\left| \begin{array}{c} z \\ f(z) \end{array} \right|$$

es la *representación analítica* de la sustitución X . Notemos cómo este símbolo sirve de enlace en la unión del problema simbólico con el numérico: al dar un valor á z , el conjunto de operaciones sintetizadas por el símbolo $f(z)$ va trabajando, moldeando un número; pero así el valor de z como el correspondiente de la función (que son valores numéricos y están enlazados por operaciones aritméticas, significando cada uno de ellos un número mayor ó menor de veces la unidad) al ser llevados á la sustitución X para formar un elemento de ella, pierden su carácter de números, no contribuyen mediante ninguna clase de combinación á que X tenga un valor ú otro, que esto no tiene sentido (1).

Veamos ahora cómo se determinan las constantes A , B , C y los números α , β y γ que nos permitirán conocer X .

Las constantes vienen determinadas por las tres condiciones

$$\left. \begin{aligned} f(1) &= A + B + C = \alpha \\ f(2) &= 4A + 2B + C = \beta \\ f(3) &= 9A + 3B + C = \gamma \end{aligned} \right\};$$

pero esas constantes resulta que son funciones de α , β y γ , y parece no ser posible determinarlas. Mas siendo X igual á $\left| \begin{array}{c} 1 \ 2 \ 3 \\ \alpha \ \beta \ \gamma \end{array} \right|$, se tendrá

$$X^2 = \left| \begin{array}{c} 1 \ 2 \ 3 \\ \alpha \ \beta \ \gamma \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} 1 \ 2 \ 3 \\ \alpha \ \beta \ \gamma \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \alpha \ \beta \ \gamma \\ \alpha' \ \beta' \ \gamma' \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} 1 \ 2 \ 3 \\ \alpha \ \beta \ \gamma \end{array} \right|;$$

en esta transformación no hemos hecho más sino colocar los elementos del primer factor de modo que su numera-

dor esté en el mismo orden que estaba el denominador. Efectuando el producto indicado resulta:

$$X^2 = \left| \begin{array}{c} \alpha \ \beta \ \gamma \\ \alpha' \ \beta' \ \gamma' \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} 1 \ 2 \ 3 \\ \alpha \ \beta \ \gamma \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} 1 \ 2 \ 3 \\ \alpha' \ \beta' \ \gamma' \end{array} \right|.$$

Como X^2 es igual á A , comparando estas dos sustituciones se obtiene

$$\alpha' = 3, \quad \beta' = 1, \quad \gamma' = 2.$$

El factor $\left| \begin{array}{c} \alpha \ \beta \ \gamma \\ \alpha' \ \beta' \ \gamma' \end{array} \right|$ es, como há poco dijimos, el mismo $\left| \begin{array}{c} 1 \ 2 \ 3 \\ \alpha \ \beta \ \gamma \end{array} \right|$ escrito de otra manera: aplicando de nuevo á la sustitución

$$X = \left| \begin{array}{c} \alpha \ \beta \ \gamma \\ \alpha' \ \beta' \ \gamma' \end{array} \right|$$

—que por ser la misma que anteriormente, tiene por *representación analítica* el símbolo

$$\left| \begin{array}{c} z \\ Az^2 + Bz + C \end{array} \right|$$

con las mismas constantes—las condiciones anteriores, resulta

$$\left. \begin{aligned} f(\alpha) &= A\alpha^2 + B\alpha + C = \alpha' = 3 \\ f(\beta) &= A\beta^2 + B\beta + C = \beta' = 1 \\ f(\gamma) &= A\gamma^2 + B\gamma + C = \gamma' = 2 \end{aligned} \right\}.$$

Las tres ecuaciones que ligan linealmente las constantes con α , β , γ y las tres que acabamos de escribir, forman un sistema de seis ecuaciones con seis incógnitas. Estas se determinan fácilmente porque hay condiciones restrictivas que simplifican mucho el problema. No entraremos en el detalle de estos cálculos que nos conducirían á los valores $\alpha = 2$, $\beta = 3$, $\gamma = 1$, siendo las constantes

$$A = -\frac{3}{2}, \quad B = \frac{11}{2} \quad \text{y} \quad C = -2.$$

Bástanos haber hecho notar las complicaciones que se originan cuando aumenta el grado de la ecuación.

Apreciada la importancia de las sustituciones, conocida su significación y estudiadas las operaciones simbólicas á que se las puede someter, no estará demás hacer como un ligero resumen de todo lo dicho, del cual resultará la norma que hemos de seguir al estudiar las propiedades de estos símbolos.

Sin preocuparnos ahora de las relaciones entre la teoría de las sustituciones y la de las ecuaciones, nos referiremos solamente á aquélla. Las sustituciones tienen por objeto transformar unas funciones en otras, estudiando las alteraciones que en las primeras se producen. Así como lo que llamábamos *representación analítica* de una sustitución era el lazo que unía los problemas del orden con los de la cantidad, las sustituciones mismas son en cierto modo el lazo de unión entre problemas que se refieren todos á la cantidad. La sustitución transforma una función en otra, mas no se limita á esto; las relaciones que puede haber entre esas dos funciones claro es que pueden llegar á nuestro conocimiento por el estudio directo de ellas; pero este estudio directo, que no siempre sería fácil, queda evitado mediante el conocimiento de la sustitución, pues ella misma nos indicará qué relación existe entre la función dada y la transformada. El estudio de los cambios que sufren las funciones queda, pues, reducido al de las

(1) Por esto dijimos, al probar que la sustitución idéntica es igual á la unidad, que esta manera de hablar ofrece cierto peligro, en el cual no caerá seguramente quien haya comprendido lo que significa el símbolo *sustitución*.

propiedades de las sustituciones. Pero, ¿qué clase de propiedades hay que estudiar en las sustituciones? ¿son propiedades peculiares de cada sustitución ó propiedades de relación entre sustituciones distintas? Veámoslo.

Supongamos una función de n letras, y efectuemos en ella una sustitución. Es evidente que el problema no está todavía definido: es preciso saber cuál de las $n!$ sustituciones que pueden formar las n letras hay que aplicar á la función; elijamos una de esas sustituciones, y mediante ella transformemos la función dada. Si en vez de elegir la sustitución anterior elegimos otra de las $n!$ y la aplicamos á la función, la nueva transformada ¿qué relación tendrá con la transformada primera? ¿Cómo podremos conocer esa relación? Claro es que conociendo las relaciones que ligan las dos sustituciones que produjeron las funciones transformadas. Por consiguiente, el estudio á que debemos dedicarnos en las sustituciones es puramente de relación. Cuando no hubiéramos llegado á esta consecuencia, mediante el razonamiento anterior, otra consideración nos conduciría al mismo resultado. En efecto, hemos dicho repetidas veces que el número de sustituciones de n objetos es $n!$. Dos objetos forman dos sustituciones; tres objetos forman seis; cuatro, forman veinticuatro; cinco, ciento veinte; seis, setecientos veinte; etc. Vemos que el número de sustituciones crece muy rápidamente, á medida que aumenta el número de objetos. Sin conocer

las relaciones que existen entre las sustituciones de un mismo número de objetos es imposible emplearlas como instrumento de cálculo; no podríamos comparar las consecuencias á que llegásemos.

(Se continuará.)

M. LUIÑA.

Alumno de la Escuela de Caminos.

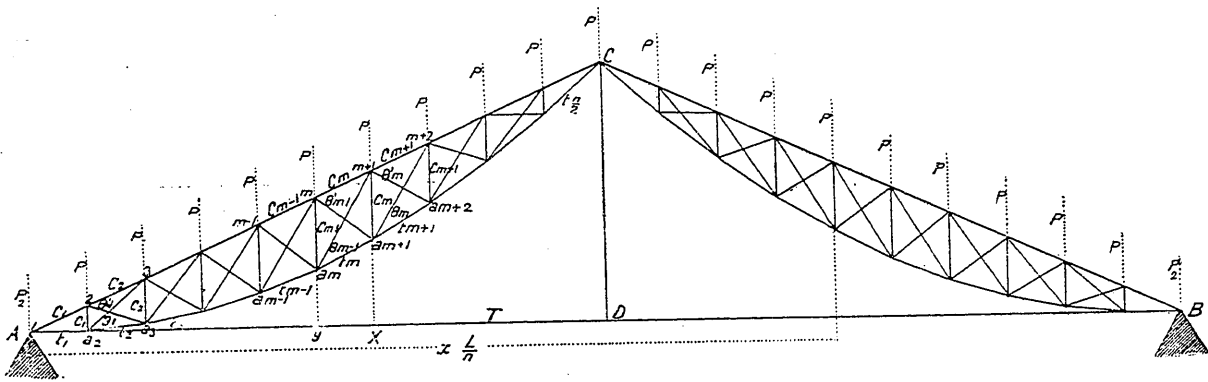
NUEVA CUBIERTA

PROYECTADA PARA EL DEPÓSITO COMERCIAL DEL PUERTO DE BARCELONA

(Continuación)

Supongamos que no existen las diagonales descendentes θ' . Cortemos por el plano vertical my y encontremos las condiciones de equilibrio del trozo de cercha Am y Δ (figura 6.^a); las fuerzas que en él actúan son: 1.^o en A, la reacción, ascendente, $\frac{np}{2}$, y el peso $\frac{p}{2}$; 2.^o en los puntos 2, 3, ... m , la fuerza p ; 3.^o en m , la compresión (πC_m) ; 4.^o en a_m , la tensión $(\pi \theta_{m-1})$, y la (πt_m) , y, por último, en y la tensión (πT) .

Escribamos las tres ecuaciones que ligan á estas fuerzas



(Fig. 6.^a)

en equilibrio, que son las que resultan de igualar á cero las sumas de sus proyecciones sobre dos ejes, y la suma de sus momentos respecto á un punto cualquiera; para simplificar se han elegido como ejes una línea horizontal y otra vertical, y como centro para los momentos el punto a_m . Tendremos, por lo tanto, el sistema de tres ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 & (\pi C_m) \cos. \varphi - (\pi \theta_{m-1}) \cos. (\alpha \theta_{m-1}) - (\pi t_m) \cos. (\alpha t_m) \\
 & \quad - (\pi T) = 0; \\
 & \left[\begin{aligned}
 & \frac{np}{2} - \frac{p}{2} - (m-1)p - (\pi C_m) \sin. \varphi + (\pi \theta_{m-1}) \sin. (\alpha \theta_{m-1}) \\
 & \quad + (\pi t_m) \sin. (\alpha t_m) = 0; \\
 & \frac{np}{2} (m-1) \frac{L}{n} - \frac{p}{2} (m-1) \frac{L}{n} - (m-1) p \frac{m-2}{2} \frac{L}{n} \\
 & \quad - (\pi C_m) (\lambda c_{m-1}) \cos. \varphi - (\pi T) \overline{a_m y} = 0;
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

que son tres ecuaciones de primer grado con las tres incógnitas (πC_m) , $(\pi \theta_{m-1})$ y (πt_m) .

De la tercera deducimos, desde luego,

$$(\pi C_m) = \frac{\frac{np}{2} (m-1) \frac{L}{n} - \frac{p}{2} (m-1) \frac{L}{n} - (m-1) p \frac{m-2}{2} \frac{L}{n} - (\pi T) \overline{a_m y}}{(\lambda c_{m-1}) \cos. \varphi};$$

sustituyendo en lugar de (πT) su valor [14], y en vez de (λc_{m-1}) y $\overline{a_m y}$ los suyos respectivos encontrados mediante las fórmulas [9] y [x], que son:

$$(\lambda c_{m-1}) = \frac{(m-1) \left(\frac{n}{2} - m + 1 \right)}{n \left(\frac{n}{2} - 1 \right)} L \tan g. \varphi,$$

y

$$\begin{aligned}
 \overline{a_m y} &= (0 + 1 + 2 + \dots + (m-2)) \cdot \frac{L}{n} \cdot \frac{2}{\frac{n}{2} - 1} \tan g. \varphi \\
 &= \frac{(m-1)(m-2)}{2} \cdot \frac{L}{n} \cdot \frac{2}{\frac{n}{2} - 1} \tan g. \varphi;
 \end{aligned}$$