

letras ó números que le forman y el segundo como el cociente análogo $\frac{\beta}{\gamma}$, multiplicando estas dos fracciones, tendremos

$$\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\beta}{\gamma} = \frac{\alpha}{\gamma};$$

el producto $\frac{\alpha}{\gamma}$ representa el elemento $\left| \frac{\alpha}{\gamma} \right|$. Podemos, pues, decir (con las salvedades que el buen juicio sugiere) que el producto de dos sustituciones se obtiene *multiplicando* sus *elementos* correspondientes.

Prácticamente, el método más sencillo para multiplicar dos sustituciones consiste en escribir debajo de la segunda las letras correspondientes al denominador de ella, buscando mediante la primera, y escribir la sustitución que forma la primera línea y la tercera. Así tendremos, por ejemplo,

$$\begin{array}{c|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 1 & 3 & 4 \end{array} \begin{array}{c|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 1 & 3 & 2 \end{array} = \begin{array}{c|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 5 \end{array}$$

ó igual á

$$\begin{array}{c|c} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{array}$$

puesto que no es preciso escribir el número 5 común al numerador y al denominador.

Las potencias enteras y positivas de una sustitución se definen como las ordinarias.

Si

$$S = \begin{array}{c|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & 1 \end{array}$$

ó sea igual á

$$\begin{array}{c|c} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 \end{array}$$

se tendrá

$$S^2 = \begin{array}{c|c} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 \end{array} \begin{array}{c|c} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 \end{array} = \begin{array}{c|c} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 1 & 2 \end{array}$$

$$S^3 = \begin{array}{c|c} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 1 & 2 \end{array} \begin{array}{c|c} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 \end{array} = \begin{array}{c|c} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 2 & 4 \end{array}$$

$$S^4 = \begin{array}{c|c} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 2 & 4 \end{array} \begin{array}{c|c} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 \end{array} = \begin{array}{c|c} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \end{array}$$

$$S^5 = \begin{array}{c|c} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \end{array} \begin{array}{c|c} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 \end{array} = S$$

Se notará en este ejemplo algunas particularidades: no son peculiares de la sustitución dada, son propiedades esenciales de toda sustitución que no tardaremos en estudiar.

(Se continuará.)

M. LUIÑA.

Alumno de la Escuela de Caminos.

NUEVA CUBIERTA

PROYECTADA PARA EL DEPÓSITO COMERCIAL DEL PUERTO DE BARCELONA

Actualmente se está contruyendo en el puerto de Barcelona un edificio importante, que servirá para depositar las mercancías destinadas á la reexportación. No hace mucho tiempo que se publicó en el BOLETÍN DE LA REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS una ligera descripción del mismo, indicando, á la vez, algunos pormenores acerca de la marcha de sus obras; esta circunstancia nos permite ahora entrar desde luego en el asunto especial de nuestro estudio, dispensándonos de reproducir las ideas que entonces se expusieron.

Al tratar de construir la cubierta del edificio citado se notaron algunas dificultades prácticas, que aconsejaron proponer una modificación del proyecto primitivo, procurando evitarlas, y al mismo tiempo obtener la economía posible.

Para conseguir estos fines se ha tenido presente la necesidad de no variar en nada las dimensiones esenciales de la cubierta proyectada, que serán las siguientes: 15,15 metros de luz, vertientes con inclinación de 2½, de base por 1 de altura, y 4,25 metros de separación de eje á eje entre las cerchas. Además se ha puesto particular cuidado en que se conserve la disposición, que se juzga ventajosa, de emplear la teja de alfarería, é inferiormente bóvedas ligeras de ladrillo, para obtener, aunque á costa de mayor peso, que la impermeabilidad sea completa, que no pueda entrar el aire ni el polvo por la cubierta, y que la temperatura oscile menos en el interior; en una palabra, que se dote de inmejorables condiciones al último piso para la conservación de las mercancías almacenadas.

El problema así planteado se resolvía en el proyecto primitivo estableciendo cerchas sistema Polonceau con una tornapunta, cuyos pares sostendrían bóvedas de ladrillo, sumamente ligeras y sin sobrecarga alguna, de 4,25 metros de luz y 0,35 m. de flecha; en los mismos pares se apoyarían correas, de sección de ángulo, sobre las cuales se sujetarían directamente las tejas planas.

La gran extensión de los almacenes que han de cubrirse, que es de más de tres mil quinientos metros cuadrados, y el considerable peso producido por la cubierta de bóveda y de teja, dan particular importancia á todos los detalles desde el punto de vista económico; nosotros, después de hacer algunos tanteos, creemos haber encontrado una disposición aceptable, que permitirá introducir en el presupuesto de la obra la economía de más de 50.000 pesetas, sin perjudicar en nada á la solidez y á los buenos resultados de la construcción.

En las figuras de la lámina que se acompaña y de las que insertaremos en números sucesivos, se dibujan los elementos esenciales para dar una idea del proyecto modificado.

La armadura se compondrá de cuchillos, correas y cables; sobre estos últimos, separados 0,85 m. de eje á eje, se apoyarán bovedillas de ladrillo, que á su vez sostendrán directamente las tejas; las correas distarán entre sí dos metros próximamente, y transmitirán las cargas á los cuchillos, gravitando en los puntos donde las otras piezas de la cercha sostendrán á los pares, de manera que estos últimos sólo deberán resistir á la comprensión longitudinal, elimi-

nándose la acción de los momentos flectores que en otro caso habrían de contrarrestar.

Poco ó nada diremos respecto á las correas y á los cables, limitándonos á llamar la atención sobre las formas adoptadas para los soportes de éstos y para los ejes, mediante las cuales se conseguirá que las almas de las viguetas de doble T, que servirán de correas, queden verticales y que los agujeros de los pernos no afecten á las cabezas de las viguetas mencionadas ni de las que constituirán los cables; lográndose, por ambos motivos, que los elementos de que tratamos estén en las mejores condiciones para resistir los esfuerzos de flexión.

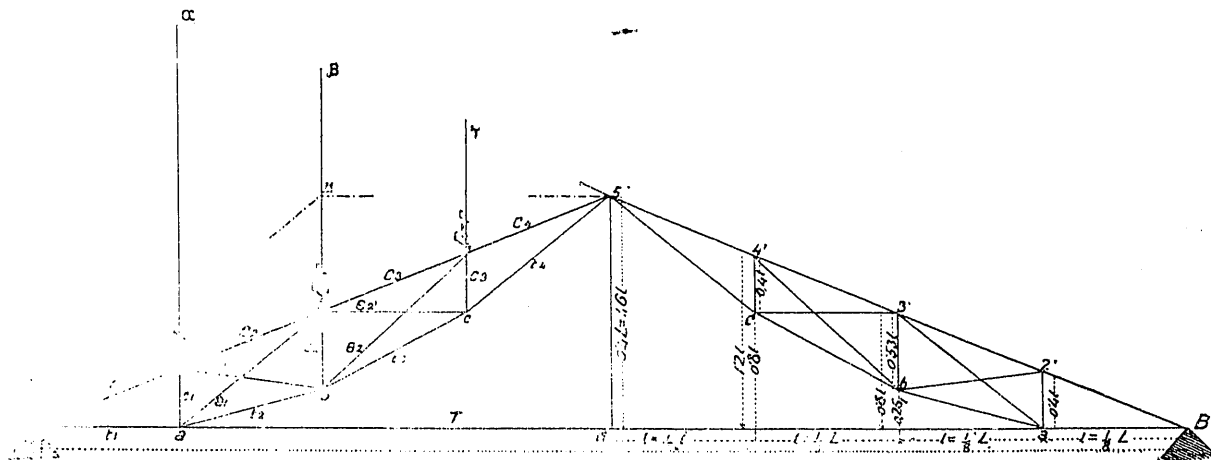
Descripción y cálculo de la cercha.

Entramos en la parte de nuestro trabajo que, relativamente, puede ofrecer mayor interés, y que ha sido objeto de más detenido estudio para encontrar una solución satisfactoria.

La idea fundamental que nos ha servido de guía para trazar la forma de la cercha ha sido la de disponer sus pie-

zas de manera que la compresión del par sea la misma en todos los puntos, y que las otras piezas comprimidas tengan la menor longitud posible. La falta de cumplimiento de estas dos condiciones contribuiría á aumentar el peso de los cuchillos, por la necesidad de dar á los pares una sección uniforme que resultaría excesiva en algunos trozos, y por la de exagerar las dimensiones transversales de las piezas comprimidas, cuya flexión habría que evitar en relación con su aumento de longitud.

Para cumplimentar este programa proponemos el esquema de la cercha dibujado en la figura 1.^a, los tirantes 1a, ab, bc y c5 constituirán un *polígono funicular* de las fuerzas que actuarán en la armadura; éstas se transmitirán directamente á los tirantes referidos por medio de los montantes verticales 2a, 3b y 4c; para evitar el empuje á los muros de apoyo se colocará el tirante aa', que estará en exacta prolongación del 1a. Fácil es prever que en una cercha, así dispuesta, los pares estarán sometidos á una compresión uniforme, puesto que las cargas quedarán contrarrestadas por la acción de los tirantes.



(Fig. 1.^a)

Con los elementos indicados basta para el equilibrio de la armadura y que los pesos que sobre ella actúen se hallen siempre igualmente distribuidos; pero como puede suceder que durante la construcción, ó en otros casos excepcionales, existan fuerzas aisladas, se comprende que será necesario evitar la deformación posible de los cuadriláteros a23b y b34c; esto lo conseguiremos mediante las diagonales a3, 2b, b4 y 3c, que se proyectan en la forma indicada, es decir, dos en cada cuadrilátero, con el objeto de que nunca estén sometidas á compresión.

El cálculo de los esfuerzos de las piezas del cuchillo lo hemos hecho gráfica y analíticamente, considerándolo como un sistema articulado.

Cálculo gráfico.

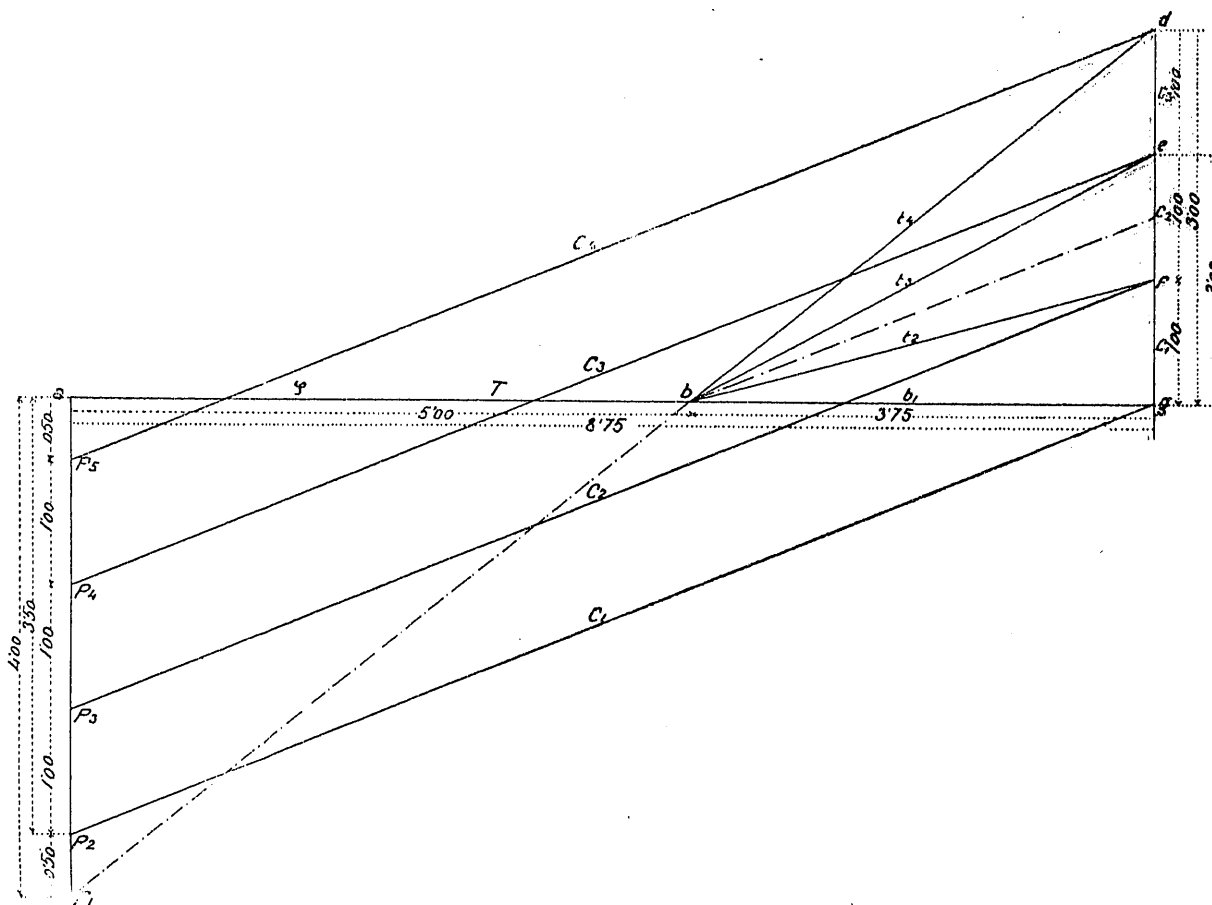
Para el primer procedimiento hemos empleado el conocidísimo método de Cremona ó de las figuras recíprocas; prescindimos del valor absoluto de los esfuerzos, hallando sólo las relaciones entre los que han de sufrir las piezas y la carga que actúe en cada nudo del par, tomada como unidad; por lo tanto, en las aplicaciones prácticas bastará multiplicar los números encontrados por el valor particular de la citada carga, para tener los valores efectivos de los esfuerzos de las piezas.

Además, para dar al cálculo mayor exactitud, se han evitado por completo los errores que pueden proceder de la medida de las líneas con la escala; esta ventaja la hemos conseguido calculando las coordenadas de los puntos de intersección de las líneas de las figuras recíprocas, trabajo que, por otra parte, se hace con mucha facilidad y de un modo mecánico, por decirlo así, empleando papel cuadrículado y teniendo la precaución de representar la carga de cada nudo por una magnitud tal que resulten expresadas en números sencillos las medidas de dichas coordenadas.

Sujetándonos á las ideas expuestas hemos trazado la figura 2.^a, que es el diagrama de los esfuerzos correspondientes á las piezas de la semicercha de la izquierda, en el caso de que actúen cargas verticales é igualmente distribuidas; en el nudo 1 se admite que la carga es solamente la mitad de la que actúa en los otros, y en el 5 se supone que se reparte por igual entre ambas semicerchas.

Para simplificar las explicaciones llamaremos en lo sucesivo C_1, C_2 , etc., á los trozos 1-2, 2-3, etc., del par; T al tirante principal aa'; $t_1, t_2, \dots$ á los tirantes 1a, ab, etc.; c_1, c_2 y c_3 á los montantes 2a, 3b y 4c; y por último, $\theta_1, \theta'_1, \theta_2$ y θ'_2 á las diagonales a3, 2b, b4 y 3c.

Fácil es ver cómo se cierran, en la figura recíproca, los polígonos correspondientes á las fuerzas que concurren en cada nudo; de todos modos, para facilitar las comprobacio-



(Fig. 2.ⁿ)

res, se indican á continuación las líneas que representan los esfuerzos.

Pesos: sobre el nudo 1, P_2P_1 ; sobre el 2, P_3P_2 ; sobre el 3, P_4P_3 ; sobre el 4, P_5P_4 , y sobre el 5, aP_5 .

Reacciones: del apoyo A, P_{1a}; de la otra semicircha en el punto 5, b_a.

Tensiones: de T, ab ; de t_1 , ag ; de t_2 , bf ; de t_3 , be , y de t_4 , bd .

Compresiones: de C_1 , gP_1 ; de C_2 , fP_3 ; de C_3 , eP_4 ; de C_4 , dP_3 ; de c_1 , gf ; de c , fe , y de c_3 , de .

Los esfuerzos, calculados del modo que hemos dicho anteriormente, serán los que figuran en el siguiente estado:

CUADRO A

ESFUERZOS QUE SUFRIRÁN LAS PIEZAS SIENDO P LA CARGA,
EN CADA NUDO

Piezas.	ESFUERZOS
T	$p \times 5,$
t_1	$p \times 8'75;$
t_2	$p \times \sqrt{3,75^2 + 1^2} = p \times \sqrt{15,0625};$
t_3	$p \times \sqrt{3,75^2 + 2^2} = p \times \sqrt{18,0625};$
t_4	$p \times \sqrt{3,75^2 + 3^2} = p \times \sqrt{23,0625};$
C_1, C_2, C_3 y C_4	$p \times \sqrt{8,75^2 + 3'5^2} = p \times \sqrt{88,8125};$
c_1, c_2 y c_3	$\times 1.$

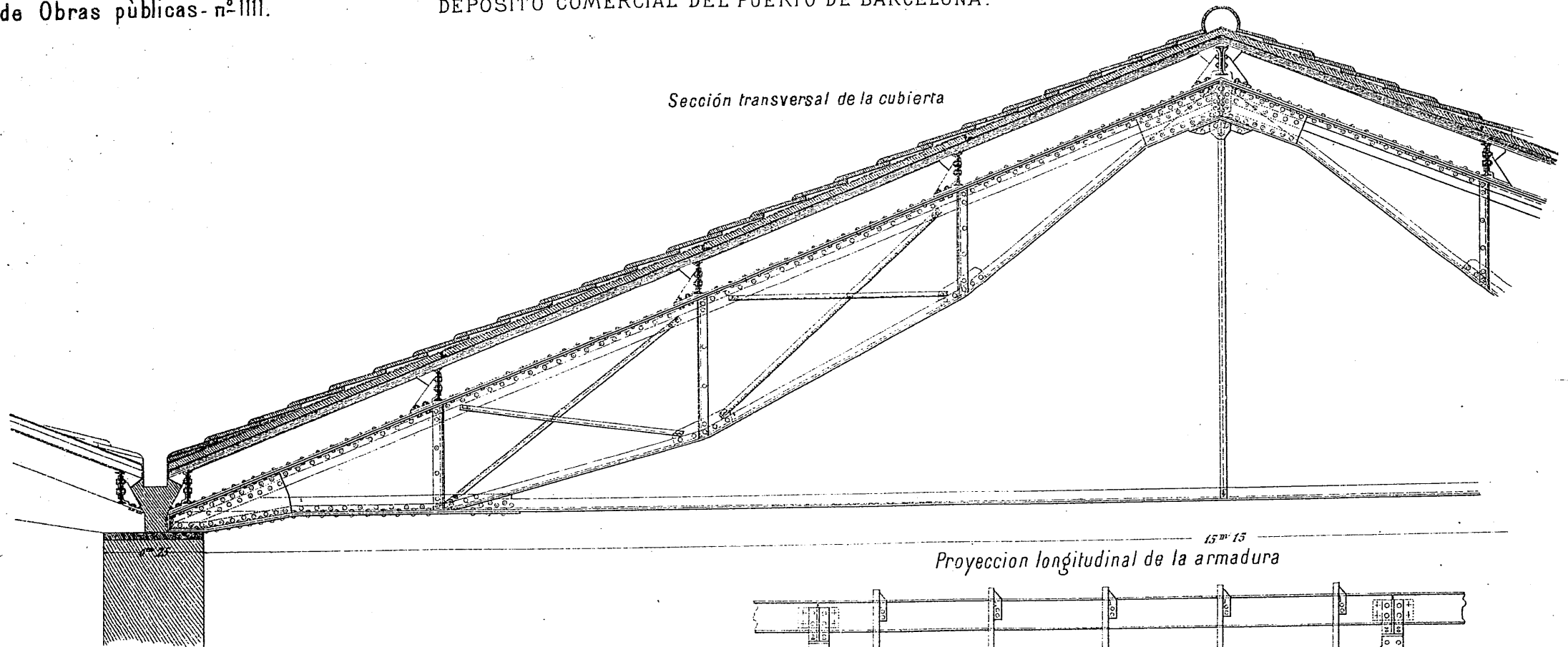
Del examen de las figuras 1.^a y 2.^a, y de lo que acaba de exponerse, se deducen los siguientes resultados: 1.^o que el par sufrirá una compresión uniforme en toda su longitud; 2.^o, que los montantes c_1 , c_2 y c_3 deberán soportar una compresión igual al peso que actúe en cada uno de los puntos 2, 3 y 4; 3.^o, que los tirantes t_1 , t_2 y t_3 resistirán tensiones iguales á las de los cordones de un polígono funicular de los pesos que sostiene la armadura, cuyo polígono de Varignon fuese el que tiene el punto b (fig. 2.^a) por polo, y los puntos d , e y f como extremos de las fuerzas; y 4.^o, que el equilibrio existirá sin que actúen en ningún sentido las diagonales a_3 , $2b$, b_4 y $3c$.

Este último resultado equivale á decir que las diagonales *son piezas supérfluas cuando las cargas son verticales é igualmente distribuidas*; pero podemos deducir del principio de la *superposición de efectos* que tampoco desarrollarán esfuerzo alguno en el caso de que las fuerzas *igualmente distribuidas* tengan líneas de acción paralelas oblicuas, como sucede, v. gr., con la acción del viento. Para comprobar este aserto, supongamos descompuestas las fuerzas oblicuas en dos direcciones, la una vertical y la otra paralela al par; las primeras componentes no darán esfuerzo alguno para las diagonales, puesto que serán fuerzas verticales igualmente distribuidas, y respecto de las segundas, es evidente que su acción se reduce á modificar la compresión de los pares y la dirección de las reacciones en los apoyos.

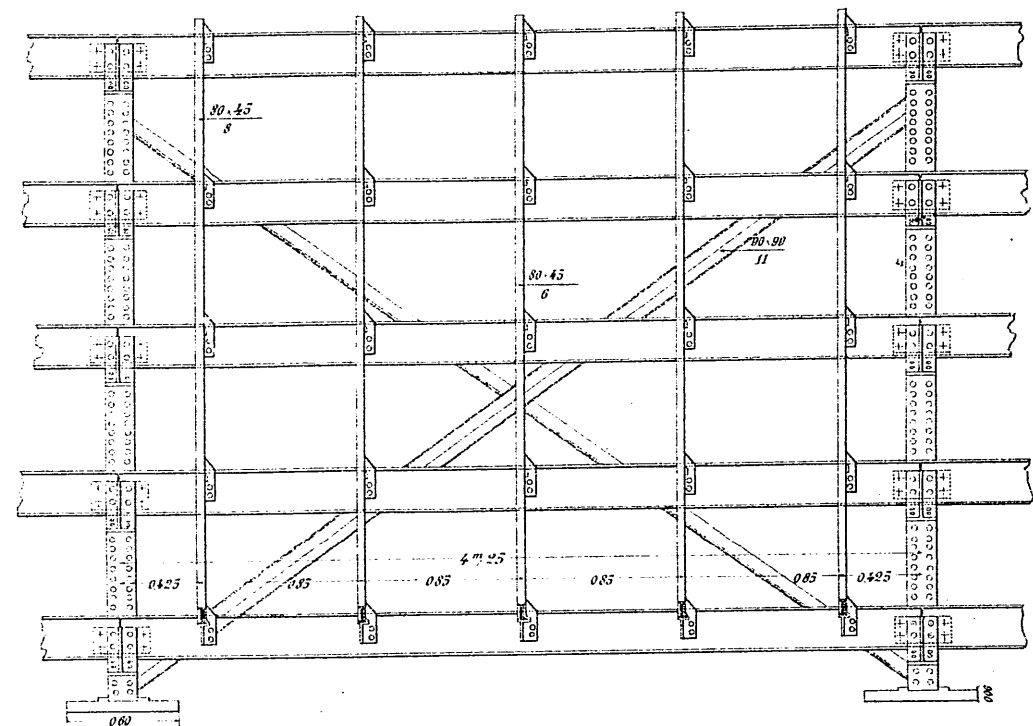
De lo dicho se deduce que el cálculo de los esfuerzos de las diagonales debe hacerse considerando la acción de cargas aisladas en los puntos 2, 3 y 4 (1); de este modo desarrollaremos el estudio gráfico correspondiente.

(4) Una carga aislada en el nudo 1 se destruiría con la reacción del muro, y en el 5 se equilibraría con los esfuerzos de los pares.

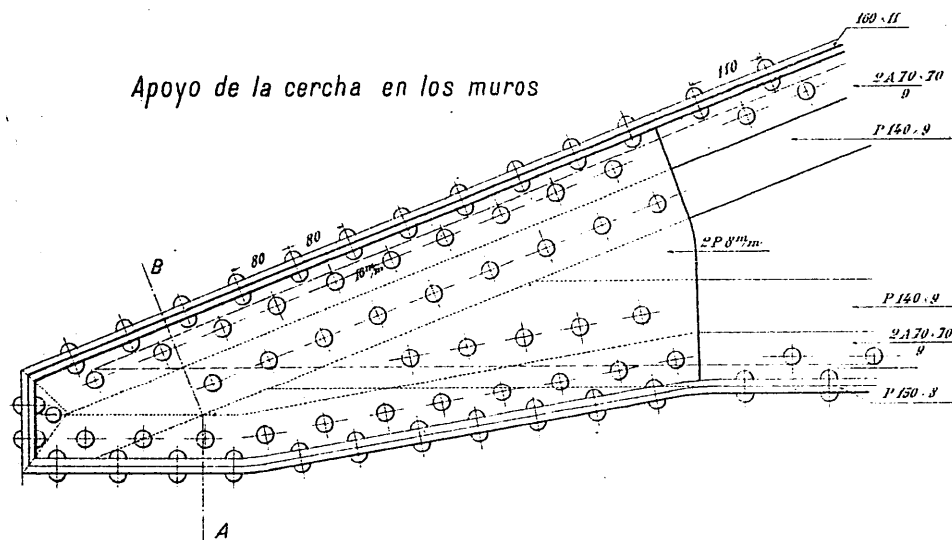
Sección transversal de la cubierta



Proyección longitudinal de la armadura



Apoyo de la cercha en los muros



CUADRO B

ESFUERZOS DE LAS DIAGONALES

(Se supone que en los nudos puede actuar una carga aislada p_1 .)

Diagonal.	Nudo donde actúa la carga.	Número de la figura.	ESFUERZOS PARCIALES	ESFUERZOS TOTALES
g_2	2	3. ^a	$p_1 \times \frac{1}{48} \times \sqrt{45^2 + 36^2} = p_1 \times \frac{1}{48} \sqrt{3321}$	$p_1 \times \frac{1}{48} \times \sqrt{3321}$
	2	3. ^a	$p_1 \times \frac{1}{48} \times \sqrt{15^2 + 14^2} = p_1 \times \frac{1}{48} \sqrt{421}$	$p_1 \times \frac{1}{48} \times (\sqrt{421} + \sqrt{1684})$
	3	4. ^a	$p_1 \times \frac{1}{48} \times \sqrt{30^2 + 28^2} = p_1 \times \frac{1}{48} \sqrt{1684}$	
g'_1	3	4. ^a	$p_1 \times \frac{1}{48} \times \sqrt{30^2 + 4^2} = p_1 \times \frac{1}{48} \sqrt{916}$	$p_1 \times \frac{1}{48} \times (\sqrt{916} + \sqrt{229})$
	4	5. ^a	$p_1 \times \frac{1}{48} \times \sqrt{15^2 + 2^2} = p_1 \times \frac{1}{48} \sqrt{229}$	
g'_2	4	5. ^a	$p_1 \times \frac{1}{48} \times 45$	$p_1 \times \frac{1}{48} \times 45$

Aunque realmente es innecesaria la advertencia, indicaremos para terminar que todos los números hallados sólo pueden utilizarse en el caso de que la inclinación de los pares sea la misma que en el proyecto que describimos, es decir, de 2,5 de base por 1 de altura.

(Se continuará.)

FERNANDO ROJO Y SOJO.

REVISTA EXTRANJERA

Cimientos del puente de Casalmaggiore sobre el Po, ejecutados por medio del aire comprimido.

En el número 25 de la REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS, correspondiente al 17 de Diciembre último, escribió el distinguido Ingeniero D. José Eugenio Ribera un interesante artículo acerca de la obra del Ingeniero italiano Sr. Lauro Pozzi sobre cimientos por aire comprimido, uno de los pocos libros especiales que tratan exclusivamente de tan importante estudio.

Contiene, en efecto, como indicaba el Sr. Ribera, gran número de datos relativos a las obras ejecutadas en Italia, dignas de ser conocidas, y cuyas descripciones no se encuentran en los libros franceses.

Creemos de interés, y aun de utilidad inmediata para muchos de nuestros lectores, extraer la descripción de alguna de esas obras italianas a que nos hemos referido.

Entre ellas, una de la más instructivas, por su importancia y por ser de las más modernas que se citan, es la cimentación de las pilas y estribos del puente de Casalmaggiore sobre el Po, en la línea de Piacenza á Parma, que es de vía única.

Comprende 16 pilas y dos estribos, cuyas profundidades por debajo del estiage varían para las primeras entre 20 y 26,21 metros, siendo las de los estribos 20^m,7 y 24^m,02 respectivamente.

La obra se ejecutó por los años 1885 á 1887; el sistema adoptado es el de cámaras de palastro. Cada cajón lleva dos chimeneas de acceso de 1 metro de diámetro, coronadas por sus correspondientes exclusas de aire.

Los cajones de los estribos tienen en planta forma rectangular de 10,04 de longitud interior y 3,50 de ancho (fig. 1, derecha.)

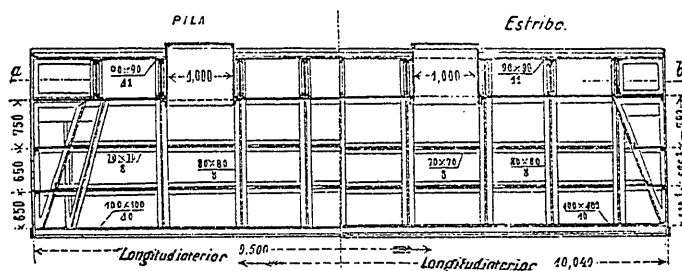
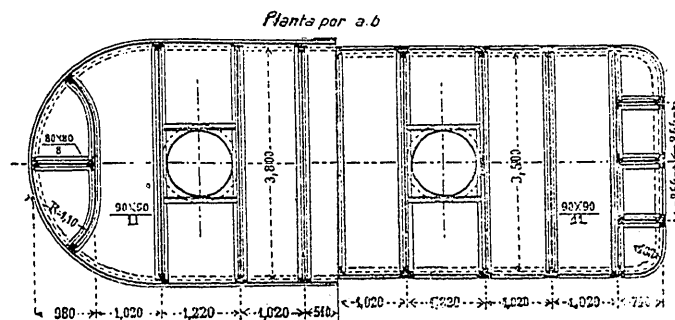


Fig 1



Los de las pilas tienen la forma rectangular terminada por dos semicírculos correspondientes a los tajamares; su longitud exterior es de 9,50 y el ancho 3,80 (fig. 1, izquierda.)

La composición de estos cajones no difiere de la generalmente usada en la actualidad, como puede observarse en la figura. Consta de chapas de palastro colocadas verticalmente, cuyo ancho es de 1^m,02 y cuya altura abarca toda la de la cámara de trabajo más el espesor del techo. El espesor de estas chapas es de 8 milímetros. La altura de la cámara de trabajo es 2^m,20, la de las viguetas 0^m,55 y el espesor del alma 8 milímetros. La separación de las viguetas varía entre 1^m,02 y 1^m,22, correspondiendo sus ejes con las cubrejuntas de los palastros y con los ejes de las consolas que se observan en el dibujo. La relación entre la altura y la luz de las viguetas es de $\frac{1}{6,91}$ en las pilas y de $\frac{1}{6,26}$ en los estri-